

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Electrónica

Modelado y control de dispositivos electromecánicos

Autor

Edgar Ramírez Laboreo

Directores

Carlos Sagüés Blázquiz Sergio Llorente Gil

Escuela de Ingeniería y Arquitectura 2015



Escuela de Ingeniería y Arquitectura Universidad Zaragoza

DECLARACIÓN DE **AUTORÍA Y ORIGINALIDAD**

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

	D./D ^a . Edgar Jorge Ramírez Laboreo				
	con nº de DNI 76973171Z en aplicación de lo dispuesto en el art.				
	14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo				
	de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la				
	Universidad de Zaragoza,				
	Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)				
	Máster en Ingeniería Electrónica, (Título del Trabajo)				
Modelado y control de dispositivos electromecánicos					
	,				
	es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada				
	debidamente.				

Zaragoza, 2 de septiembre de 2015

Fdo: Edgar J. Ramírez Laboreo

Modelado y control de dispositivos electromecánicos

RESUMEN

El presente Trabajo Fin de Máster se ha realizado dentro del marco de colaboración en I+D+i entre la Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España. El principal objetivo del mismo ha sido estudiar y proponer soluciones para los problemas presentes en dispositivos electromecánicos de tipo relé o contactor. Dentro de dichos problemas, se ha trabajado de forma específica en la reducción de los rebotes de los contactos y el ruido generado en las conmutaciones.

Con el propósito de conocer en profundidad el funcionamiento de estos dispositivos, se ha desarrollado en primer lugar un modelo dinámico para relés electromecánicos. Las ecuaciones correspondientes al electromagnetismo han sido obtenidas por medio de un circuito magnético equivalente en el que se ha incluido el fenómeno de saturación magnética. Por otra parte, el movimiento del mecanismo ha sido analizado a través de un modelo de sólidos rígidos con dos grados de libertad que incluye conjuntos muelle-amortiguador para modelar los rebotes de los contactos.

Las ecuaciones obtenidas se han implementado en un modelo de Matlab Simulink que ha sido validado mediante datos de ensayos experimentales. En la memoria se presentan diversas gráficas y resultados numéricos que demuestran que el modelo desarrollado refleja correctamente la dinámica del sistema, tanto en la parte electromagnética como en la mecánica.

Una vez analizada la dinámica del sistema, se ha diseñado e implementado una estrategia Run-to-Run para optimizar el funcionamiento de los relés, i.e., para reducir los rebotes y/o el ruido. Este tipo de técnicas, que combinan ideas de los campos de la optimización y del control, aprovechan el funcionamiento repetitivo de un sistema para controlar sus salidas. Numerosos resultados experimentales demuestran que estos métodos, que no habían sido nunca aplicados sobre dispositivos electromecánicos, son eficaces y mejoran notablemente lo conseguido en trabajos previos. Además, el algoritmo propuesto ha demostrado una gran versatilidad, funcionando bajo diversas condiciones y sobre varios modelos de relé.

Índice general

1.	Introducción 1				
	1.1.	Motivación	1		
	1.2.	Objetivos y tareas	3		
	1.3.	Estado del arte	4		
	1.4.	Estructura de la memoria	6		
2.	Mo	delado teórico	7		
	2.1.	Descripción del sistema	7		
	2.2.	Modelo electromagnético	8		
		2.2.1. Corriente y flujo magnético	8		
		2.2.2. Par magnético	11		
	2.3.	Modelo mecánico	13		
	2.4.	Discusión	18		
3.	Vali	idación experimental	19		
	3.1.	Implementación del modelo en Simulink	19		
	3.2.	Montaje experimental	20		
	3.3.	Resultados	21		
4.	Con	ntrol	27		
	4.1.	Formulación del problema	27		
	4.2.	Control R2R en relés - Particularidades	29		
	4.3.	Selección de entradas y salidas	30		
	4.4.	Selección del método R2R	32		
	4.5.	Aplicación sobre el relé RZ	36		
	4.5. 4.6.	Aplicación sobre el relé RZ Versatilidad de la propuesta	36 39		
5.	4.5. 4.6. Con	Aplicación sobre el relé RZ Aplicación sobre el relé RZ Versatilidad de la propuesta Aplicación sobre el relé RZ aclusiones y líneas futuras	36 39 43		
5.	4.5.4.6.Con5.1.	Aplicación sobre el relé RZ Versatilidad de la propuesta. nclusiones y líneas futuras Conclusiones	36 39 43 43		

Índice general

Bibliografía	51
Índice de figuras	53
Índice de tablas	59
Anexos	61
A. Control Run–to–Run A.1. Formulación del problema R2R	63 63 65 67
B. Algoritmo de búsqueda directa	69
C. Gráficas	73

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España mantienen una estrecha colaboración desde hace más de 30 años. Una de las áreas más provechosas de esta relación es la de I+D+i en cocinas de inducción, gracias a la cual se pudo lanzar la primera placa de inducción del mercado en el año 1990. Como resultado de todos estos años de colaboración, se han realizado numerosos proyectos fin de carrera, tesis doctorales, publicaciones y patentes. Por su especial interés para la empresa, algunos de estos trabajos de investigación han centrado sus esfuerzos en el modelado, el análisis y el control de dispositivos electromecánicos de tipo relé [1, 2]. No obstante, los resultados obtenidos hasta la fecha muestran que todavía queda un largo recorrido hasta conseguir estrategias de control efectivas que permitan un funcionamiento óptimo.

Los dispositivos electromecánicos son elementos formados por partes eléctricas, magnéticas y mecánicas. Los motores y generadores eléctricos, las válvulas de solenoide, los discos duros o los relés electromecánicos, entre otros, pertenecen a esta categoría. En concreto, los relés y los contactores son dispositivos que, siendo estimulados por corrientes eléctricas relativamente débiles, abren o cierran un circuito secundario que es capaz de soportar grandes niveles de tensión o permitir el paso de elevadas corrientes. Esto se consigue mediante un electroimán que, al ser alimentado, mueve un mecanismo que provoca que un contacto que normalmente está cerrado pase a estar abierto y/o que otro contacto que normalmente está abierto pase a estar cerrado. Su finalidad por lo tanto es la de servir como un interruptor controlado por tensión, bien sea para activar o desactivar un circuito secundario o bien para modificar su modo de operación. Aunque los relés ya eran utilizados a principios del siglo XX, su tecnología y modo de funcionamiento todavía los hace interesantes en numerosas aplicaciones. Actualmente son utilizados en casi todas las industrias y pueden encontrarse relés, e.g., en vehículos, electrodomésticos, equipos de laboratorio o sistemas de domótica. En comparación con otros dispositivos semiconductores con funciones similares, los relés electromecánicos presentan varias ventajas:

- Las pérdidas energéticas son mucho menores que en los transistores, llegando en algunos casos a disipar hasta 100 veces menos potencia que un transistor diseñado para la misma aplicación.
- Puesto que disipan mucha menos energía, no necesitan elementos auxiliares de refrigeración como radiadores o ventiladores.
- Pueden conducir corriente y soportar tensión en ambas direcciones.
- Se pueden activar de manera relativamente sencilla con un único transistor sin necesidad de utilizar drivers.
- Aíslan eléctricamente el circuito estimulador y el circuito de potencia.
- Pueden ser diseñados para ser activados con corriente alterna.
- Su coste es generalmente menor.

No obstante, también presentan algún inconveniente que hace que en algunos casos no resulten tan atractivos:

- Su modo de operación los somete a impactos, rebotes y rozamientos que provocan una degradación continua y reducen su vida útil.
- Los impactos generados al conmutar el relé generan un ruido acústico molesto, especialmente si el dispositivo debe ser activado o desactivado cada poco tiempo o si en la misma aplicación existen numerosos relés.
- El tiempo que tarda el dispositivo en abrir o cerrar el circuito secundario es mucho mayor que en los dispositivos semiconductores. Adicionalmente, su modo de fabricación hace que exista una gran variabilidad entre los tiempos de conmutación de distintos relés del mismo modelo.

La comparación conjunta de las ventajas e inconvenientes de los interruptores electromecánicos respecto a los dispositivos semiconductores (Tabla 1.1) unida a la gran cantidad de dispositivos de este tipo que todavía se emplean, tanto en la industria en general como en BSH Electrodomésticos en particular, fueron las principales motivaciones para comenzar este trabajo de investigación.

Característica	Dispositivos electromecánicos	Dispositivos semiconductores
Pérdidas energéticas	< 1W por dispositivo ¹	$\sim 40 W$ por dispositivo ²
Direccionalidad de la corriente	Bidireccional	Según dispositivo
Polaridad de la tensión	Bipolar	Según dispositivo
Modo de activación	Un transistor	Driver
Coste	Relé Tyco RZ $\sim 0,40$ €	$\rm IGBT+Driver^3 \sim 1,2 \Subset$
Vida útil	Limitada por los componentes mecánicos	No limitada por componentes mecánicos
Ruido acústico	Generan ruido	No generan ruido
Tiempo de conmutación	$\sim 10~{\rm ms}$	\sim 100 ns
Frecuencia máxima de conmutación	$\sim 3~{\rm Hz}^4$	$\sim 100~{\rm kHz}$

 1 Potencia disipada en la bobina de un relé de propósito general.

 2 Valores representativos para una aplicación de calentamiento por inducción

 $(I_C = 40A, f_{SW} = 30 \text{ kHz})$ [3, 4].

 3 Se necesitarían dos para conseguir un dispositivo bidireccional y bipolar.

 4 Limitada por el número de activaciones en la vida útil del producto ($\sim 500.000).$

Tabla 1.1: Comparativa entre los interruptores electromecánicos y los dispositivos semiconductores utilizados en cocinas de calentamiento por inducción.

1.2. Objetivos y tareas

El principal objetivo del trabajo es conseguir eliminar o reducir los puntos débiles de los relés y contactores electromecánicos a la vez que se mantienen sus buenas propiedades. Para ello se propone en primer lugar el desarrollo de un modelo dinámico para estos dispositivos, de tal modo que se pueda conocer en profundidad su modo de operación y realizar simulaciones bajo diversas condiciones de funcionamiento. Posteriormente se plantearán estrategias de control que busquen mejorar el desempeño de los relés. En este apartado, se analizarán objetivos relacionados con la cantidad y duración de los rebotes, el ruido acústico generado o el tiempo total de conmutación del dispositivo. Se valorará positivamente la versatilidad de los algoritmos propuestos al ser ejecutados bajo diversas condiciones de operación o incluso al ser aplicados sobre distintos modelos de relés o contactores. Para la consecución de dichos objetivos se plantean las siguientes tareas:

- Revisión del estado del arte. Consulta de la literatura relacionada con el modelado y control de dispositivos electromecánicos en general y de relés y contactores en particular. Búsqueda de otras estrategias de control que puedan aplicarse al problema y que todavía no hayan sido descritas para este tipo de dispositivos.
- 2. Desarrollo e implementación de un modelo dinámico para relés electromecánicos. Se describirán las dinámicas electromagnética y mecánica del dispositivo.
- Caracterización y validación del modelo en base a ensayos experimentales y análisis de resultados.
- 4. Propuesta de estrategias de control que mejoren las prestaciones de los relés y validación experimental de las mismas.

1.3. Estado del arte

Varios grupos de investigación han presentado trabajos relacionados con el modelado y control de dispositivos electromecánicos. Uno de los primeros en estudiar el fenómeno de los rebotes fue [5], donde se presentó un análisis energético y se propusieron algunos modelos de tipo masa-muelle para explicar la dinámica del proceso. Una buena revisión sobre contactos eléctricos incluyendo la influencia del arco eléctrico fue realizada años después [6], y uno de los primeros trabajos con respecto al control de los rebotes en los contactos se presentó en [7]. En lo relativo al modelado, uno de los primeros modelos acoplados incluyendo el mecanismo, la dinámica electromagnética y los rebotes puede encontrarse en [8], aunque los propios autores reconocían que varios aspectos debían ser estudiados más profundamente.

Más recientemente, numerosas investigaciones han tratado de predecir la dinámica electromagnética y el movimiento de relés y contactores. Se han considerado distintas alternativas para la parte electromagnética, desde modelos con bajas necesidades computacionales basados en circuitos magnéticos equivalentes (MEC, por sus siglas en inglés) hasta precisos, aunque computacionalmente costosos, análisis basados en el método de los elementos finitos (FEM). Con respecto a la primera opción, [9] incluye un detallado método para construir modelos MEC tridimensionales. En [10] se propone un modelo MEC para contactores de corriente alterna incluyendo saturación magnética, mientras que la dinámica del movimiento y un estimador de la posición se presentan en un artículo previo [11]. En [12] también se utiliza un modelo MEC para optimizar la geometría de un contactor de imán permanente. Hay trabajos que combinan los dos métodos, MEC y FEM. Véase, e.g., la investigación realizada en [13], donde se mejora un modelo MEC utilizando un factor de corrección proveniente de simulaciones con elementos finitos, o [14], donde se comparan un modelo MEC unidimensional y un modelo FEM bidimensional. Por otra parte, existen algunos trabajos basados únicamente en el método de los elementos finitos, e.g., el modelo propuesto en [15] para calcular la fuerza de atracción de un relé de imán permanente.

También se han considerado distintas opciones para estudiar el movimiento de estos dispositivos. En [16] se propone un modelo mecánico basado en la teoría de Euler-Bernoulli para predecir el movimiento de un relé. Además, en la misma referencia, los rebotes del contacto se explican a través de un modelo de contacto viscoelástico de tipo muelle-amortiguador. La teoría de vigas también se utiliza en otras investigaciones [14], aunque la alternativa más extendida es el uso de modelos de sólido rígido de tipo muelle-amortiguador con un grado de libertad [8, 11, 12].

En lo relativo al control de dispositivos electromecánicos de tipo relé, existen dos trabajos previos realizados en la Universidad de Zaragoza [1, 2] cuya propuesta consistía en ajustar, en base a un modelo, ciertas señales de activación definidas con anterioridad. Una vez optimizadas, las señales se aplicaban sobre el dispositivo, obteniendo en la mayoría de los casos resultados insatisfactorios debidos a las diferencias existentes entre el modelo y el sistema real.

En el ambito científico también pueden encontrarse algunas referencias [11, 12]. Por su resultados interesantes, podría destacarse, e.g., el trabajo en [17], donde se describe un algoritmo de control que limita la corriente a través de la bobina de un contactor para reducir los rebotes del mismo. No obstante, el problema todavía permanece sin una solución clara por varios motivos como la dinámica altamente no lineal del sistema, la dependencia de sus parámetros con la temperatura, la dificultad para medir o estimar algunas variables o la existencia de comportamientos estocásticos. En cualquier caso, también pueden encontrarse algunas estrategias de control para otros dispositivos electromecánicos, e.g., para un péndulo excitado electromagnéticamente [18] o para una válvula de solenoide [19].

El funcionamiento repetitivo de la gran mayoría de dispositivos electromecánicos, especialmente de los relés y contactores, hacen que estos sean susceptibles de ser controlados u optimizados mediante técnicas que incorporen algún tipo de aprendizaje. Dicho de otra forma, parece razonable aprovechar este funcionamiento cíclico para aprender iterativamente sobre el sistema y mejorar su desempeño. Este concepto no es nuevo, sino que ya fue presentado en la década de los 50 por G. Box [20] en el contexto de un proceso industrial. Aunque no se conoce ninguna aplicación sobre dispositivos electromecánicos, existen distintas técnicas que podrían llegar a aplicarse [21]. En concreto, la dificultad que existe en estos dispositivos al intentar medir ciertas variables hace que, al menos a priori, la técnica más apropiada sea el control Run-to-Run [22, 23]. Esta técnica de control nació y ha sido mayoritariamente utilizada en la industria de los semiconductores para controlar el proceso de fabricación de las obleas de silicio [24, 25]. No obstante, también ha sido aplicada en la industria química [26, 27] y, más recientemente, con fines médicos [28, 29], obteniendo en ambos campos buenos resultados.

Finalmente, debe destacarse que la investigación acerca de relés y contactores electromecánicos no ha estado limitada únicamente a la predicción del movimiento o de la dinámica electromagnética. Véase, e.g., el método propuesto en [30] para evaluar la erosión de los contactos eléctricos de un contactor, o el modelo térmico basado en elementos finitos desarrollado en [31] para relés electromagnéticos sellados. Además, novedosos modelos están también siendo desarrollados para otros tipos de interruptores electromecánicos [32].

1.4. Estructura de la memoria

La memoria está estructurada en los siguientes capítulos:

- En el capítulo 2 se presenta un modelo teórico para relés electromecánicos. Se analizan, de forma separada, las dinámicas electromagnética y mecánica del dispositivo.
- Posteriormente, en el capítulo 3, se presenta el banco de ensayos diseñado para realizar ensayos experimentales sobre el dispositivo físico y la validación del modelo desarrollado en base a dichos ensayos.
- A continuación, en el capítulo 4, se formula el problema de control de estos dispositivos y se propone una solución al mismo en base a técnicas Run-to-Run. Se presentan resultados experimentales que demuestran la eficacia del método y su versatilidad al funcionar sobre distintos modelos de relé.
- Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo y se proponen líneas futuras de investigación.

Capítulo 2

Modelado teórico

En el presente capítulo se presenta el modelo dinámico desarrollado en el trabajo para relés electromecánicos. Se realiza en primer lugar una breve descripción del dispositivo modelado y a continuación se presenta el modelo en sí, explicando por separado las ecuaciones de la parte electromagnética y del movimiento del mecanismo. Para finalizar se incluye una breve discusión exponiendo las principales virtudes del modelo y sus posibles aplicaciones.

2.1. Descripción del sistema

El modelo desarrollado en este trabajo se ha particularizado para el relé RZ del fabricante Tyco [33]. Este modelo es un relé de potencia de propósito general para montaje en placa de circuito impreso que se caracteriza por presentar una elevada separación eléctrica entre el circuito de activación y los contactos (Fig. 2.1). Esto se consigue por medio de un mecanismo con un componente plástico intermedio que separa completamente el electroimán y los terminales de potencia. Todos los principales fabricantes del mercado incluyen en sus catálogos relés de estas características (Fig. 2.2).

Su modo de operación se explica a continuación de forma simplificada. Cuando la bobina no está energizada, el contacto móvil permanece inmóvil, tocando el extremo correspondiente al contacto normalmente cerrado. En el momento que la bobina es alimentada, la armadura móvil cierra el circuito magnético y empuja el componente plástico. Al mismo tiempo, el extremo opuesto de dicho componente provoca que el contacto móvil despegue de su posición inicial y pase a contactar con el contacto normalmente abierto. Si la bobina deja de ser alimentada, las fuerzas elásticas presentes en el mecanismo provocan que el relé retorne a su posición original, abriendo el circuito magnético y cerrando de nuevo la conexión normalmente cerrada.

Capítulo 2. Modelado teórico



Figura 2.1: Relé electromecánico modelado en el trabajo. Modelo RZ de Tyco.



Figura 2.2: Relés de otros fabricantes con las mismas características.

2.2. Modelo electromagnético

2.2.1. Corriente y flujo magnético

Los componentes electromagnéticos del relé se representan de forma esquemática en la Fig. 2.3(a). La bobina tiene N vueltas y resistencia eléctrica R. El circuito magnético está compuesto por un núcleo de hierro dulce, con una parte fija y otra móvil, y por un entrehierro de aire. La geometría del núcleo es conocida y el tamaño del entrehierro queda determinado por la posición angular de la armadura móvil θ_1 . Cuando se aplica una diferencia de tensión v entre los terminales de la bobina, la dinámica eléctrica del sistema queda definida por

$$v = Ri + N \frac{d\phi}{dt},\tag{2.1}$$

donde *i* es la corriente por la bobina y ϕ es el flujo magnético que circula a través del núcleo y el entrehierro. La corriente *i* y el flujo magnético ϕ

quedan también relacionados por medio de la ecuación del circuito magnético equivalente,

$$Ni = \phi \Re, \tag{2.2}$$

donde \Re es la reluctancia total del circuito, que se ha descompuesto en la reluctancia del entrehierro \Re_g y la reluctancia del núcleo de hierro \Re_c , Fig. 2.3(b).

$$\Re = \Re_g + \Re_c. \tag{2.3}$$



Figura 2.3: (a) Esquema de los componentes electromagnéticos del relé y (b) Diagrama del circuito magnético equivalente.

La primera componente de \Re pue de calcularse a partir de la geometría del entrehierro,

$$\Re_g = \frac{l_g}{\mu_0 A_g} = \frac{r_g \theta_1}{\mu_0 A_g},\tag{2.4}$$

donde l_g , A_g y r_g son, respectivamente, la longitud media, la sección cruzada y el radio medio de giro de la sección del entrehierro, θ_1 es el ángulo de giro de la armadura móvil respecto a la armadura fija y μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

Por otra parte, la reluctancia del núcleo magnético ha sido aproximada utilizando una longitud promedio l_c y una sección promedio A_c del circuito magnético,

$$\Re_c = \frac{l_c}{\mu_c A_c},\tag{2.5}$$

siendo μ_c la permeabilidad magnética del material del núcleo. Debido al fenómeno de saturación magnética, la relación entre la densidad de flujo magnético B_c y la intensidad de campo magnético H_c en el núcleo presenta un comportamiento no lineal. Consecuentemente, μ_c no debería ser considerada constante. Para reflejar este comportamiento, se ha utilizado una versión alternativa de la ecuación de Froelich,

$$B_c = \frac{c_1 H_c}{1 + c_2 |H_c|},\tag{2.6}$$

donde c_1 y c_2 son constantes que se pueden obtener experimentalmente. Aunque algunas expresiones similares ya han sido utilizadas en otras investigaciones [10, 11] con buenos resultados, debe notarse que el valor absoluto incluido en el denominador permite la correcta resolución del sistema también para valores negativos de H_c . De otro modo, los valores obtenidos para μ_c carecerían de sentido e incluso podrían aparecer divisiones por cero al tratar de resolver las ecuaciones.

Según (2.6), μ_c puede expresarse bien en función del campo magnético H_c o en función de la densidad de flujo B_c .

$$\mu_c = \frac{B_c}{H_c} = \frac{c_1}{1 + c_2 |H_c|} = c_1 - c_2 |B_c|.$$
(2.7)

Considerando que $\phi = B_c A_c$, la expresión anterior puede ser transformada para aparecer en función del flujo magnético.

$$\mu_c = c_1 - \frac{c_2}{A_c} |\phi| \,. \tag{2.8}$$

Ahora, sustituyendo (2.8) en (2.5) y sumando el resultado a (2.4), se obtiene la expresión de la reluctancia total del circuito magnético.

$$\Re = \frac{r_g \theta_1}{\mu_0 A_g} + \frac{l_c}{c_1 A_c - c_2 |\phi|}.$$
(2.9)

Nótese que la reluctancia \Re no es constante, sino que depende de la posición angular θ_1 y del propio flujo magnético ϕ , incluyendo de este modo las variaciones causadas por el movimiento del mecanismo y por la saturación magnética. Por simplicidad en la notación, la ecuación anterior se expresa de aquí en adelante como

$$\Re = k_1 \theta_1 + \frac{k_2}{1 - k_3 |\phi|},\tag{2.10}$$

donde

$$k_1 = \frac{r_g}{\mu_0 A_g}, \quad k_2 = \frac{l_c}{c_1 A_c}, \quad k_3 = \frac{c_2}{c_1 A_c}.$$

Sustituyendo (2.10) en (2.2), y resolviendo el sistema de ecuaciones definido por (2.1) y (2.2), la ecuación explícita para la dinámica del flujo magnético es finalmente obtenida.

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{v}{N} - \frac{R\phi}{N^2} \left(k_1 \theta_1 + \frac{k_2}{1 - k_3 |\phi|} \right).$$
(2.11)

Dada una posición angular θ_1 conocida, (2.11) puede ser resuelta mediante integración numérica, pudiendo obtener a continuación la corriente por la bobina mediante (2.2). Adicionalmente, también puede calcularse la inductancia L de la bobina por medio de (2.10) y teniendo en cuenta que $L = N^2/\Re$.

2.2.2. Par magnético

La expresión del par magnético que actúa sobre la armadura móvil se puede obtener resolviendo un balance energético sobre los componentes electromagnéticos del relé. La energía eléctrica proporcionada a la bobina, W_e , es la única entrada del balance. Esta energía es transformada en el sistema en energía electromagnética, W_{em} , trabajo mecánico, W_m , y pérdidas, W_l . Así pues, el balance puede expresarse como

$$W_e = W_{em} + W_m + W_l, (2.12)$$

o, en forma diferencial, como

$$dW_e = dW_{em} + dW_m + dW_l. ag{2.13}$$

En primer lugar, la energía eléctrica proporcionada al sistema en un tiempo diferencial dt puede calcularse como

$$dW_e = vi \cdot dt. \tag{2.14}$$

Sustituyendo (2.1) en la ecuación anterior, esta se transforma en

$$dW_e = \left(Ri + N\frac{d\phi}{dt}\right)i \cdot dt = Ri^2 \cdot dt + Ni \cdot d\phi, \qquad (2.15)$$

y, utilizando (2.2), se llega a

$$dW_e = Ri^2 \cdot dt + \phi \Re \cdot d\phi. \tag{2.16}$$

En segundo lugar, la energía electromagnética total almacenada en un sistema de volumen V puede calcularse como

$$W_{em} = \frac{1}{2} \cdot \int_{V} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \, dV, \qquad (2.17)$$

donde **B** y **H** son, respectivamente, los vectores de densidad de flujo y de intensidad de campo magnético, definidos en todo punto del espacio. Si B_g y B_c son las densidades de flujo medias en el entrehierro y en el núcleo

de hierro, y H_g y H_c son las intensidades de campo medias en los mismos componentes, la energía electromagnética almacenada en el relé puede ser entonces aproximada por

$$W_{em} = W_{em,g} + W_{em,c} = \frac{1}{2} B_g H_g A_g l_g + \frac{1}{2} B_c H_c A_c l_c, \qquad (2.18)$$

donde $W_{em,g}$ y $W_{em,c}$ son respectivamente las energías electromagnéticas almacenadas en el entrehierro y en el núcleo. Dado que el flujo magnético es constante a lo largo del circuito magnético, i.e., $\phi = B_g \cdot A_g = B_c \cdot A_c$, la expresión (2.18) puede transformarse en

$$W_{em} = \frac{1}{2}\phi \left(H_g l_g + H_c l_c \right),$$
 (2.19)

y, aplicando la ley de Ampere, i.e., $H_g l_g + H_c l_c = Ni$, se llega a obtener una expresión de la energía electromagnética en función de $\phi \in i$.

$$W_{em} = \frac{1}{2}\phi Ni. \tag{2.20}$$

La ecuación anterior puede expresarse en función de la corriente por la bobina o del flujo a través del circuito magnético por medio de (2.2).

$$W_{em} = \frac{1}{2} \frac{N^2 i^2}{\Re} = \frac{1}{2} \phi^2 \Re.$$
 (2.21)

Nótese que precisamente una de estas expresiones es obtenida si la inductancia L de la bobina es calculada en primer lugar como $L = N^2/\Re$ y después se utiliza la expresión de la energía almacenada en una inductancia.

$$W_{em} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{N^2}{\Re}i^2.$$
 (2.22)

Diferenciando la expresión de (2.21) en función de ϕ , se obtiene finalmente el segundo término del balance.

$$dW_{em} = \frac{1}{2}\phi^2 \cdot d\Re + \phi \Re \cdot d\phi.$$
(2.23)

En tercer lugar, el trabajo mecánico diferencial dW_m es creado por el par electromagnético τ_{mag} que actúa sobre la armadura móvil cuando esta rota un ángulo diferencial $d\theta_1$.

$$dW_m = \tau_{mag} \cdot d\theta_1. \tag{2.24}$$

Finalmente, el cuarto término del balance se obtiene teniendo en cuenta que las únicas pérdidas presentes en los componentes electromagnéticos son las generadas en la resistencia de la bobina.

$$dW_l = Ri^2 \cdot dt. \tag{2.25}$$

Así pues, sustituyendo cada término en el balance,

$$Ri^{2} \cdot dt + \phi \Re \cdot d\phi = \frac{1}{2}\phi^{2} \cdot d\Re + \phi \Re \cdot d\phi + \tau_{mag} \cdot d\theta_{1} + Ri^{2} \cdot dt.$$
 (2.26)

La ecuación anterior puede ahora resolverse para obtener una expresión del par magnético τ_{mag} aplicado sobre la armadura móvil.

$$\tau_{mag} = -\frac{1}{2}\phi^2 \frac{d\Re}{d\theta_1}.$$
(2.27)

Derivando (2.10) y sustituyendo en (2.27), se obtiene la expresión final para τ_{mag} . Nótese que, según esta expresión, el par es directamente proporcional al cuadrado del flujo magnético que circula por el sistema.

$$\tau_{mag} = -\frac{1}{2}\phi^2 k_1 = -\frac{1}{2}\phi^2 \frac{r_g}{\mu_0 A_g}.$$
(2.28)

2.3. Modelo mecánico

Para describir el movimiento del relé se propone el mecanismo plano mostrado en la Fig. 2.4. Este modelo mecánico está compuesto por cuatro sólidos rígidos, numerados en la figura del 1 al 4, los cuales están unidos por articulaciones. El sólido 1 modela la armadura móvil y el sólido 2 se corresponde con el componente plástico que actúa de empujador. Puesto que el contacto móvil está fabricado a partir de una lámina flexible de cobre, este ha sido modelado como la unión de dos sólidos rígidos, 3 y 4, unidos por la articulación E. Pares de tipo elástico han sido incluidos en las articulaciones D y E para modelar la rigidez de la chapa. Adicionalmente, se ha incluido otro par elástico en la articulación A para modelar un muelle presente en el mecanismo real en la parte inferior de la armadura móvil. La fricción del sistema completo se ha incluido como una fuerza de rozamiento viscoso en la articulación H.



Figura 2.4: Modelo mecánico.

Antes de analizar el mecanismo se introduce la notación de este apartado:

x_P, y_P	Coordenadas del punto P en el sistema de referencia XY.
$\vec{r}_P = \left(\begin{array}{c} x_P \\ y_P \end{array} \right)$	Vector de posición del punto P .
\overrightarrow{PQ} (Vector del punto P al punto Q .
$PQ = \left\ \overrightarrow{PQ} \right\ $	Longitud del vector \overrightarrow{PQ} .
g	Aceleración de la gravedad.
G_i	Centro de masas del sólido rígido i .
m_i	Masa del sólido rígido i .
I_i	Momento de inercia del sólido rígido i en el plano XY.
$\dot{ heta},~\ddot{ heta}$	Primera, segunda derivada temporal de θ .

Las articulaciones $A, D ext{ y } H$ son fijas y tienen posiciones conocidas. Si se selecciona A como origen de coordenadas del sistema de referencia, entonces

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_H = \begin{pmatrix} x_H \\ y_H \end{pmatrix}, \quad \vec{r}_D = \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix}.$$

Las posiciones de los demás puntos del mecanismo dependen de las variables angulares θ_1 , θ_3 y θ_4 . Considerando que AG_1 , BC, BG_2 , DE, DG_3 , y EG_4 son longitudes constantes y conocidas del mecanismo, pueden obtenerse los siguientes vectores de la cadena cinemática:

$$\overrightarrow{AG_1} = \begin{pmatrix} -AG_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ AG_1 \cdot \cos(\theta_1) \end{pmatrix}, \qquad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -y_H \cdot \tan(\theta_1) \\ y_H \end{pmatrix},$$
$$\overrightarrow{BG_2} = \begin{pmatrix} BG_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} BC \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} DE \cdot \sin(\theta_3) \\ DE \cdot \cos(\theta_3) \end{pmatrix}, \qquad \overrightarrow{DG_3} = \begin{pmatrix} DG_3 \cdot \sin(\theta_3) \\ DG_3 \cdot \cos(\theta_3) \end{pmatrix},$$
$$\overrightarrow{EG_4} = \begin{pmatrix} -EG_4 \cdot \sin(\theta_4) \\ EG_4 \cdot \cos(\theta_4) \end{pmatrix}.$$

Mediante la suma y resta de dichos vectores, las posiciones de los centros de masas G_1 , G_2 , G_3 y G_4 y de las articulaciones B, C y E pueden ser calculadas como

$$\vec{r}_{G1} = \overrightarrow{AG_1}, \qquad \vec{r}_B = \overrightarrow{AB}, \\ \vec{r}_{G2} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG_2}, \qquad \vec{r}_C = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \\ \vec{r}_{G3} = \vec{r}_D + \overrightarrow{DG_3}, \qquad \vec{r}_E = \vec{r}_D + \overrightarrow{DE}, \\ \vec{r}_{G4} = \vec{r}_D + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EG_4}.$$

Nótese que, aunque las anteriores ecuaciones aparecen en función de θ_1 , θ_3 y θ_4 , el mecanismo tiene únicamente dos grados de libertad porque las variables están intrínsecamente relacionadas. Esto es fácilmente observable si se relaciona el ángulo θ_4 con la posición de las articulaciones C y E.

$$\theta_4 = atan\left(\frac{x_E(\theta_3) - x_C(\theta_1)}{y_C(\theta_1) - y_E(\theta_3)}\right).$$
(2.29)

En la Fig. 2.5 se muestran los diagramas de sólido libre de los cuatro componentes del mecanismo. Todas las fuerzas y pares, tanto internos como externos, han sido representados en estos diagramas por medio de flechas, cada una de ellas apuntando en la dirección que se ha definido como positiva. Las articulaciones de revolución A, D y E provocan la aparición de fuerzas internas de dirección desconocida que pueden ser descompuestas en sus respectivas coordenadas X e Y, obteniéndose F_{Ax} , F_{Ay} , F_{Dx} , F_{Dy} , F_{Ex} y F_{Ey} . Por otra parte, las articulaciones B y C, de tipo giro-desplazamiento, hacen aparecer las fuerzas F_B y F_C , que tienen dirección conocida porque siempre actúan de forma perpendicular al desplazamiento permitido por la articulación. Finalmente, la articulación H, de tipo prismático, crea una fuerza F_H en la coordenada Z.

El modelo incluye pares elásticos en las articulaciones $A, D ext{ y } E$ que pueden relacionarse con la posición de los distintos componentes del mecanismo mediante la ley de Hooke,

$$\tau_{k_A} = k_A \cdot \left(\theta_1 - \theta_{1,0}\right), \qquad (2.30)$$

$$\tau_{k_D} = k_D \cdot (\theta_3 - \theta_{3,0}), \qquad (2.31)$$

$$\tau_{k_E} = k_E \cdot (\theta_E - \theta_{E,0}), \quad \theta_E = \theta_3 + \theta_4, \tag{2.32}$$

donde k_A , k_D y k_E son constantes de rigidez y $\theta_{1,0}$, $\theta_{3,0}$ y $\theta_{E,0}$ son los ángulos naturales de los muelles. Con respecto a la fuerza de rozamiento viscoso presente en la articulación H, F_{cH} , esta se calcula como

$$F_{c_H} = c_H \cdot \dot{x}_{G_2},\tag{2.33}$$

siendo c_H un coeficiente de amortiguamiento.

Las posiciones de los contactos fijos y de la armadura fija restringen el movimiento del mecanismo a unos intervalos específicos de las variables θ_1 y θ_3 . Para modelar estos límites se han incluido los pares τ_{lA} y τ_{lD} , que actúan en las articulaciones A y D cuando los sólidos 1 y 3 sobrepasan dichos límites. Además de limitar el movimiento del modelo mecánico, estos pares también permiten modelar los rebotes generados cuando los componentes móviles golpean las partes fijas. Esto se consigue por medio de modelos de tipo muelle-amortiguador torsional, equivalentes al modelo de contacto viscoelástico de Kelvin-Voigt [16]. Si $[\theta_{1,min}, \theta_{1,max}]$ y $[\theta_{3,min}, \theta_{3,max}]$ son, respectivamente, los intervalos de movimiento alcanzable para las variables θ_1 y θ_3 , los pares τ_{lA} y τ_{lD} vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\tau_{lA} = \begin{cases} -k_{lA} \cdot (\theta_1 - \theta_{1,min}) - c_{lA} \cdot \dot{\theta_1}, & \text{if } \theta_1 < \theta_{1,min} \\ -k_{lA} \cdot (\theta_1 - \theta_{1,max}) - c_{lA} \cdot \dot{\theta_1}, & \text{if } \theta_1 > \theta_{1,max} \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$
(2.34)

$$\tau_{lD} = \begin{cases} -k_{lD} \cdot (\theta_3 - \theta_{3,min}) - c_{lD} \cdot \dot{\theta}_3, & \text{if } \theta_3 < \theta_{3,min} \\ -k_{lD} \cdot (\theta_3 - \theta_{3,max}) - c_{lD} \cdot \dot{\theta}_3, & \text{if } \theta_3 > \theta_{3,max} \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$
(2.35)

donde k_{lA} y k_{lD} son las constantes de rigidez y c_{lA} y c_{lD} los coeficientes de amortiguación de los modelos muelle-amortiguador.

Los pesos de los cuatro sólidos, así como el par magnético τ_{mag} , que actúa sobre el sólido 1 en la articulación A y que viene dado por la parte electromagnética del modelo, han sido también incluidos en el mecanismo.

Planteadas todas las fuerzas y pares, la aplicación de la segunda ley de Newton permite obtener las ecuaciones para las aceleraciones lineales y angulares del mecanismo. A continuación se presentan dichas ecuaciones, tres por sólido, correspondientes a las fuerzas netas en las coordenadas X e Y y al par neto en la coordenada Z. Los pares netos sobre los sólidos 1, 2, 3 y 4 han sido calculados, respectivamente, en los puntos A, B, D y E.



Figura 2.5: Diagramas de sólido libre.

Ecuaciones del sólido 1:

$$F_{Ax} - F_B \cdot \cos(\theta_1) = m_1 \ddot{x}_{G_1}, \tag{2.36}$$

$$F_{Ay} - F_B \cdot \sin(\theta_1) - m_1 g = m_1 \ddot{y}_{G_1}, \qquad (2.37)$$

$$F_B \cdot AB + m_1 g \cdot AG_1 \cdot sin(\theta_1) + \tau_{lA} - \tau_{kA} + \tau_{mag} = I_1 \ddot{\theta}_1.$$

$$(2.38)$$

Ecuaciones del sólido 2:

$$F_B \cdot \cos(\theta_1) - F_C \cdot \cos(\theta_4) - F_{c_H} = m_2 \ddot{x}_{G_2}, \tag{2.39}$$

$$F_B \cdot \sin(\theta_1) + F_H - m_2 g - F_C \cdot \sin(\theta_4) = m_2 \ddot{y}_{G_2}, \tag{2.40}$$

$$F_H \cdot BH - m_2 g \cdot BG_2 - F_C \cdot BC \cdot sin(\theta_4) + \tau_H = 0.$$
(2.41)

Ecuaciones del sólido 3:

$$F_{Dx} + F_{Ex} = m_3 \ddot{x}_{G_3}, \tag{2.42}$$

$$F_{Dy} + F_{Ey} - m_3 g = m_3 \ddot{y}_{G_3}, \tag{2.43}$$

$$F_{Ey} \cdot DE \cdot \sin(\theta_3) - F_{Ex} \cdot DE \cdot \cos(\theta_3)$$

$$-m_3 g \cdot DG_3 \cdot \sin(\theta_3) + \tau_{k_D} + \tau_{k_E} - \tau_{lD} = -I_3 \theta_3.$$
(2.44)

Ecuaciones del sólido 4:

$$F_C \cdot \cos(\theta_4) - F_{Ex} = m_4 \ddot{x}_{G_4}, \tag{2.45}$$

$$F_C \cdot \sin(\theta_4) - F_{Ey} - m_4 g = m_4 \ddot{y}_{G_4}, \qquad (2.46)$$

$$m_4g \cdot EG_4 \cdot \sin(\theta_4) - F_C \cdot EC - \tau_{k_E} = I_4\ddot{\theta}_4. \tag{2.47}$$

Sustituyendo las expresiones (2.29) a (2.35), así como la posición de los centros de masas, el sistema de ecuaciones definido por (2.36)–(2.47), que tiene 12 variables desconocidas (F_{Ax} , F_{Ay} , F_B , F_H , τ_H , F_C , F_{Dx} , F_{Dy} , F_{Ex} , F_{Ey} , θ_1 and θ_3), permite la resolución de la dinámica del mecanismo.

2.4. Discusión

En el capítulo se ha presentado un modelo dinámico para relés electromecánicos, analizando por separado sus componentes electromagnética y mecánica. Aunque dicho modelo ha sido particularizado para el relé RZ de Tyco, el proceso de modelado para cualquier otro modelo de relé o contactor, e incluso para cualquier otro dispositivo de tipo electroimán, es totalmente equivalente.

Entre las dos alternativas presentes en la literatura para analizar la dinámica electromagnética, i.e., modelos basados en elementos finitos o en circuitos magnéticos equivalentes, se ha optado por utilizar la segunda. El motivo de esta decisión es que este tipo de análisis permite obtener modelos con un bajo coste computacional que, por lo tanto, pueden ser utilizados en procesos que requieran una gran cantidad de simulaciones, e.g., para realizar análisis de sensibilidad de sus parámetros o para diseñar y optimizar algoritmos de control. No obstante, en un Trabajo Fin de Grado vinculado a esta investigación [34] también se está valorando la posibilidad de usar un modelo de elementos finitos con el fin de comparar los resultados obtenidos.

Con respecto a la dinámica mecánica, se ha optado por estudiar el movimiento del mecanismo mediante un modelo de sólidos rígidos de dos grados de libertad. Aunque también se contempló usar un modelo con un único grado de libertad, similar a los presentados en algunas investigaciones [8, 11, 12], este no permitía analizar correctamente el complejo movimiento del relé RZ. En relación con este aspecto, es posible que otros modelos de relé puedan ser modelados con mecanismos más simples, por lo que cada diseño debería estudiarse de forma individual. Por otra parte, los rebotes de los contactos han sido modelados mediante conjuntos muelle-amortiguador que solamente actúan cuando el contacto móvil sobrepasa los límites fijados por los contactos fijos. Este tipo de contacto, que ya había sido utilizado en algún trabajo previo [7, 16], permite modelar los rebotes de un modo preciso manteniendo a su vez un coste computacional muy bajo.

Capítulo 3

Validación experimental

En este capítulo se presenta la validación experimental del modelo dinámico desarrollado en el trabajo. Para ello, se explica en primer lugar la implementación de las ecuaciones teóricas en un modelo de Matlab Simulink. Después se describe el montaje utilizado para poder activar el relé y tomar las correspondientes medidas experimentales. Finalmente se presentan diversos resultados gráficos y numéricos y se compara la dinámica experimental con la obtenida por simulación.

3.1. Implementación del modelo en Simulink

Con el objetivo de poder realizar simulaciones, el modelo dinámico de relé presentado en el capítulo anterior ha sido implementado en Matlab Simulink. Las ecuaciones correspondientes a la dinámica electromagnética (sección 2.2) han sido introducidas directamente mediante código Matlab e incorporadas al modelo de Simulink por medio de un bloque 'MATLAB Function'. Por otra parte, el modelo mecánico ha sido implementado mediante bloques de la librería SimMechanics, la cual está incluida en el paquete Simscape. Esta librería permite la construcción de modelos mecánicos sencillos basados en sólidos rígidos y articulaciones y resuelve automáticamente sus ecuaciones dinámicas sin necesidad de que estas sean planteadas explícitamente. En cualquier caso, las ecuaciones correspondientes a los modelos de contacto, (2.34) y (2.35), sí han debido ser introducidas de forma explícita mediante bloques estándar de Simulink. La librería SimMechanics presenta también una interfaz gráfica que muestra una representación 3D del mecanismo desarrollado y su movimiento durante la simulación. En la Fig. 3.1 pueden observarse algunas imágenes del modelo mecánico en dicha interfaz.



Figura 3.1: Representación del modelo mecánico en la interfaz gráfica de SimMechanics.

3.2. Montaje experimental

Para poder realizar ensayos experimentales y validar el modelo, se ha diseñado e implementado un circuito electrónico de activación del relé (Fig. 3.2). Este está compuesto por dos transistores BJT y una red de resistencias que permiten que el relé sea activado y desactivado con una señal de control generada en un ordenador. Como protección se ha incluido un diodo de propósito general, en antiparalelo al relé, que evita la aparición de picos de tensión inducida al interrumpir la alimentación [35]. La disposición de los transistores y la resistencia de sensado R_s permiten medir la tensión y la corriente por la bobina evitando problemas de conexionado de tierras. Además, los terminales del circuito secundario del relé se han conectado a sendas resistencias y diodos LED, permitiendo de esta forma la visualización y la medición del estado de los contactos (abierto/cerrado). Este circuito de activación ha sido también incorporado al modelo de Simulink mediante bloques de la librería SimElectronics, la cual también está incluida en el paquete Simscape. De este modo, el modelo ha podido ser sometido a las mismas señales de control que las utilizadas en los ensayos.

La tensión de alimentación del montaje la proporciona una fuente de tensión continua, regulable entre 0 y 60 voltios, y un osciloscopio PicoScope 4824 de ocho canales permite medir las cuatro variables de interés accesibles en el circuito (tensión, corriente y estado de ambos contactos). Los canales sobrantes podrán ser utilizados en siguientes etapas de la investigación para añadir medidas adicionales. El osciloscopio también incorpora un generador de señales que se utiliza para generar la señal de control deseada.



Figura 3.2: Esquemático del circuito diseñado para los ensayos experimentales. La resistencia R_s permite medir la corriente que circula por la bobina.

3.3. Resultados

Una vez implementado el montaje, este se ha usado para realizar numerosos ensayos sobre el relé. En todos ellos se ha activado el dispositivo mediante la señal de control de la Fig. 3.3, que consiste en un periodo de encendido de 25 milisegundos seguido de un tiempo de apagado de otros 25 milisegundos.



Figura 3.3: Señal de control utilizada en los ensayos.

Las medidas de un primer grupo de experimentos han sido utilizadas para ajustar algunos de los parámetros del modelo que eran parcialmente desconocidos. Dichos parámetros y los valores identificados se muestran en la Tabla 3.1. El resto de parámetros del modelo o bien eran perfectamente conocidos, como el número de vueltas de la bobina, o bien han podido ser medidos directamente sobre el dispositivo, como la resistencia eléctrica o las dimensiones de los componentes.

Para asegurar la independencia de resultados, las gráficas que se presentan en esta sección para demostrar la validez del modelo se corresponden con un segundo grupo de ensayos independiente del utilizado en el ajuste de los parámetros. Aunque se han realizado ensayos a más tensiones de alimentación, por brevedad de la memoria únicamente se muestran los obtenidos

$\alpha + 1 = \alpha$	T T 1·1 ·/	• 1
Capitulo 3	Validacion	experimental

Danématra	Valor	Danématna	Valon
Farametro	valor	Farametro	valor
k_1	$6,47 \cdot 10^7 \text{ A} \cdot \text{Wb}^{-1} \cdot \text{rad}^{-1}$	k_A	$6,82 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$
k_2	$8{,}87\cdot10^5~\mathrm{A}{\cdot}\mathrm{Wb}^{-1}$	k_D	$3,22 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$
k_3	$5,09 \cdot 10^4 \text{ Wb}^{-1}$	k_E	$7,06 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$
k_{lA}	$2,70 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	$ heta_{1,0}$	0,690 rad
k_{lD}	$1,10 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	$ heta_{3,0}$	$0 \mathrm{rad}$
c_{lA}	0,91 N·m·rad ⁻¹ ·s	$ heta_{E,0}$	$0 \mathrm{rad}$
c_{lD}	1,12 N·m·rad ⁻¹ ·s	c_H	$0{,}326~\mathrm{N}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}{\cdot}\mathrm{s}$

Tabla 3.1: Parámetros del modelo y valores identificados.

para las tensiones de 24 y 30 voltios. La Fig. 3.4 muestra la corriente por la bobina durante el ensayo experimental a 24 V y la obtenida por simulación en las mismas condiciones. Se aprecia claramente la dinámica no lineal del sistema, tanto en el cierre de la armadura (primeros 25 ms) como en la apertura (últimos 25 ms). Se observa que la corriente estimada por el modelo se ajusta bien a los datos experimentales.

Para este mismo ensayo, las Figs. 3.5 y 3.6 muestran, respectivamente, el estado del contacto normalmente cerrado (CNC) y del contacto normalmente abierto (CNA). En estas gráficas se representa un '1' cuando el contacto se encuentra cerrado y un '0' cuando está abierto. Durante el cierre puede observarse que el contacto móvil no abandona su posición normal inmediatamente después de la activación de la señal de control, sino que tarda unos 7.2 ms. Este comportamiento es debido a la dinámica electromagnética, que provoca que el par magnético generado sea temporalmente menor que las fuerzas elásticas del mecanismo hasta que se alcanza cierto valor de la corriente por la bobina (2.28). Aproximadamente 2.5 ms después, el contacto móvil golpea el contacto normalmente abierto generando ciertos rebotes. En total, el relé tarda unos 10 ms en realizar la conmutación completa, i.e., en abrir el contacto normalmente cerrado y cerrar el contacto normalmente abierto. En este aspecto, puede observarse que el comportamiento predicho por el modelo encaja casi perfectamente con las medidas experimentales.

El procedimiento se invierte durante la apertura del relé, donde el contacto móvil regresa a su posición original, abriendo el contacto normalmente abierto y cerrando el contacto normalmente cerrado. En este proceso, el tiempo necesario para empezar el movimiento es de aproximadamente 9 ms, el movimiento libre tarda 1 ms y los rebotes duran unos 2.5 ms. Se puede comprobar de nuevo que la predicción dada por el modelo encaja muy bien con los datos de los ensayos.

Los resultados del test a tensión de alimentación de 30 V se presentan en

las Figs. 3.7 a 3.9. Aunque la dinámica del sistema es similar a la del ensayo a 24 V, existen algunas diferencias debidas a las no linearidades, especialmente durante el cierre. En esta etapa, la corriente por la bobina alcanza el estado estacionario en unos 10 ms, más rápido que en el ensayo a 24 V. Sin embargo, puede observarse que el comportamiento durante la apertura es más similar al del ensayo previo. Similares conclusiones se extraen si se analizan las medidas de los contactos. Se observa que el cierre es más rápido, principalmente porque el movimiento del contacto móvil es iniciado antes, aunque el periodo de rebotes es ligeramente mayor. No obstante, la apertura es ligeramente más lenta debida al mayor nivel de corriente alcanzado en el cierre. Esta corriente crea un par magnético más elevado (2.28) que tarda más tiempo en ser superado por las fuerzas elásticas. A pesar de todas estas diferencias, el modelo proporciona una muy buena estimación de la dinámica del relé también para este ensayo.

Finalmente, las Tablas 3.2 y 3.3 recogen los tiempos de las principales etapas del movimiento en el cierre y la apertura. El proceso se ha dividido en tres tiempos diferentes: el tiempo necesario para comenzar el movimiento, el tiempo de movimiento libre y el tiempo de rebotes. La suma de los tres tiempos resulta en el tiempo total de conmutación. Las tablas presentan los resultados de ambos experimentos y también de las simulaciones correspondientes. Se demuestra una vez más la concordancia entre modelo y realidad.

	Ensayo	Comienzo del movimiento (ms)	Movimiento libre (ms)	$egin{array}{c} { m Rebotes} \ { m (ms)} \end{array}$
24 V	Experimental	7.16	2.43	0.57
24 V	Simulación	7.20	2.51	0.45
20 V	Experimental	4.72	1.15	0.65
	Simulación	4.91	1.08	0.60

Tabla 3.2: Fases del movimiento durante el cierre.

	Ensayo	Comienzo del movimiento (ms)	Movimiento libre (ms)	Rebotes (ms)
94 V	Experimental	9.22	0.82	2.54
24 V	Simulación	9.06	1.44	2.58
30 V	Experimental	9.93	1.39	2.97
JU V	Simulación	10.39	1.33	2.12

Tabla 3.3: Fases del movimiento durante la apertura.



Figura 3.4: Corriente por la bobina. Ensayo a 24 V. Medida experimental (línea continua) y simulación (línea discontinua).



Figura 3.5: Contacto normalmente cerrado (CNC). Ensayo a 24 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abajo).



Figura 3.6: Contacto normalmente abierto (CNA). Ensayo a 24 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abajo).



Figura 3.7: Corriente por la bobina. Ensayo a 30 V. Medida experimental (línea continua) y simulación (línea discontinua).



Figura 3.8: Contacto normalmente cerrado (CNC). Ensayo a 30 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abajo).



Figura 3.9: Contacto normalmente abierto (CNA). Ensayo a 30 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abajo).

Capítulo 4

Control

En este capítulo se describe una solución a los problemas presentes en relés electromecánicos basada en un método Run-to-Run. En primer lugar se formula el problema a resolver y, posteriormente, se describen las particularidades que deben tenerse en cuenta al aplicar métodos Run-to-Run sobre relés. A continuación se describen las entradas y salidas del sistema y el método utilizado. Finalmente se muestran resultados experimentales obtenidos sobre el relé Tyco RZ y se demuestra la versatilidad del algoritmo.

4.1. Formulación del problema

Como ya se introdujo en la motivación del trabajo, los relés y contactores electromecánicos presentan ciertas desventajas respecto a los interruptores de estado sólido. Estos pueden resumirse básicamente en tres: la existencia de componentes mecánicos sometidos a impactos y rebotes, el ruido generado en la conmutación y el tiempo de operación, que es notablemente mayor y con un comportamiento más aleatorio. Parece lógico pensar que dichos problemas serían minimizados si se pudiera controlar el movimiento del mecanismo. En este sentido, una trayectoria adecuada lograría que el dispositivo se moviera de forma más rápida, sin impactos y generando menos ruido.

La revisión del estado del arte realizada en este trabajo (sección 1.3) muestra no obstante que el problema de controlar este tipo de dispositivos todavía no ha sido resuelto, al menos de un modo satisfactorio. Las estrategias de control presentadas utilizan estimaciones no lineales de parámetros [11] de dudosa aplicación práctica o controles basados en reglas expertas [12, 17] con poca base científica. De hecho, alguna de las investigaciones solamente muestra resultados de simulación, y en aquellas que incluyen resultados experimentales se evidencia que los algoritmos no alcanzan los objetivos fijados. Afrontar correctamente el problema exige en primer lugar una adecuada formulación del mismo. Para ello, conviene recordar que el relé es un sistema dinámico sobre el que se puede actuar mediante la aplicación de una onda de tensión. Ondas diferentes dan lugar a conmutaciones diferentes con resultados diferentes. El objetivo a conseguir es minimizar una variable, e.g., el nivel de ruido generado, la duración de los rebotes, el tiempo total de conmutación o una función de las anteriores. Cualquiera de estas variables puede valorarse de forma escalar y depende de la trayectoria temporal y/o del estado final alcanzado por el sistema. Con esta información, resulta sencillo comprobar que el problema en cuestión puede contemplarse como un problema de optimización dinámica, cuya formulación genérica es la siguiente:

$$\min_{\boldsymbol{u}(t)} \quad J = \phi\left(\boldsymbol{x}\left(t_{f}\right)\right), \tag{4.1}$$

sujeto a:
$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) + \boldsymbol{d}(t), \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x_0},$$
 (4.2)

$$\boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{x}\left(t\right),\boldsymbol{u}\left(t\right)\right) \leq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{T}\left(\boldsymbol{x}\left(t_{f}\right)\right) \leq \boldsymbol{0}, \tag{4.3}$$

siendo J el valor escalar a minimizar, \boldsymbol{u} el vector de entradas del sistema, \boldsymbol{x} el vector de estados, con condiciones iniciales conocidas \boldsymbol{x}_0 y dinámica definida por la función vectorial \boldsymbol{F} , \boldsymbol{d} el vector de perturbaciones, t_f el tiempo final, ϕ la función de coste y \boldsymbol{S} y \boldsymbol{T} funciones vectoriales que definen, respectivamente, restricciones temporales y del estado final. Esta formulación es suficientemente general como para ser válida aunque la variable a minimizar no solo dependa del estado final sino también de la trayectoria seguida [36].

Debe destacarse en este punto que la formulación anterior no menciona en ningún momento la necesidad de controlar el movimiento del mecanismo. Esto es de especial importancia, pues realizar control sobre la posición de los componentes móviles del relé puede resultar extraordinariamente complicado y no tiene por qué ser la única solución del problema. Tampoco es estrictamente necesario medir o estimar la posición del mecanismo, lo cual supone una gran ventaja pues ambas tareas son realmente complejas [11].

Con el objetivo de especificar algo más el problema, conviene recordar también que el relé opera de forma repetitiva. Es decir, el problema (4.1)– (4.3) debe resolverse para todas y cada una de las repeticiones. También debe tenerse en cuenta que el dispositivo permite la introducción de sensores y el registro de ciertas variables durante la conmutación [37] que proporcionarían información útil de cara a la optimización. Estas medidas experimentales pueden procesarse para obtener un valor representativo de la variable a minimizar (ruido, rebotes, duración de la conmutación, etc.). No obstante, debe tenerse en cuenta que este valor solamente estaría disponible al finalizar la conmutación y no durante el desarrollo de la misma. Todas estas condiciones permiten reformular el problema, quedando del siguiente modo:
$$\min_{\boldsymbol{u}^{k}(t)} J^{k} = \gamma \left(\boldsymbol{y}^{k} \left(t_{f}^{k} \right) \right), \qquad (4.4)$$

sujeto a:
$$\dot{\boldsymbol{x}}^{k}(t) = \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{x}^{k}(t), \boldsymbol{u}^{k}(t)\right) + \boldsymbol{d}^{k}(t), \quad \boldsymbol{x}^{k}(0) = \boldsymbol{x}_{0}, \quad (4.5)$$

$$\boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{x}^{k}\left(t\right),\boldsymbol{u}^{k}\left(t\right)\right) \leq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{T}\left(\boldsymbol{x}^{k}\left(t_{f}^{k}\right)\right) \leq \boldsymbol{0}, \tag{4.6}$$

$$\boldsymbol{y}^{k}(t) = \boldsymbol{H}\left(\boldsymbol{x}^{k}(t)\right) + \boldsymbol{v}^{k}(t), \qquad (4.7)$$

dado:
$$\boldsymbol{y}^{i}(t), \quad \forall i < k,$$
 (4.8)

donde los superíndices $k \in i$ indican que la variable correspondiente pertenece a la repetición k-ésima o i-ésima, respectivamente, y donde y es el vector de medidas experimentales, H la función vectorial de salida, v el vector de ruido introducido en la medida y γ la nueva función de coste. Las demás variables tienen el mismo significado que antes pero aplicadas a la ejecución o repetición correspondiente.

Habiendo identificado correctamente el tipo de problema a resolver, el siguiente paso consiste en seleccionar un método adecuado para su resolución. Se ha recurrido a la clasificación descrita en las referencias [36] y [38] para procesos que operan de forma repetitiva y se ha determinado que en este caso debe aplicarse un método de tipo Run-to-Run. Estas técnicas, denominadas a veces de modo resumido como R2R, permiten controlar u optimizar procesos repetitivos que cumplan ciertas características. Aunque han sido aplicadas en la fabricación de semiconductores [24, 25], en la industria química [26, 27] y con fines médicos [28, 29], se desconoce cualquier tipo de aplicación previa sobre dispositivos electromecánicos. Para más información acerca de esta clase de estrategias de control y optimización puede consultarse el anexo A.

4.2. Control R2R en relés - Particularidades

Los dispositivos de tipo relé o contactor presentan ciertas particularidades frente a otros sistemas que operan de forma repetitiva. La principal diferencia reside en que, mientras que la fabricación del silicio, los procesos químicos o las terapias médicas ejecutan repetitivamente una misma tarea, los relés y contactores ejecutan realmente dos, que son el cierre y la apertura de los contactos. Los problemas presentes en el relé (sección 1.1) se dan en ambos procesos y, además, tiene que existir un cierre previo a cada apertura del relé. Sin embargo, ambos procesos están desacoplados y su control u optimización puede afrontarse en paralelo aunque de forma independiente.

Los algoritmos desarrollados en el trabajo aprovechan esta característica para ejecutar alternativamente dos tareas de control-optimización. Cada vez que se ejecuta un cierre, se toman las medidas experimentales necesarias y se ejecuta el código correspondiente a la optimización del cierre. Posteriormente, aprovechando que debe realizarse una apertura, se registran también las variables de interés durante dicho proceso y se ejecuta el código de optimización de la apertura. Para diferenciar ambas tareas y facilitar la lectura de la memoria, aquellas variables correspondientes a las tareas de cierre y apertura llevarán en el subíndice, respectivamente, la letra "c" o la letra "o" (por *closure* y *opening*, nombres de los procesos en inglés).

4.3. Selección de entradas y salidas

La aplicación de una estrategia de control R2R requiere que las entradas del sistema estén completamente determinadas antes de cada ejecución del proceso. El sistema sobre el que se actúa es el conjunto formado por el relé y el circuito de activación representado esquemáticamente en la Fig. 3.2. Se considera que la tensión de alimentación viene fijada y que por lo tanto la única entrada sobre la que se puede actuar es la señal de control. Partiendo de la señal de activación convencional, Fig. 4.1, en este trabajo se han definido y utilizado otras dos ondas de activación diferentes, Figs. 4.2 y 4.3. En cada una de estas figuras se muestran las ondas de control para cierre, $t \in [0, t_{switch})$, y para apertura, $t \in [t_{switch}, t_{end}]$. Además, puesto que el control R2R necesita que dichas ondas queden definidas por un conjunto de parámetros o variables de decisión, las figuras también muestran la parametrización escogida. Nótese que las ondas de cierre y de apertura acaban, respectivamente, con un tiempo indefinido en valor alto o bajo. Esto es necesario para que el relé mantenga su posición final, permaneciendo cerrado o abierto hasta que se realice el movimiento opuesto.

Siguiendo la notación del control R2R empleada en el anexo A, pueden definirse dos conjuntos de parámetros o variables de decisión para la señal de activación A,

$$\boldsymbol{\nu}_{A,c} = (t_{c,1} \ t_{c,2})^t, \qquad \boldsymbol{\nu}_{A,o} = (t_{o,1} \ t_{o,2})^t, \qquad (4.9)$$

y otros dos para la señal de activación B,

$$\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{B},\boldsymbol{c}} = \begin{pmatrix} t_{c,1} & t_{c,2} & t_{c,3} & t_{c,4} \end{pmatrix}^t, \qquad \boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{B},\boldsymbol{o}} = \begin{pmatrix} t_{o,1} & t_{o,2} & t_{o,3} & t_{o,4} \end{pmatrix}^t.$$
(4.10)

En cuanto a las salidas del sistema, el montaje experimental presentado en la sección 3.2 permite medir y registrar la tensión y la corriente de la bobina y el estado, abierto o cerrado, de los dos contactos. Adicionalmente, se ha introducido un micrófono electret preamplificado [37] que proporciona una tensión aproximadamente proporcional a la intensidad del sonido captado. A partir de estas salidas, el control R2R requiere que se definan una



Figura 4.1: Señal de activación convencional.



Figura 4.2: Señal de activación A. La onda de cierre queda parametrizada por los tiempos $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$ y la de apertura por $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura 4.3: Señal de activación B. La onda de cierre queda parametrizada por los tiempos $t_{c,1}$, $t_{c,2}$, $t_{c,3}$ y $t_{c,4}$ y la de apertura por $t_{o,1}$, $t_{o,2}$, $t_{o,3}$ y $t_{o,4}$.

o varias variables escalares de valoración de cada repetición del proceso. En este trabajo se han utilizado dos variables de valoración distintas, una de ellas relacionada con los rebotes y la otra con la cantidad de ruido generado. Con respecto a la primera, se ha desarrollado un código que, a partir de las medidas de los dos contactos, obtiene la duración de los rebotes durante el cierre, $t_{b,c}$, y durante la apertura, $t_{b,o}$ (Fig. 4.4). La segunda variable de valoración se obtiene a partir de la tensión en el micrófono v_{mic} . Puesto que esta tensión toma valores positivos y negativos (Fig. 4.5), las valoraciones vinculadas al ruido en el cierre, ρ_c , y en la apertura, ρ_o , se han definido como integrales del valor cuadrático de v_{mic} .

$$\rho_c = \int_0^{t_{c,total} + \tau_m} v_{mic}^2 \, dt, \qquad \rho_o = \int_{t_{switch}}^{t_{switch} + t_{o,total} + \tau_m} v_{mic}^2 \, dt, \qquad (4.11)$$

donde τ_m es un tiempo de margen suficientemente grande para registrar todo el ruido generado en la conmutación. En el trabajo se ha usado $\tau_m = 10$ ms. Finalmente, a partir de las variables anteriores, se definen los dos conjuntos de valoración para cierre y apertura como

$$\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{c}} = (t_{b,c} \ \rho_c)^{t}, \qquad \boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{o}} = (t_{b,o} \ \rho_o)^{t}. \tag{4.12}$$



Figura 4.4: Tensión y corriente en la bobina y estado de los contactos CNC y CNA en una conmutación convencional ($V_{dc}=25V, t_{switch}=25ms, t_{end}=65ms$). Se indica el tiempo de rebotes en el cierre, $t_{b,c}$, y en la apertura, $t_{b,o}$.



Figura 4.5: Tensión en el micrófono en una conmutación convencional $(V_{dc}=25\text{V}, t_{switch}=25\text{ms}, t_{end}=65\text{ms}).$

4.4. Selección del método R2R

Una vez determinadas las variables de decisión y de valoración del sistema, el siguiente paso al aplicar técnicas R2R consiste en valorar la posibilidad de construir un modelo de la planta. De acuerdo con la definición del problema (A.8)–(A.11), esta tarea se corresponde con modelar la función \mathcal{F} que relaciona directamente las variables de decisión, $\boldsymbol{\nu}$, con las de valoración, $\boldsymbol{\psi}$. Aunque en este mismo trabajo se ha desarrollado un modelo dinámico para relés (capítulo 2) que permite obtener las salidas del sistema, $\boldsymbol{y}(t)$, en función de las entradas, $\boldsymbol{u}(t)$, la utilidad de este modelo físico en el control R2R es limitada. Varios son los motivos que dificultan su uso. En primer lugar, que dicho modelo no relaciona directamente las variables de valoración y las de decisión, sino que requiere ejecutar la simulación temporal completa como paso intermedio. Mediante este procedimiento, realizar una inversión del modelo que permita obtener las entradas óptimas (véase sección A.2) resulta prácticamente imposible. Adicionalmente, el modelo no permite evaluar las variables de valoración relacionadas con el ruido, ρ_c y ρ_o , ya que la generación de sonido en el dispositivo no ha sido modelada. Como consecuencia, la utilización de este modelo en la tarea de control ha sido descartada.

En su lugar, se ha tomado la señal de activación A (Fig. 4.2), tanto para cierre como para apertura, y se ha realizado un barrido paramétrico experimental sobre el relé RZ para estudiar la posibilidad de construir algún modelo empírico [39]. Se ha escogido esta señal y no la señal B porque, al depender únicamente de dos parámetros para el cierre y otros dos para la apertura, permite una representación de la respuesta del sistema mediante gráficos tridimensionales de superficie. Como muestra, la Fig. 4.6 representa la respuesta en el cierre, valorada mediante la duración de los rebotes $(t_{b,c})$ en función de las variables de decisión de la señal A $(t_{c,1} ext{ y } t_{c,2})$. En el anexo C pueden encontrarse gráficas adicionales que muestran la respuesta del relé RZ, para cierre y apertura, expresada mediante todas las variables de valoración estudiadas (Figs. C.1 y C.2).

Los resultados obtenidos evidencian que, al aplicar la señal de activación A, la relación entre las variables de decisión y las de valoración dista mucho de ser lineal. Por este motivo, se descarta utilizar un modelo lineal como el empleado en el control R2R con filtro EWMA (sección A.2). Algunos modelos cuadráticos también han sido propuestos y utilizados en ciertos trabajos de investigación [24, 25], pero dada la forma de las respuestas obtenidas, estos tampoco parecen ser los adecuados. Adicionalmente, la existencia de varios mínimos locales e incluso de alguna posible discontinuidad (nótese el fuerte cambio de valor en la superficie de $t_{b,c}$) dificulta todavía más si cabe la tarea de modelado.

En este punto, resulta necesario recordar que únicamente se ha analizado la respuesta del sistema frente a la señal de activación A. Además, este análisis sólo ha considerado la respuesta de dos variables de valoración específicas con respecto a una parametrización concreta de la señal. Es decir, si se realizara una parametrización distinta o si la evaluación del sistema fuera mediante otras variables, la respuesta sería diferente. A todo esto debe añadirse la posibilidad de utilizar ondas distintas, como la señal de activación B, o incluso



Figura 4.6: Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc} = 25$ V). Se representa la variable de valoración $t_{b,c}$ en función de $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.

la aplicación de estas sobre otros modelos de relés. Por todos estos motivos, dadas la complejidad del modelado y la gran cantidad de casos distintos y en busca de un método que aporte una elevada versatilidad, la utilización de un método R2R explícito basado en un modelo del sistema se ha descartado definitivamente.

Así pues, la única alternativa viable es usar un método R2R directo que no requiera un modelo de la planta (véase sección A.3). Dentro de las dos alternativas existentes, se ha optado por utilizar un algoritmo de búsqueda directa, pues la posible presencia de discontinuidades en la respuesta es incompatible con el cálculo de derivadas o gradientes. Todos los algoritmos de búsqueda directa o *pattern search* se basan en la misma idea que G. Box [20]planteara en la década de los 50: evaluar experimentalmente varios puntos en el entorno del actual y, en caso de encontrar un punto con una mejor respuesta, trasladar la operación a dicho punto. Existen numerosas variantes en función de la malla o patrón que define los puntos a evaluar, la adaptación de dicha malla a los resultados obtenidos y los criterios de aceptación de un punto [40]. Las particularidades propias de los relés y los contactores (sección 4.2) han hecho necesario desarrollar un algoritmo de búsqueda directa específico para este trabajo que puede consultarse en el anexo B. En cualquier caso, todos estos algoritmos requieren fijar las siguientes variables antes de su ejecución, que en este caso han debido ser particularizadas para el proceso de cierre y para el de apertura:

• Malla o patrón de puntos evaluados M. Consiste en un conjunto de n vectores δ^i , $1 \leq i \leq n$, que al multiplicarse por la escala de malla α y sumarse al punto actual definen el conjunto de puntos a evaluar en cada iteración.

En este trabajo se han utilizado mallas en cruz que, para un problema de optimización de m parámetros o variables de diseño, están formadas por n = 2m vectores cuya obtención es como sigue. Sea λ^i , $1 \le i \le m$, la longitud característica de la malla para el parámetro i, y sea λ el vector cuyas componentes son dichas longitudes características. Entonces, cada vector δ^i de la malla puede obtenerse como la *i*-ésima columna de la matriz A,

$$A_{m \times 2m} = diag(\boldsymbol{\lambda}) \cdot [I_m, -I_m], \qquad (4.13)$$

donde $diag(\lambda)$ representa la matriz diagonal construida con los elementos de λ e I_m es la matriz identidad de dimensión m.

- Escala inicial α_0 , máxima α_{max} y mínima α_{min} de la malla.
- Factor de ampliación de malla ϵ . Valor por el que se multiplica la escala de la malla α al encontrar un punto mejor que el actual. En el caso de que no se encuentre ningún punto con estas características, la escala de malla se multiplica por el factor de reducción de malla, que normalmente se define como $1/\epsilon$. En el trabajo se ha usado el valor $\epsilon = 2$.
- Punto de evaluación inicial ν_0 .
- Límites mínimos ν_{min} y máximos ν_{max} de los parámetros o variables de decisión.

Adicionalmente, también deben definirse las siguientes funciones, todas ellas igualmente particularizadas para cierre y para apertura:

- V, que define las entradas del sistema u(t) en función de las variables o parámetros de decisión ν . En este trabajo estas funciones están implícitamente descritas mediante las Figs. 4.2 y 4.3.
- \boldsymbol{W} , que determina el valor de las variables de valoración $\boldsymbol{\psi}$ en función de las salidas del sistema $\boldsymbol{y}(t)$. Se han descrito igualmente en la sección 4.3.
- η , que define el coste J de cada ejecución del proceso en función de las variables de valoración ψ . En este trabajo se han minimizado dos costes diferentes para el cierre, $J_{c,1}$ y $J_{c,2}$, y dos para la apertura, $J_{o,1}$

y $J_{o,2}$, que por simplicidad se han definido iguales a las variables de valoración estudiadas,

$$J_{c,1} = \eta_{c,1}(\psi_c) = t_{b,c}, \tag{4.14}$$

$$J_{c,2} = \eta_{c,2}(\psi_c) = \rho_c,$$
(4.15)

$$J_{o,1} = \eta_{o,1}(\boldsymbol{\psi}_{o}) = t_{b,o}, \tag{4.16}$$

$$J_{o,2} = \eta_{o,2}(\psi_o) = \rho_o.$$
 (4.17)

Dicho de otro modo, se ha tratado de minimizar bien el tiempo de rebotes o bien el ruido generado, pero no ambos simultáneamente.

4.5. Aplicación sobre el relé RZ

El algoritmo de búsqueda directa desarrollado se ha aplicado sobre una unidad del relé RZ para validar su funcionamiento. A pesar de que dicho algoritmo no necesita de forma estricta un modelo del sistema, en este caso se ha aprovechado el modelo existente (capítulo 2) para evaluar variables como la posición del mecanismo, que actualmente no puede medirse en el dispositivo real, y definir así unas regiones razonables de búsqueda. De este modo se han fijado los valores máximos y mínimos permitidos para los parámetros del cierre y de la apertura, $\nu_{c,max}$, $\nu_{c,min}$, $\nu_{o,max}$ y $\nu_{o,min}$ y los puntos iniciales de la búsqueda, $\nu_{c,0}$ y $\nu_{o,0}$, se han tomado de forma aleatoria en su interior. Además, en base a estas regiones también se han definido las longitudes características de las mallas M_c y M_o ,

$$\boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{c}} = 0.5 \left(\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{c}, \boldsymbol{max}} - \boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{c}, \boldsymbol{min}} \right), \qquad (4.18)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{o}} = 0.5 \left(\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{o}, \boldsymbol{max}} - \boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{o}, \boldsymbol{min}} \right), \qquad (4.19)$$

y sus escalas iniciales ($\alpha_{c,0} = \alpha_{o,0} = 0.25$), máximas ($\alpha_{c,max} = \alpha_{o,max} = 1$) y mínimas ($\alpha_{c,min} = \alpha_{o,min} = 10^{-3}$).

La Tabla 4.1 recoge los principales resultados obtenidos. En ella se muestra una comparativa de la valoración del sistema al aplicar la señal convencional y al aplicar las señales óptimas encontradas por el algoritmo. Cada una de las columnas se corresponde con la minimización de uno de los costes (4.14)-(4.17). Puesto que las señales A y B se optimizaron en días diferentes y las condiciones del montaje experimental (temperatura, posición del micrófono respecto al relé) son difícilmente reproducibles, los resultados de cada señal se presentan junto a valoraciones de la señal convencional tomadas el mismo día en las mismas condiciones. Esta es la razón por la que aparecen dos resultados ligeramente diferentes de esta señal.

A. The second se	Minimización de rebotes		Minimización Minimización de rebotes del ruido		ización ·uido
Activación	Cierre $t_{b,c}$ (ms)	Apertura $t_{b,o} (ms)$	Cierre $\rho_c \ (mV^2s)$	Apertura $\rho_o \ (mV^2s)$	
Convencional	1,456	3,295	$1,635 \cdot 10^{-2}$	$1,088 \cdot 10^{-2}$	
Señal A	0,073	$0,\!295$	$1,046 \cdot 10^{-2}$	$0,208 \cdot 10^{-2}$	
Reducción	$94{,}99\%$	$91{,}04\%$	$33,\!47\%$	$80,\!11\%$	
Convencional	1,513	3,329	$1,\!629\!\cdot\!10^{-2}$	$1,035 \cdot 10^{-2}$	
Señal B	$0,\!064$	$0,\!108$	$0,893{\cdot}10^{-2}$	$0,\!066{\cdot}10^{-2}$	
Reducción	$95,\!79\%$	96,75%	$45{,}18\%$	$93{,}63\%$	

Tabla 4.1: Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé RZ. $V_{dc}=25$ V. Valores promedios de 50 conmutaciones.

Con respecto a los resultados al minimizar la duración de los rebotes, puede comprobarse que las dos señales propuestas consiguen una reducción drástica de más del 90 %, tanto en el cierre $(t_{b,c})$ como en la apertura $(t_{b,o})$, siendo algo mejores los resultados con la señal B. En cuanto a la minimización del ruido, nótese que la mejora conseguida es considerablemente mayor en la apertura (ρ_o), que en el cierre (ρ_c). Esto puede estar relacionado con las posibilidades de control que ofrece el dispositivo, pues el par electromagnético que genera la bobina (2.28) siempre se genera en el sentido del movimiento de cierre. Es decir, mientras que en el movimento de apertura se puede actuar para frenar el mecanismo, en el movimiento de cierre solamente se puede dejar de aplicar par electromagnético, siendo las fuerzas elásticas y de rozamiento las únicas fuentes de frenado. En cualquier caso, ambas señales proporcionan mejoras significativas respecto a la señal convencional. La Fig. 4.7 muestra, como representación de los resultados, una conmutación convencional y una con la señal de activación B obtenida para minimizar los rebotes. En el anexo C pueden encontrarse gráficas correspondientes al resto de conmutaciones óptimas (Figs. C.7 a C.10) y también algunas figuras que muestran la trayectoria seguida por el algoritmo en el espacio definido por las variables de decisión (solamente para la señal A, Figs. C.3 a C.6).

Los resultados obtenidos demuestran que las estrategias de control u optimización R2R, que hasta este trabajo no habían sido aplicadas sobre dispositivos electromecánicos, pueden ser una solución eficaz para este tipo de problema. No obstante, es necesario destacar que se han encontrado algunos problemas relacionados con el algoritmo de optimización. Tal y como se explica en alguna referencia [38], los métodos de búsqueda directa presentan



Figura 4.7: Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=25$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .

una convergencia muy lenta. En este caso, el algoritmo ha necesitado más de 50 iteraciones, con sus correspondientes evaluaciones experimentales, para encontrar los puntos óptimos de la señal de activación A. Con respecto a la señal B, que depende de 4 parámetros en lugar de 2, los resultados todavía son peores, pues se han llegado a necesitar en algún caso más de 100 iteraciones. Además, el algoritmo ha quedado atrapado varias veces en mínimos locales de los que no ha conseguido salir, lo que ha ocurrido especialmente al optimizar la señal B. De todos modos, estos problemas de convergencia no resultan especialmente perjudiciales para la aplicación final, ya que una vez encontrado el punto óptimo en el laboratorio, este puede ser utilizado como punto inicial de las optimizaciones posteriores, obteniendo de este modo una convergencia mucho más rápida y evitando caer en mínimos locales.

Para finalizar la sección, conviene destacar un resultado interesante sobre la relación entre los rebotes y el ruido. Aunque se sabía que ambos fenónemos estaban relacionados, pues una mayor cantidad de rebotes siempre genera más sonido, los resultados indican que la relación no es unívoca. Esto puede comprobarse, e.g., en que los puntos óptimos para reducir los rebotes o el ruido no son los mismos. Es decir, el punto de mínima duración de rebotes genera más ruido que el de mínimo ruido, que a su vez genera más rebotes que el primero. Esto lleva a dos conclusiones importantes. La primera, que no se pueden minimizar simultáneamente ambas variables, por lo que deberá establecerse un compromiso que dependerá de la aplicación final. Y la segunda, que no todo el ruido se debe a los rebotes de los contactos, por lo que existe al menos una segunda fuente de sonido en el relé RZ. En relación con esta última, un Trabajo Fin de Grado vinculado a esta misma investigación [37] sugiere que dicho ruido está provocado por impactos de la armadura móvil sobre la armadura fija (véase Fig. 2.1) que ocurren en instantes distintos que los rebotes de los contactos.

4.6. Versatilidad de la propuesta.

En los objetivos del trabajo (sección 1.2) se propuso que las estrategias de control desarrolladas deberían ser versátiles, es decir, que pudieran adaptarse a distintas condiciones de funcionamiento e incluso funcionar con varios modelos de relé. Los resultados obtenidos en la sección previa han demostrado que el método R2R basado en búsqueda directa es versátil al menos en cuanto a las condiciones de funcionamiento. En este sentido, el algoritmo ha sido ejecutado sobre el relé RZ para optimizar dos señales de activación diferentes (señales A y B) buscando reducir dos variables diferentes (rebotes o ruido), y en todos estos casos se ha conseguido un funcionamiento mejor que con la señal de activación convencional.

Adicionalmente, aunque estos resultados no se presentan en la memoria, se ha comprobado que el algoritmo es también eficaz al usar distintas tensiones de alimentación (20, 25 y 30V), varias resistencias de sensado (10 y 100 Ω) e incluso variantes del circuito de protección de la bobina [35]. Esta capacidad de adaptación se debe principalmente a haber tenido en cuenta la gran cantidad de casos que podían presentarse y, en consecuencia, haber seleccionado un método R2R no basado en modelo (sección 4.4).

Así pues, solo falta por analizar la versatilidad del algoritmo al ser aplicado sobre otros modelos de relé. Para ello se han seleccionado otros dos modelos del fabricante Tyco, modelos PBH y T9, que también están presentes en cocinas de inducción del grupo BSH. Como el método de optimización no se basa en ningún modelo ni tiene en cuenta ninguna característica particular del relé RZ, no existe en principio ninguna limitación para aplicarlo sobre estos dispositivos. No obstante, sí es cierto que el modelo desarrollado en este trabajo (capítulo 2) ha sido utilizado para definir las regiones de búsqueda en las optimizaciones del relé RZ. En este caso no se tiene un modelo dinámico de los relés, así que antes de ejecutar el algoritmo se han realizado varios barridos paramétricos experimentales similares a los realizados sobre una unidad RZ en la sección 4.4. Las gráficas que muestran las respuestas de estos dispositivos al aplicar la señal de activación A pueden encontrarse en el anexo C (Figs. C.11 y C.12 para el modelo PBH, Figs. C.21 y C.22 para el modelo T9). Posteriormente se han definido unas regiones razonables de búsqueda a partir de estos barridos y se ha seleccionado el punto inicial de forma aleatoria en su interior.

Los principales resultados obtenidos con estos modelos de relé se presentan en las Tablas 4.2 y 4.3. Además, en el anexo C también se incluye una gran cantidad de gráficas con resultados adicionales (Figs. C.13 a C.20 para el modelo PBH, Figs. C.23 a C.30 para el modelo T9). En los resultados presentados en las tablas puede comprobarse que, a pesar de que la duración de los rebotes y el ruido generado son bastante diferentes a los del modelo RZ, las mejoras alcanzadas al aplicar el algoritmo son muy similares a las conseguidas con dicho relé. Como resultado interesante debe destacarse la gran mejora conseguida en el relé PBH al tratar de reducir el ruido. Mientras que en el proceso de cierre del relé RZ se conseguía una reducción máxima del 45%, en este modelo la reducción alcanza el 82%. También es notable el hecho de que la señal B obtiene peores resultados para alguno de los costes. Puesto que la señal A puede considerarse como un caso particular de la señal B $(t_{c,3} = t_{c,4} = t_{o,3} = t_{o,4} = 0)$, y por lo tanto los resultados de la primera deberían ser igualmente alcanzables por la segunda, la única explicación posible es que el algoritmo haya quedado atrapado en algún mínimo

local. En este sentido, vuelven a quedar patentes algunos de los problemas del algoritmo, especialmente a la hora de ajustar la señal B.

En cualquier caso, se ha demostrado una vez más que el algoritmo desarrollado es eficaz y versátil y que los métodos R2R pueden ser utilizados para controlar dispositivos electromecánicos de tipo relé.

	Minimización de rebotes		Minimización de rebotes		Minim del r	ización ·uido
	Cierre	Apertura	Cierre	Apertura		
Activación	$t_{b,c} (\mathrm{ms})$	$t_{b,o} (\mathrm{ms})$	$\rho_c \; (\mathrm{mV^2s})$	$\rho_o (\mathrm{mV^2s})$		
Convencional	1,943	9,388	$5,\!276{\cdot}10^{-3}$	$5,926 \cdot 10^{-3}$		
Señal A	0,328	$0,\!485$	$0,931 \cdot 10^{-3}$	$0,\!138{\cdot}10^{-3}$		
Reducción	$83,\!09\%$	$94{,}83\%$	$82{,}36\%$	$97{,}66\%$		
Convencional	2,101	8,740	$6,\!675{\cdot}10^{-3}$	$8,877 \cdot 10^{-3}$		
Señal B	0,221	$0,\!126$	$1,\!468{\cdot}10^{-3}$	$0,358{\cdot}10^{-3}$		
Reducción	$89,\!47\%$	$98,\!56\%$	$78,\!00\%$	$95{,}97\%$		

Tabla 4.2: Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé PBH. $V_{dc}=12$ V. Valores promedios de 10 conmutaciones.

	Minimización de rebotes		Minimización del ruido	
Activación	Cierre $t_{b,c} (ms)$	Apertura $t_{b,o} (ms)$	$\begin{array}{c} \text{Cierre} \\ \rho_c \ (\text{mV}^2\text{s}) \end{array}$	Apertura $\rho_o \ (mV^2s)$
Convencional	0,1681	8,267	$7,878 \cdot 10^{-3}$	$1,163 \cdot 10^{-2}$
Señal A	0,0000	$0,\!667$	$5,\!289{\cdot}10^{-3}$	$0,\!455{\cdot}10^{-2}$
Reducción	100%	$91{,}93\%$	$32,\!86\%$	$60,\!88\%$
Convencional	0,1719	8,016	$7,535 \cdot 10^{-3}$	$1,211 \cdot 10^{-2}$
Señal B	0,0000	$2,\!190$	$5,\!414{\cdot}10^{-3}$	$0,\!394{\cdot}10^{-2}$
Reducción	100%	$72,\!68\%$	$28,\!15\%$	$67,\!46\%$

Tabla 4.3: Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé T9. $V_{dc}=24$ V. Valores promedios de 10 conmutaciones.

Capítulo 4. Control

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras

5.1. Conclusiones

En este Trabajo Fin de Máster se ha estudiado la posibilidad de reducir o eliminar los problemas presentes en dispositivos electromecánicos de tipo relé o contactor. Los principales objetivos del mismo se pueden resumir en (1) la construcción de un modelo dinámico y su validación experimental y (2) la propuesta de estrategias de control que mejoraran el funcionamiento de este tipo de sistemas.

Como primer paso en la investigación se ha realizado una completa revisión del estado del arte en lo relativo al modelado y control de relés electromecánicos. Respecto a la primera cuestión, se han encontrado distintas alternativas para modelar tanto la parte electromagnética como la correspondiente al movimiento del mecanismo. En función del grado de precisión deseado, puede optarse por técnicas con bajo coste computacional, como los circuitos magnéticos equivalentes o los mecanismos de sólido rígido, o por modelos de elevada precisión y grandes necesidades de cálculo, como los modelos basados en el método de los elementos finitos. En cuanto al control, puede concluirse que ninguna de las opciones presentes en la literatura ha ofrecido una solución satisfactoria hasta la fecha, bien porque los resultados mostrados provienen únicamente de simulaciones o bien porque no cumplen con los objetivos fijados.

A continuación se ha presentado el modelo desarrollado, analizando por separado las dinámicas electromagnética y mecánica. Con el objetivo de que el modelo tuviera un bajo coste computacional y permitiera realizar gran cantidad de simulaciones, se ha optado por modelar la parte electromagnética mediante un circuito magnético equivalente. No obstante, se ha utilizado una variante de la ecuación de Froelich (2.6) que ha permitido incorporar al modelo el fenómeno de saturación magnética. Las ecuaciones dinámicas se han obtenido calculando la reluctancia total del sistema, mientras que un balance energético posterior ha permitido obtener el valor del par magnético que actúa sobre la armadura móvil. Como resultado interesante de este apartado, puede destacarse que la ecuación (2.28) indica que dicho par siempre actúa en la dirección del cierre, independientemente del sentido del flujo o de la corriente. Es decir, el modelo ha permitido saber que no se puede aplicar par magnético para abrir el mecanismo, sino solamente para cerrarlo.

En cuanto a la dinámica mecánica, se ha optado por utilizar un mecanismo de sólido rígido de dos grados de libertad. Este tipo de modelo ha permitido analizar el complejo movimiento del relé RZ con mucha mayor precisión que si se hubiera empleado un mecanismo de un solo grado de libertad. Los rebotes de los contactos han sido modelados mediante conjuntos muelleamortiguador que solamente actúan cuando el contacto móvil sobrepasa los límites fijados por los contactos fijos.

El modelo se ha implementado en Matlab Simulink y posteriormente se ha realizado una validación experimental del mismo. Para ello, se ha diseñado un circuito de activación y se han realizado varios ensayos experimentales a distintas tensiones de alimentación. Se han presentado resultados gráficos y numéricos y se ha demostrado que el modelo refleja correctamente la dinámica del sistema, tanto en la parte electromagnética como en la mecánica.

En el último tema se ha presentado una solución para controlar el funcionamiento de los relés y los contactores a través de un método Run-to-Run. Este tipo de técnicas, que combinan ideas de los campos de la optimización y del control, aprovechan el funcionamiento repetitivo de un proceso para optimizar o controlar sus salidas. Numerosos resultados experimentales han demostrado que estos métodos, que no habían sido aplicados sobre dispositivos electromecánicos hasta este trabajo, son eficaces y mejoran notablemente lo conseguido en trabajos previos, al menos en lo relativo a reducir los rebotes o el ruido del dispositivo. Además, el algoritmo propuesto ha demostrado una gran versatilidad, pues ha funcionado bajo diversas condiciones de funcionamiento y sobre varios modelos distintos de relé. Los estudios experimentales llevados a cabo en este capítulo también han permitido saber que los rebotes y el ruido generado en el relé no tienen una relación unívoca. Dicho de otra forma, se ha descubierto que no todo el ruido se debe a los rebotes de los contactos, lo que implica que ambas variables no puedan ser minimizadas de forma simultánea.

Finalmente, como resultado adicional, debe destacarse que se ha elaborado un artículo científico [41], relacionado con los capítulos de modelado y validación experimental, que ha sido admitido para presentación oral en el Industry Applications Society Annual Meeting de este año.

5.2. Líneas futuras

Este Trabajo Fin de Máster se engloba dentro de una investigación de largo recorrido enfocada hacia una tesis doctoral. Como tal, lo presentado en la memoria forma solo la base de dicha investigación y existen varias líneas futuras de trabajo que están siendo valoradas y que se explican a continuación:

- Análisis de métodos Run-to-Run alternativos. En este trabajo se ha aplicado un método R2R basado en búsqueda directa obteniendo resultados satisfactorios. No obstante, la lenta convergencia del método implementado podría suponer un inconveniente si el punto inicial de la búsqueda se encuentra lejos del óptimo. Por este motivo, se valora la posibilidad de usar o diseñar alguna estrategia R2R alternativa.
- Diseño y aplicación de nuevas señales de activación. Aunque las señales utilizadas en este trabajo han demostrado mejorar las prestaciones de los relés, estas únicamente son dos posibilidades que, obviamente, no tienen por qué ser las óptimas. En este aspecto, el modelo dinámico desarrollado podrá aportar información interesante sobre qué tipo de ondas deberían aplicarse sobre el dispositivo para conseguir un comportamiento óptimo.
- Optimización del diseño de relés electromecánicos. Los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo R2R sobre distintos modelos de relé (sección 4.6) indican que su diseño constructivo influye considerablemente en los resultados que pueden llegar a alcanzarse. En este sentido, se ha demostrado, e.g., que las posibilidades de reducción del ruido en el relé PBH son mucho mayores que en los modelos RZ o T9. Se estudiará por lo tanto qué factores de diseño favorecen el control del dispositivo. Para ello podrá utilizarse igualmente el modelo dinámico presentado en la memoria.
- Análisis estadístico del comportamiento e incorporación del mismo a las estrategias de control. Los relés electromecánicos presentan un comportamiento con un cierto componente estocástico que hace que no siempre se comporten del mismo modo. Puede resultar interesante estudiar dicho comportamiento mediante técnicas estadísticas e incluso incorporar esta variabilidad en las técnicas de control a desarrollar [42].
- Construcción de modelos y diseño de estrategias de control para otros sistemas electromecánicos. El modelo teórico y las estrategias de control

desarrolladas en el trabajo son fácilmente adaptables a otros dispositivos electromecánicos. En relación con este punto, debe comentarse que este trabajo ha servido como punto de partida para un Trabajo Fin de Grado [34] cuyos objetivos son modelar y controlar una electroválvula de seguridad para encimeras de gas.

 Búsqueda de sensores e implementación de un banco de ensayos que permita medir la posición de los componentes móviles del dispositivo. Toda la problemática presente en los relés y contactores está relacionada, de un modo u otro, con el movimiento de su mecanismo. Pese a su evidente interés, actualmente no se dispone de ningún sensor que proporcione una medida de dicha variable. Otro Trabajo Fin de Grado vinculado a esta investigación [37] está valorando distintas alternativas para solucionar dicho problema.

Bibliografía

- A. Cortés, "Control inteligente de relé electromecánico para mejora de prestaciones," Proyecto Fin de Carrera, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2013.
- [2] D. Vera, "Plataforma de calibración de señales para la activación dinámica de relés," Trabajo Fin de Máster, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2013.
- [3] Resonant Switching Series. Reverse conducting IGBT with monolithic body diode IHW40N65R5, Infineon, Sept. 12th 2014, datasheet Rev. 2.1.
- [4] I. Millán, D. Puyal, J. Burdío, O. Lucía, D. Palacios et al., "Igbt selection method for the design of resonant inverters for domestic induction heating," in 13th European Conf. Power Electron. and Applicat. IEEE, 2009, pp. 1–7.
- [5] P. Barkan, "A study of the contact bounce phenomenon," IEEE Trans. Power App. Syst., no. 2, pp. 231–240, 1967.
- [6] J. W. McBride, "Electrical contact bounce in medium-duty contacts," *IEEE Trans. Compon. Hybrids, Manuf. Technol.*, vol. 12, no. 1, pp. 82– 90, 1989.
- [7] T. S. Davies, H. Nouri, and F. W. Britton, "Towards the control of contact bounce," *IEEE Trans. Compon. Packag. Manuf. Technol. A*, vol. 19, no. 3, pp. 353–359, 1996.
- [8] H. Nouri, N. Larsen, and T. Davies, "Contact bounce simulation using matlab," in *Proc. 43rd IEEE Holm Conf. Elect. Contacts.* IEEE, 1997, pp. 284–288.
- [9] M. Amrhein and P. T. Krein, "3-d magnetic equivalent circuit framework for modeling electromechanical devices," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 2, pp. 397–405, 2009.

- [10] J.-R. Riba Ruiz and A. Garcia Espinosa, "A novel parametric model for ac contactors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 9, pp. 2215–2218, 2008.
- [11] A. G. Espinosa, J.-R. Riba Ruiz, and X. A. Morera, "A sensorless method for controlling the closure of a contactor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 10, pp. 3896–3903, 2007.
- [12] H. Lin, X. Wang, S. Fang, P. Jin, and S. Ho, "Design, optimization, and intelligent control of permanent-magnet contactor," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 11, pp. 5148–5159, 2013.
- [13] Z. Guofo, W. Qiya, and R. Wanbin, "An output space-mapping algorithm to optimize the dimensional parameter of electromagnetic relay," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 9, pp. 2194–2199, 2011.
- [14] D. Wattiaux and O. Verlinden, "Modelling of the dynamic behaviour of electromechanical relays for the analysis of sensitivity to shocks and vibrations," *Exp. Mech.*, vol. 51, no. 9, pp. 1459–1472, 2011.
- [15] Z. Guofu, W. Qiya, Y. Wenying, and L. Huimin, "Permanent-magnet equivalent model of calculating relay's static attractive torque characteristics by finite element method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 9, pp. 2467–2471, 2012.
- [16] X. Jun, H. Jun-jia, and Z. Chun-yan, "A dynamic model of electromagnetic relay including contact bounce," in 2008 Int. Conf. Elect. Mach. and Syst. IEEE, 2008, pp. 4144–4149.
- [17] P. M. dos Santos Dias de Moraes and A. J. Perin, "An electronic control unit for reducing contact bounce in electromagnetic contactors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 2, pp. 861–870, 2008.
- [18] K. Austin and J. Wagner, "Development of an electromagnet excited mass-pendulum system modeling and control laboratory experimenttheory and test," in 2013 European Control Conf. IEEE, 2013, pp. 256–261.
- [19] S. K. Chung, C. R. Koch, and A. F. Lynch, "Flatness-based feedback control of an automotive solenoid valve," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 15, no. 2, pp. 394–401, 2007.
- [20] G. E. Box, "Evolutionary operation: A method for increasing industrial productivity," J. R. Stat. Soc. Ser. C, pp. 81–101, 1957.

- [21] Y. Wang, F. Gao, and F. J. Doyle, "Survey on iterative learning control, repetitive control, and run-to-run control," J. Process Control, vol. 19, no. 10, pp. 1589–1600, 2009.
- [22] E. Del Castillo and A. M. Hurwitz, "Run-to-run process control: literature review and extensions," J. of Quality Technology, vol. 29, no. 2, p. 184, 1997.
- [23] W. J. Campbell, S. K. Firth, A. J. Toprac, and T. F. Edgar, "A comparison of run-to-run control algorithms," in *Proc. 2002 Amer. Control Conf.*, vol. 3. IEEE, 2002, pp. 2150–2155.
- [24] S. W. Butler, J. Stefani *et al.*, "Supervisory run-to-run control of polysilicon gate etch using in situ ellipsometry," *IEEE Trans. Semicond. Manuf*, vol. 7, no. 2, pp. 193–201, 1994.
- [25] E. D. Castillo and J.-Y. Yeh, "An adaptive run-to-run optimizing controller for linear and nonlinear semiconductor processes," *IEEE Trans. Semicond. Manuf.*, vol. 11, no. 2, pp. 285–295, 1998.
- [26] E. Zafiriou and J.-M. Zhu, "Optimal control of semi-batch processes in the presence of modeling error," in *Proc. 1990 Amer. Control Conf.* IEEE, 1990, pp. 1644–1649.
- [27] T. L. Clarke-Pringle and J. F. MacGregor, "Optimization of molecularweight distribution using batch-to-batch adjustments," *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 37, no. 9, pp. 3660–3669, 1998.
- [28] R. Good, J. Hahn, T. Edison, and S. J. Qin, "Drug dosage adjustment via run-to-run control," in *Proc. 2002 Amer. Control Conf.*, vol. 5. IEEE, 2002, pp. 4044–4049.
- [29] C. Owens, H. Zisser, L. Jovanovic, B. Srinivasan, D. Bonvin, and F. J. Doyle III, "Run-to-run control of blood glucose concentrations for people with type 1 diabetes mellitus," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 53, no. 6, pp. 996–1005, 2006.
- [30] Y. Kawakami, M. Takashima, M. Hasegawa, Y. Watanabe, and K. Sawa, "An evaluation method of the contact erosion based on the dc mode test of electromagnetic contactor," in *Proc. 50th IEEE Holm Conf. Elect. Contacts and 22nd Int. Conf. Elect. Contacts.* IEEE, 2004, pp. 83–89.
- [31] H. Liang, W. Wang, and G. Zhai, "Thermal analysis of sealed electromagnetic relays using 3-d finite element method," in *Proc. 53rd IEEE Holm Conf. Elect. contacts.* IEEE, 2007, pp. 262–268.

- [32] J. S. Pulskamp, R. M. Proie, and R. G. Polcawich, "Nano-and microelectromechanical switch dynamics," J. Micromech. Microeng., vol. 24, no. 1, p. 015011, 2013.
- [33] Power PCB Relay RZ, Tyco Electronics, Oct. 2014, datasheet Rev. 1014.
- [34] S. Nogueras, "Modelado, análisis y control de electroválvula de seguridad de encimera de gas." Trabajo Fin de Grado, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2015, director Edgar Ramírez Laboreo, ponente Carlos Sagüés Blázquiz.
- [35] The application of relay coil suppression with DC relays, Tyco Electronics, Nov. 98, application note 13C3311.
- [36] B. Srinivasan, S. Palanki, and D. Bonvin, "Dynamic optimization of batch processes: I. characterization of the nominal solution," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 27, no. 1, pp. 1–26, 2003.
- [37] J. Anzola, "Técnicas de sensorización para caracterización y control de dispositivos electromecánicos." Trabajo Fin de Grado, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2015, director Edgar Ramírez Laboreo, ponente Carlos Sagüés Blázquiz.
- [38] B. Srinivasan, D. Bonvin, E. Visser, and S. Palanki, "Dynamic optimization of batch processes: Ii. role of measurements in handling uncertainty," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 27, no. 1, pp. 27–44, 2003.
- [39] G. E. Box and N. R. Draper, Empirical model-building and response surfaces. Wiley New York, 1987, vol. 424.
- [40] R. M. Lewis, V. Torczon, and M. W. Trosset, "Direct search methods: then and now," J. Comput. Appl. Math., vol. 124, no. 1, pp. 191–207, 2000.
- [41] E. Ramirez-Laboreo, C. Sagues, and S. Llorente, "A new model of electromechanical relays for predicting the motion and electromagnetic dynamics," in 2015 Ind. Applicat. Soc. Annu. Meet. IEEE, to appear.
- [42] E. S. Hamby, P. T. Kabamba, and P. P. Khargonekar, "A probabilistic approach to run-to-run control," *IEEE Trans. Semicond. Manuf.*, vol. 11, no. 4, pp. 654–669, 1998.
- [43] N. Karmarkar, "A new polynomial-time algorithm for linear programming," in Proc. 16th Annu. ACM Symp. Theory Comput. ACM, 1984, pp. 302–311.

[44] R. Hooke and T. A. Jeeves, "Direct search solution of numerical and statistical problems," J. ACM, vol. 8, no. 2, pp. 212–229, 1961. Bibliografía

Índice de figuras

2.1.	Relé electromecánico modelado en el trabajo. Modelo RZ de Tvco	8
2.2.	Relés de otros fabricantes con las mismas características	8
2.3.	(a) Esquema de los componentes electromagnéticos del relé y	
	(b) Diagrama del circuito magnético equivalente	9
2.4.	Modelo mecánico	14
2.5.	Diagramas de sólido libre	17
3.1.	Representación del modelo mecánico en la interfaz gráfica de SimMechanics.	20
3.2.	Esquemático del circuito diseñado para los ensayos experimen- tales. La resistencia R_s permite medir la corriente que circula por la bobina	21
33	Señal de control utilizada en los ensavos	21
3.4	Corriente por la bobina. Ensavo a 24 V. Medida experimental	21
0.1.	(línea continua) y simulación (línea discontinua).	24
3.5.	Contacto normalmente cerrado (CNC). Ensayo a 24 V. Medida	
	experimental (arriba) y simulación (abajo)	24
3.6.	Contacto normalmente abierto (CNA). Ensayo a 24 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abajo)	24
3.7.	Corriente por la bobina. Ensayo a 30 V. Medida experimental (línea continua) y simulación (línea discontinua)	25
3.8.	Contacto normalmente cerrado (CNC). Ensayo a 30 V. Medida experimental (arriba) y simulación (abaio)	25
3.0	Contacto normalmente abierto (CNA) Ensavo a 30 V Medida	20
0.5.	experimental (arriba) y simulación (abajo)	25
4.1.	Señal de activación convencional.	31
4.2.	Señal de activación A. La onda de cierre queda parametrizada por los tiempos $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$ y la de apertura por $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	31

4.3.	Señal de activación B. La onda de cierre queda parametrizada por los tiempos $t_{c,1}$, $t_{c,2}$, $t_{c,3}$ y $t_{c,4}$ y la de apertura por $t_{o,1}$, $t_{o,2}$, $t_{o,3}$ y $t_{o,4}$.	31
4.4.	Tensión y corriente en la bobina y estado de los contactos CNC y CNA en una conmutación convencional ($V_{dc}=25V$, $t_{switch}=25ms$, $t_{end}=65ms$). Se indica el tiempo de rebotes en el cierre, $t_{b,c}$, y en la apertura, $t_{b,o}$	32
4.5.	Tensión en el micrófono en una conmutación convencional $(V_{dc}=25\text{V}, t_{switch}=25\text{ms}, t_{end}=65\text{ms})$	32
4.6.	Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A $(V_{dc} = 25V)$. Se representa la variable de valoración $t_{b,c}$ en función de $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$	34
4.7.	Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). V_{dc} =25V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic}	38
C.1.	Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora- ción $t_{b,c}$ (arriba) y ρ_c (abajo) en función de los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$	74
C.2.	Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora- ción $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	75
C.3.	Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A $(V_{dc}=25\text{V})$. Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,c}$. Se representa el movi- miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.	76
C.4.	Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movi- miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.	76
C.5.	Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movi- miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	77

C.6. Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V).	
Búsqueda directa del mínimo de ρ_o . Se representa el movimien-	
to a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los	
parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.	77
C.7. Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	
ba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=25$ V. Mini-	
mización de rebotes, mín (t_{hc}) y mín (t_{hc}) . Se representan ten-	
sión v corriente en la bobina, estado de los contactos CNC v	
CNA y tensión en el micrófono v_{mic}	78
C.8. Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	
ba) v mediante señal de activación A (abaio), $V_{de}=25V$. Mini-	
mización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_c)). Se representan tensión	
v corriente en la bobina, estado de los contactos CNC v CNA	
v tensión en el micrófono v_{mic} ,	79
C 9 Belé BZ Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	
ba) y mediante señal de activación B (abaio) $V_{L}=25V$ Mini-	
mización de rebotes $\min(t_{l,i})$ y $\min(t_{l,i})$ Se representan ten-	
sión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y	
CNA y tensión en el micrófono v_{min}	80
C 10 Bolá BZ. Ciorre y aportura modiante soñal convencional (arri	00
ba) y mediante señal de activación B (abaio) $V_2 = 25V$ Mini-	
mización de ruido (mín(a) y mín(a)). Se representan tensión	
v corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA	
y tensión en el micrófono v	81
C 11 Polé PBH. Cierre mediente señel de activación $\Lambda_{(V_{i})}(V_{i})$	01
C.11. Refe i Dii. Cherre mediante senar de activación A $(v_{dc}-12v)$. Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora	
riép $t_{\rm e}$ (arriba) y a (abaia) on función de los parómetros t	
cion $\iota_{b,c}$ (arriva) y ρ_c (abajo) en función de los parametros $\iota_{c,1}$	89
$y \ t_{c,2} \dots \dots$	62
C.12. Rele PBH. Apertura mediante senal de activación A ($V_{dc}=12V$).	
Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora-	
cion $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parametros $t_{o,1}$	0.9
$y t_{0,2} \dots \dots$	83
C.13. Refe PBH. Cierre mediante senal de activación A ($V_{dc}=12V$).	
Busqueda directa del minimo de $t_{b,c}$. Se representa el movi-	
miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por	0.4
los parametros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$	84
C.14.Relé PBH. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=12V$).	
Busqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movi-	
miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por	<u> </u>
los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.	84

C.15.Relé PBH. Apertura mediante señal de activación A (V_{dc} =12V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movi- miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t \rightarrow v t$ a	85
C.16.Relé PBH. Apertura mediante señal de activación A (V_{dc} =12V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_o . Se representa el movimien- to a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.	85
C.17. Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arri- ba) y mediante señal de activación A (abajo). V_{dc} =12V. Mini- mización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan ten- sión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA u tengión en el micrófene u	96
CNA y tension en el incroiono v_{mic}	00
y tensión en el micrófono v_{mic} C.19.Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). V_{dc} =12V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y	87
CNA y tensión en el micrófono v_{mic} C.20.Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=12$ V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA	88
y tensión en el micrófono v_{mic} C.21.Relé T9. Cierre mediante señal de activación A (V_{dc} =24V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora- ción $t_{b,c}$ (arriba) y ρ_c (abajo) en función de los parámetros $t_{c,1}$ V $t_{c,2}$	89 90
C.22. Relé T9. Apertura mediante señal de activación A (V_{dc} =24V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valora- ción $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	91
C.23.Relé T9. Cierre mediante señal de activación A $(V_{dc}=24V)$. Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,c}$. Se representa el movi- miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.	92

C.24. Relé T 9. Cierre mediante señal de activación A $(V_{dc}{=}24\mathrm{V}).$	
Búsqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movi-	
miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por	
los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$	92
C.25. Relé T9. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=24V$).	
Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movi-	
miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por	0.0
los parametros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	93
C.26. Relé T9. Apertura mediante senal de activación A ($V_{dc}=24V$).	
Busqueda directa del minimo de ρ_o . Se representa el movi-	
miento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por	0.9
los parametros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$	93
ba) y modiante señal de activación A (abaia) V -24V Mini	
ba) y mediante senar de activación A (abajo). V_{dc} -24V. Mini- mización de rebetes mín (t_{c}) y mín (t_{c}) . Se representan ten	
sión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y	
CNA y tensión en el micrófono y	94
C 28 Belé T9 Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	51
ba) v mediante señal de activación A (abajo) $V_{L}=24$ V Mini-	
mización de ruido (mín (ρ_c) y mín (ρ_c)). Se representan tensión	
v corriente en la bobina, estado de los contactos CNC v CNA	
y tensión en el micrófono v_{mic} .	95
C.29. Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	
ba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=24$ V. Mini-	
mización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan ten-	
sión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y	
CNA y tensión en el micrófono v_{mic}	96
C.30.Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arri-	
ba) y mediante señal de activación B (abajo). V_{dc} =24V. Mini-	
mización de ruido (mín (ρ_c) y mín (ρ_o)). Se representan tensión	
y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA	
y tensión en el micrófono v_{mic}	97

Índice de figuras

Índice de tablas

1.1.	Comparativa entre los interruptores electromecánicos y los dispositivos semiconductores utilizados en cocinas de calen-	
	tamiento por inducción.	3
3.1.	Parámetros del modelo y valores identificados	22
3.2.	Fases del movimiento durante el cierre	23
3.3.	Fases del movimiento durante la apertura	23
4.1.	Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé RZ.	
	V_{dc} =25V. Valores promedios de 50 conmutaciones	37
4.2.	Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé	
	PBH. V_{dc} =12V. Valores promedios de 10 conmutaciones	41
4.3.	Mejoras conseguidas en las variables de valoración del relé T9.	
	$V_{dc}=24$ V. Valores promedios de 10 conmutaciones	41

Índice de tablas

ANEXOS

Anexo A

Control Run-to-Run

Las estrategias de control y optimización Run-to-Run, denominadas a veces de modo resumido como R2R, son un grupo de técnicas nacidas en la industria electrónica para controlar el proceso de fabricación de dispositivos semiconductores [24]. No obstante, tal como se ha indicado en la revisión del estado del arte (sección 1.3), estos métodos también pueden ser utilizados para controlar u optimizar cualquier proceso que se repita de forma periódica. A continuación se explican los fundamentos de dichas técnicas y alguna de las variantes existentes.

A.1. Formulación del problema R2R

Considérese un sistema caracterizado por realizar un proceso de forma repetitiva. Cada una de las ejecuciones de dicho proceso viene determinada por una configuración de entradas y da lugar a un producto o resultado que puede ser valorado mediante una o varias magnitudes escalares. Piénsese a modo de ejemplo en un proceso químico en el que se mezclan una serie de compuestos para obtener un producto final. Como entradas de dicho proceso podrían considerarse, por ejemplo, las cantidades de cada sustancia, la temperatura a la que se ejecuta la mezcla o el tiempo de removido, y, como salidas, el pH del producto, su viscosidad o la concentración de una determinada sustancia.

El control R2R establece que el vector de entradas del sistema, $\boldsymbol{u}(t)$, debe estar fijado antes de comenzar cada repetición y no permite que este sea modificado durante el desarrollo de la misma. Además, dicho vector debe poder parametrizarse mediante un conjunto finito $\boldsymbol{\nu}$ de variables escalares de decisión, quedando las entradas del sistema temporalmente definidas por dichas variables, i.e., $\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\nu})$, donde \boldsymbol{V} es una función vectorial. Por otra parte, el producto o resultado del proceso solo puede ser valorado al final de la ejecución, bien porque dependa del estado final alcanzado o bien porque se necesita un procesamiento de las variables medidas durante el proceso. En cualquier caso, las variables medidas experimentalmente, y(t), permiten obtener al final de la ejecución un vector de variables escalares de valoración, $\boldsymbol{\psi}$, tal que $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{y}(t_f))$, donde t_f es el instante final y \boldsymbol{W} una función vectorial. Bajo estas condiciones, el problema a resolver es similar al planteado en (4.4)–(4.8) pero con alguna modificación,

$$\min_{\boldsymbol{\nu}^{k}} \quad J^{k} = \eta\left(\boldsymbol{\psi}^{k}\right),\tag{A.1}$$

sujeto a:
$$\dot{\boldsymbol{x}}^{k}(t) = \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{x}^{k}(t), \boldsymbol{u}^{k}(t)\right) + \boldsymbol{d}^{k}(t), \quad \boldsymbol{x}^{k}(0) = \boldsymbol{x}_{0}, \quad (A.2)$$

$$\boldsymbol{S}\left(\boldsymbol{x}^{k}\left(t\right),\boldsymbol{u}^{k}\left(t\right)\right) \leq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{T}\left(\boldsymbol{x}^{k}\left(t_{f}^{k}\right)\right) \leq \boldsymbol{0},$$
 (A.3)

$$\boldsymbol{y}^{k}(t) = \boldsymbol{H}\left(\boldsymbol{x}^{k}(t)\right) + \boldsymbol{v}^{k}(t), \qquad (A.4)$$

$$\boldsymbol{u}^{k}(t) = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\nu}^{k}), \tag{A.5}$$

$$\boldsymbol{\psi}^{k} = \boldsymbol{W}(\boldsymbol{y}^{k}(t)), \qquad (A.6)$$

dado:
$$\boldsymbol{y}^{i}(t), \quad \forall i < k,$$
 (A.7)

donde η es una nueva función de coste y el resto de variables toman el mismo significado que en el problema citado con anterioridad.

Aunque el sistema analizado presente una dinámica temporal durante cada ejecución del proceso, (A.2), a efectos del control Run-to-Run dicha dinámica es obviada. Es decir, el problema se aborda de un modo más directo, analizando únicamente la relación entre las variables de decisión y las variables de valoración. Desde este punto de vista, el problema anterior puede reformularse como

$$\min_{\boldsymbol{\nu},\boldsymbol{k}} \quad J^{\boldsymbol{k}} = \eta\left(\boldsymbol{\psi}^{\boldsymbol{k}}\right),\tag{A.8}$$

sujeto a:
$$\boldsymbol{\psi}^{k} = \mathcal{F}(\boldsymbol{\nu}^{k}) + \boldsymbol{\delta}^{k},$$
 (A.9)

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{\nu}^{k}\right) \leq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{\mathcal{T}}\left(\boldsymbol{\psi}^{k}\right) \leq \boldsymbol{0}, \quad (A.10)$$

dado:
$$\boldsymbol{\psi}^i, \quad \forall i < k,$$
 (A.11)

donde \mathcal{F} es una función que relaciona directamente las variables de decisión y las de valoración, δ es un vector que incluye el efecto de las perturbaciones y del ruido introducido en las medidas, \mathcal{S} y \mathcal{T} son funciones que definen restricciones y donde las demás variables adquieren el mismo significado que en el anterior problema. Nótese que, bajo esta formulación, las variables de decisión ν pueden considerarse las entradas del sistema y las variables de valoración ψ las salidas.
La formulación (A.8) plantea el problema a resolver desde el punto de vista de la optimización. No obstante, las técnicas R2R son también utilizadas en control, para lo cual solo es necesaria una adecuada formulación de la función η . Así pues, si se desea que las variables de valoración ψ sigan una determinada referencia ψ_r , pueden plantearse, e.g., funciones de coste del tipo, $\eta \left(\psi^k \right) = \left\| \psi^k - \psi_r \right\|_p$, donde el operador $\| \cdot \|_p$ indica norma vectorial p. A continuación se presentan los dos grupos de técnicas R2R existentes en función de la utilización o no de un modelo del sistema.

A.2. R2R explícito - Filtro EWMA

El control R2R indirecto o explícito es aquel que usa un modelo del sistema en los cálculos. Existen distintas técnicas englobadas en esta categoría, así que a modo de ejemplo se explicará la más utilizada, que está basada en la utilización de un filtro de media móvil ponderada exponencialmente (filtro EWMA, por sus siglas en inglés).

Así pues, sean $\boldsymbol{\nu}^k \in \boldsymbol{\psi}^k$, respectivamente, los vectores de entradas o variables de decisión y salidas o variables de valoración del sistema en la ejecución o repetición k. El control R2R basado en EWMA asume que el sistema (A.9) puede modelarse de forma lineal y no considera ruido o perturbaciones, por lo que dichos vectores quedan relacionados mediante una expresión del tipo

$$\boldsymbol{\psi}^k = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\nu}^k + \boldsymbol{b},\tag{A.12}$$

donde A es la matriz de ganancias y b es el vector de términos independientes u *offset*. Si el modelo (A.12) fuera perfecto, conseguir que el sistema alcanzara una referencia ψ_r sería tan sencillo como despejar la entrada a aplicar, i.e.,

$$\boldsymbol{\nu}^{k} = \boldsymbol{A}^{-1} \left(\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{r}} - \boldsymbol{b} \right). \tag{A.13}$$

No obstante, puesto que resulta imposible conseguir un modelo de tal precisión, todas las estrategias de control R2R indirecto tratan de corregir las desviaciones introducidas mediante alguna técnica de predicción o estimación. En el caso del control R2R con EWMA, el vector de términos independientes es estimado mediante el filtro en cuestión bajo la suposición de que este vector es el responsable de todas las inexactitudes del modelo, que permanece constante y que la matriz de ganancias es perfectamente conocida. Así pues, denominando $\hat{\boldsymbol{b}}^k$ a la estimación de \boldsymbol{b} en la ejecución k, esta se calcula como

$$\hat{\boldsymbol{b}}^{k} = w \left(\boldsymbol{\psi}^{k} - \boldsymbol{A} \boldsymbol{\nu}^{k} \right) + (1 - w) \, \hat{\boldsymbol{b}}^{k-1}, \qquad (A.14)$$

siendo w el peso que se le da a la parte de la estimación correspondiente a la última ejecución. Posteriormente, esta estimación se utiliza para calcular la entrada de la siguiente repetición mediante una inversión del modelo similar a lo planteado en (A.13):

$$\boldsymbol{\nu}^{k+1} = \boldsymbol{A}^{-1} \left(\boldsymbol{\psi}_r - \hat{\boldsymbol{b}}^k \right).$$
 (A.15)

Ahora, mediante algunas operaciones matemáticas, pueden llegar a obtenerse algunos resultados de interés. Si se sustituye el valor calculado para la entrada (A.15) en (A.14) y se opera se llega a la siguiente expresión:

$$\hat{\boldsymbol{b}}^{k} = \hat{\boldsymbol{b}}^{k-1} + w \left(\boldsymbol{\psi}^{k} - \boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{r}} \right).$$
(A.16)

Además, considerando que puede definirse el error de seguimiento en la ejecución k como $e^k = \psi_r - \psi^k$, la expresión anterior puede reescribirse como

$$\hat{\boldsymbol{b}}^{k} = \hat{\boldsymbol{b}}^{k-1} - w\boldsymbol{e}^{k}.$$
(A.17)

Si se calcula la entrada (A.15) en ejecuciones sucesivas y se calcula su diferencia, se obtiene

$$\boldsymbol{\nu}^{k+1} - \boldsymbol{\nu}^{k} = -\boldsymbol{A}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{b}}^{k} - \hat{\boldsymbol{b}}^{k-1} \right), \qquad (A.18)$$

y, sustituyendo (A.17) en la expresión anterior y despejando,

$$\boldsymbol{\nu}^{k+1} = \boldsymbol{\nu}^k + \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{w} \boldsymbol{e}^k. \tag{A.19}$$

Nótese que la entrada calculada mediante (A.19) es totalmente análoga a la calculada mediante un controlador puramente integral con constante de integración $\mathbf{A}^{-1}w$. No obstante, recuérdese que el índice k no tiene en este caso significado temporal, sino que se refiere a la ejecución k-ésima del sistema. Adicionalmente, si se calcula la diferencia entre errores sucesivos,

$$\boldsymbol{e}^{k+1} - \boldsymbol{e}^k = -\boldsymbol{\psi}^{k+1} + \boldsymbol{\psi}^k, \qquad (A.20)$$

se sustituye el valor de la salida del sistema (A.12),

$$\boldsymbol{e}^{k+1} - \boldsymbol{e}^{k} = -\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{\nu}^{k+1} - \boldsymbol{\nu}^{k}\right), \qquad (A.21)$$

y, finalmente, se incorpora (A.19) y se despeja, se llega a

$$\boldsymbol{e}^{k+1} = (1-w)\,\boldsymbol{e}^k,\tag{A.22}$$

de donde se deduce que todo peso w comprendido entre 0 y 1 provoca una reducción continua del error a lo largo de las ejecuciones. Al igual que en otro tipo de filtros utilizados en control, la selección del valor concreto de w debe ser un compromiso entre la confianza que se tenga en el modelo y la que se le de a la medida.

Para finalizar, conviene mencionar que el control R2R con filtro EWMA es sólo una de las múltiples estrategias indirectas que existen y presenta varios problemas, por ejemplo cuando el sistema tiene cierta deriva temporal, i.e., $b \neq cte$. Algunas otras alternativas basadas en el modelo son, por ejemplo, el control con doble filtro EWMA (dEWMA) o el control predictivo [22, 23], aunque cualquier técnica de control o estimación es susceptible de ser adaptada al ámbito R2R.

A.3. R2R implícito

A diferencia del R2R indirecto, los algoritmos R2R directos o implícitos usan las medidas de forma directa sin la necesidad de tener un modelo del sistema. La idea consiste en encontrar una ley de realimentación \mathcal{K} del tipo

$$\boldsymbol{\nu}^k = \boldsymbol{\mathcal{K}}(\Psi^{k-1}), \tag{A.23}$$

sujeto a:
$$\Psi^k = \left\{ \psi^j \mid j \le k \right\}, \tag{A.24}$$

dado:
$$\boldsymbol{\psi}^i, \quad \forall i < k,$$
 (A.25)

que implícitamente encuentre la solución del problema (A.8)–(A.11). Para ello, las técnicas R2R directas utilizan algoritmos de optimización numéricos cuyas evaluaciones de la función (A.9) se realizan directamente de forma experimental sobre el sistema.

Se presentan básicamente dos grandes alternativas. En primer lugar, la utilización de medidas experimentales para obtener valores numéricos de las derivadas de la función. La idea es calcular, para cada punto recorrido durante la optimización, aquella dirección en la que la reducción de (A.8) es máxima. En este grupo de métodos se engloban algoritmos como los del punto interior [43]. La segunda alternativa consiste en utilizar directamente las medidas realizadas sin realizar cálculos intermedios de derivadas o gradientes. Estos métodos, denominados algoritmos de búsqueda directa o *pattern search* [40, 44], realizan varias evaluaciones en posiciones cercanas al punto actual y se desplazan directamente a aquella con el menor coste. El método propuesto por G. Box [20] para aumentar la productividad industrial podría considerarse uno de las primeras estrategias de optimización basada en búsqueda directa.

Frente a los algoritmos R2R indirectos, los directos presentan la principal ventaja de que no necesitan un modelo del sistema. Por este motivo, resultan más adecuados cuando el sistema es de difícil modelado o cuando por algún motivo no interesa construir dicho modelo. Por contra, la necesidad de realizar evaluaciones experimentales sobre el sistema provoca que la convergencia hacia el óptimo sea mucho más lenta que en los algoritmos explícitos. Dentro de los implícitos, los métodos de búsqueda directa son los que presentan un menor ritmo de convergencia, aunque presentan las ventajas de que no requieren conocimiento alguno del sistema y pueden ser efectivos aunque la función (A.9) presente mínimos locales e incluso alguna discontinuidad.

Anexo B

Algoritmo de búsqueda directa

En este anexo se describe el algoritmo de búsqueda directa o *pattern* search desarrollado específicamente para este trabajo. Aunque se basa en los mismos conceptos que todos los demás algoritmos de esta categoría [40], este está adaptado a las particularidades propias del funcionamiento de los relés y los contactores (sección 4.2). En este sentido, nótese que realmente se afrontan dos problemas de control-optimización de forma simultánea: uno para la operación de cierre y otro para la apertura.

Algoritmo

Entradas:

$$\begin{split} M_c &= \left\{ \boldsymbol{\delta_c}^i \mid 1 \leq i \leq n \right\} \; \{ \text{Malla o patrón para cierre} \} \\ M_o &= \left\{ \boldsymbol{\delta_o}^i \mid 1 \leq i \leq n \right\} \; \{ \text{Malla o patrón para apertura} \} \\ \alpha_{c,0}, \; \alpha_{c,max}, \; \alpha_{c,min} \; \{ \text{Escala inicial, máx. y mín. para cierre} \} \\ \alpha_{o,0}, \; \alpha_{o,max}, \; \alpha_{o,min} \; \{ \text{Escala inicial, máx. y mín. para apertura} \} \\ \epsilon_c, \; \epsilon_o \; \{ \text{Factores de ampliación de malla} \} \\ \boldsymbol{\nu_{c,0}} \; \mathbf{y} \; \boldsymbol{\nu_{o,0}} \; \{ \text{Punto inicial} \} \\ \boldsymbol{\nu_{c,max}}, \; \boldsymbol{\nu_{c,min}}, \; \boldsymbol{\nu_{o,max}} \; \mathbf{y} \; \boldsymbol{\nu_{o,min}} \; \{ \text{Límites} \} \end{split}$$

1: {Cierre en el punto inicial}

2: $\nu_c = \nu_{c,0}$; 3: $u_c(t) = V_c(\nu_c)$; {Construir entrada para cierre} 4: Ejecutar $u_c(t)$ sobre el sistema y registrar $y_c(t)$ 5: $\psi_c = W_c(y_c(t))$; {Extraer valoración de cierre} 6: $J_c = \eta_c(\psi_c)$; {Evaluar coste de cierre} 7:

8: {Apertura en el punto inicial} 9: $\nu_o = \nu_{o,0};$ 10: $\boldsymbol{u}_{o}(t) = \boldsymbol{V}_{o}(\boldsymbol{\nu}_{o});$ {Construir entrada para apertura} 11: Ejecutar $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{o}}(t)$ sobre el sistema y registrar $\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{o}}(t)$ 12: $\boldsymbol{\psi}_{o} = \boldsymbol{W}_{o}(\boldsymbol{y}_{o}(t));$ {Extraer valoración de apertura} 13: $J_o = \eta_o(\boldsymbol{\psi}_o)$; {Evaluar coste de apertura} 14: 15: {Inicialización} 16: $J_{c,min} = J_c;$ 17: $\nu_{c,optimo} = \nu_c;$ 18: $\alpha_c = \alpha_{c,0};$ 19: $J_{o,min} = J_o;$ 20: $\boldsymbol{\nu}_{o,optimo} = \boldsymbol{\nu}_{o};$ 21: $\alpha_o = \alpha_{o,0};$ 22:23: {Búsqueda aleatoria inicial (opcional)} 24:25: {Bucle de optimización continua} 26: **loop** 27:28:{Inicialización de la iteración} $\mathcal{V}_{c} = \left\{ \boldsymbol{\nu_{c}}^{i} = \boldsymbol{\nu_{c,optimo}} + \alpha_{c} \cdot \boldsymbol{\delta_{c}}^{i} | (1 \le i \le n) \land (\boldsymbol{\nu_{c,min}} \le \boldsymbol{\nu_{c}}^{i} \le \boldsymbol{\nu_{c,max}}) \right\};$ 29:{Candidatos cierre} $\mathcal{V}_{o} = \left\{ \boldsymbol{\nu_{o}}^{i} = \boldsymbol{\nu_{o,optimo}} + \alpha_{o} \cdot \boldsymbol{\delta_{o}}^{i} | (1 \le i \le n) \land (\boldsymbol{\nu_{o,min}} \le \boldsymbol{\nu_{o}}^{i} \le \boldsymbol{\nu_{o,max}}) \right\};$ 30: {Candidatos apertura} 31: $\mathcal{J}_c = \emptyset; \{ \text{Costes cierre} \}$ $\mathcal{J}_o = \emptyset; \{ \text{Costes apertura} \}$ 32: 33: {Se recorren todos los puntos de la malla} 34:for i = 1 to n do 35: 36: {Cierre} 37: $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{c}}(t) = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{c}}(\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{c}}^{i});$ 38: Ejecutar $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{c}}(t)$ sobre el sistema y registrar $\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{c}}(t)$; 39: $\boldsymbol{\psi_c} = \boldsymbol{W_c}(\boldsymbol{y_c}(t));$ 40: $J_c^{\ i} = \eta_c(\boldsymbol{\psi_c});$ 41: $\mathcal{J}_c = \mathcal{J}_c \cup \left\{ J_c^{\ i} \right\}; \{ \text{Se añade el coste al conjunto} \}$ 42: 43: {Apertura} 44: $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{o}}(t) = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{o}}(\boldsymbol{\nu}_{\boldsymbol{o}});$ 45:

Ejecutar $\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{o}}(t)$ sobre el sistema y registrar $\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{o}}(t)$; 46: $\boldsymbol{\psi}_{\boldsymbol{o}} = \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{o}}(\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{o}}(t));$ 47: $J_o^{\ i} = \eta_o(\boldsymbol{\psi}_o);$ 48: $\mathcal{J}_o = \mathcal{J}_o \cup \left\{ J_o^i \right\}; \{ \text{Se añade el coste al conjunto} \}$ 49: 50: end for 51:52:{Búsqueda de mejoras en el cierre} 53: if $\exists i \in \mathbb{N} \mid (1 \leq i \leq n) \land (J_c^i \leq J \forall J \in \mathcal{J}_c) \land (J_c^i < J_{c,min})$ then 54:{Hay un punto mejor} 55: 56: $J_{c,min} = J_c^{\ i};$ $u_{c,optimo} =
u_c^i;$ 57: if $\alpha_c < \alpha_{c,max}$ then 58: $\alpha_c = \alpha_c \cdot \epsilon_c$; {Se amplía la malla} 59: end if 60: else 61: 62: {No hay un punto mejor} 63: if $\alpha_c > \alpha_{c,min}$ then $\alpha_c = \alpha_c / \epsilon_c$; {Se reduce la malla} 64: end if 65: end if 66: 67: {Búsqueda de mejoras en la apertura} 68: if $\exists i \in \mathbb{N} \mid (1 \leq i \leq n) \land (J_o^i \leq J \forall J \in \mathcal{J}_o) \land (J_o^i < J_{o,min})$ then 69: {Hay un punto mejor} 70: $J_{o,min} = J_o^{\ i};$ 71: $\nu_{o,optimo} = \nu_o^i;$ 72:if $\alpha_o < \alpha_{o,max}$ then 73: $\alpha_o = \alpha_o \cdot \epsilon_o$; {Se amplía la malla} 74:end if 75: 76: else {No hay un punto mejor} 77: if $\alpha_o > \alpha_{o,min}$ then 78: $\alpha_o = \alpha_o / \epsilon_o$; {Se reduce la malla} 79: end if 80: end if 81: 82: end loop

Anexo C

Gráficas

En el presente anexo se recogen una gran cantidad de gráficas que, si bien no son necesarias para el correcto seguimiento de la memoria, aportan información complementaria muy interesante. Se muestran gráficas correspondientes a ensayos experimentales para 3 modelos de relé diferentes, todos ellos del fabricante Tyco. De este modo, las Figs. C.1 a C.10 se corresponden con el modelo RZ, las Figs. C.11 a C.20 con el modelo PBH y las Figs. C.21 a C.30 con el modelo T9.

Para cada uno de los modelos analizados, las dos primeras figuras representan las respuestas del sistema para cierre y para apertura, evaluadas mediante todas las variables de valoración estudiadas en este trabajo (sección 4.3), al aplicar la señal de activación A. Posteriormente, las cuatro siguientes figuras representan el recorrido seguido por el algoritmo de búsqueda directa al minimizar las respuestas anteriores. Para finalizar, las dos figuras siguientes de cada relé muestran las conmutaciones correspondientes a dichos mínimos conseguidos mediante la señal de activación A, mientras que las dos últimas muestran las conmutaciones correspondientes a los mínimos conseguidos mediante la señal de activación B.

Puesto que todos los ensayos no se han realizado en el mismo día y las condiciones de los mismos son difícilmente reproducibles (temperatura, distancia exacta del micrófono al relé, etc.), la comparativa entre resultados podría resultar algo ambigua. Por este motivo, aquellas gráficas correspondientes a conmutaciones experimentales se representan siempre junto a una conmutación convencional con onda cuadrada registrada exactamente en las mismas condiciones de funcionamiento. De esta forma puede valorarse de forma adecuada la mejora introducida respecto a dicha conmutación convencional y los resultados adquieren un correcto significado.



Figura C.1: Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,c}$ (arriba) y ρ_c (abajo) en función de los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.2: Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.3: Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=25V$). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,c}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.4: Relé RZ. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.5: Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.6: Relé RZ. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=25$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_o . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.7: Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=25$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.8: Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=25$ V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.9: Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=25$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.10: Relé RZ. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=25$ V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.11: Relé PBH. Cierre mediante señal de activación A (V_{dc} =12V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,c}$ (arriba) y ρ_c (abajo) en función de los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.12: Relé PBH. Apertura mediante señal de activación A (V_{dc} =12V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.13: Relé PBH. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=12$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,c}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.14: Relé PBH. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=12V$). Búsqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.15: Relé PBH. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=12$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.16: Relé PBH. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=12$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_o . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.17: Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=12$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.18: Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). V_{dc} =12V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.19: Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=12V$. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.20: Relé PBH. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). V_{dc} =12V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.21: Relé T9. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,c}$ (arriba) y ρ_c (abajo) en función de los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.22: Relé T9. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Respuesta del sistema. Se representan las variables de valoración $t_{b,o}$ (arriba) y ρ_o (abajo) en función de los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.23: Relé T9. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,c}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.24: Relé T9. Cierre mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_c . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{c,1}$ y $t_{c,2}$.



Figura C.25: Relé T9. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Búsqueda directa del mínimo de $t_{b,o}$. Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.26: Relé T9. Apertura mediante señal de activación A ($V_{dc}=24$ V). Búsqueda directa del mínimo de ρ_o . Se representa el movimiento a lo largo de las iteraciones en el espacio definido por los parámetros $t_{o,1}$ y $t_{o,2}$.



Figura C.27: Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=24$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.28: Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación A (abajo). $V_{dc}=24$ V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.29: Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=24$ V. Minimización de rebotes, mín $(t_{b,c})$ y mín $(t_{b,o})$. Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .



Figura C.30: Relé T9. Cierre y apertura mediante señal convencional (arriba) y mediante señal de activación B (abajo). $V_{dc}=24$ V. Minimización de ruido (mín(ρ_c) y mín(ρ_o)). Se representan tensión y corriente en la bobina, estado de los contactos CNC y CNA y tensión en el micrófono v_{mic} .