

Proyecto Fin de Carrera

Ingeniería Industrial

Modelado, análisis y control
de hornos domésticos

Autor

Edgar Ramírez Laboreo

Directores

Carlos Sagüés Blázquez

Sergio Llorente Gil

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2014

*A mis abuelos:
Angelina, José María,
Juana y Manuel.*

Agradecimientos

Me gustaría utilizar esta página para dar las gracias a todos los que han hecho posible este Proyecto Fin de Carrera, que ha supuesto la finalización de mis estudios de Ingeniería Industrial y el comienzo de una nueva etapa en mi vida.

En primer lugar me gustaría dar las gracias a los dos directores de mi proyecto. A D. Carlos Sagüés, por darme la oportunidad de realizar este trabajo, por sus muchos consejos, su disponibilidad, su interés y su paciencia. Y a D. Sergio Llorente, por confiar en mí para poder colaborar con BSH Electrodomésticos España, por sus ganas de buscar siempre nuevas posibilidades y por ayudarme siempre que lo he necesitado.

También querría hacer una mención especial a D. José María Cózar, por las charlas que hemos mantenido y los conocimientos que me ha prestado de forma totalmente desinteresada.

No me olvido de dar las gracias a todas las personas de BSH que han estado conmigo durante este proyecto. A mis compañeros de inducción, con los que he compartido cafés, comidas, cumpleaños y buenos momentos en general, y que me han resuelto todas las dudas que le han surgido a un principiante como yo. Y al personal del laboratorio de hornos, por responderme a todas y cada una de mis preguntas y por hacerme reír incluso en los días de más agobio.

Por último, gracias a mi familia, a mis amigos y a Patricia, que durante estos meses han sabido soportarme y darme ánimos.

Sinceramente,
Muchas gracias a todos

Modelado, análisis y control de hornos domésticos

RESUMEN

El presente proyecto se ha realizado dentro del marco de colaboración en I+D+i entre la Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España. Se ha trabajado durante seis meses a tiempo completo en la factoría de BSH en Montañana y en las instalaciones de la Universidad en el campus Río Ebro.

El objetivo del proyecto ha sido desarrollar un modelo térmico simplificado para hornos domésticos eléctricos. Se ha utilizado la analogía existente entre los circuitos eléctricos y los sistemas térmicos para proponer un esquema en el que los principales componentes del horno se han modelado como resistencias y capacidades térmicas. Este tipo de modelo permite analizar, además de las temperaturas modeladas, la evolución de flujos de calor y pérdidas al ambiente.

Los parámetros del modelo, en principio desconocidos, han sido ajustados utilizando datos experimentales y técnicas de identificación de sistemas. Además, se ha propuesto una relación empírica que permite calcular el agua evaporada durante los ensayos de etiquetado energético, un dato clave para el estudio del consumo energético.

El modelo ha permitido crear un simulador que, por simplicidad, ha sido desarrollado en *Microsoft Excel*. Esta herramienta permite simular el horno bajo cualquiera de las funciones desarrolladas por BSH, tanto en vacío como durante la realización del ensayo de etiquetado energético. Su uso permitirá una considerable reducción de tiempo en el desarrollo de nuevos hornos o nuevas funciones de cocción.

La herramienta de simulación también ha permitido realizar diversos análisis de carácter energético que han sido utilizados para proponer alguna mejora constructiva para el horno.

Finalmente, el modelo ha sido utilizado para proponer nuevas estrategias de control que permitirán hacer más robusto el conjunto a la vez que se mejoran las prestaciones energéticas y de carácter culinario. Los controladores propuestos han sido validados mediante simulación y han demostrado su buen comportamiento.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Descripción de los equipos	2
1.3. Estado del arte	4
1.4. Objetivos y alcance	5
1.5. Justificación del proyecto	6
1.6. Estructura de la memoria	6
2. Modelado	9
2.1. Introducción. Tipos de modelado	9
2.2. Modelo propuesto	10
2.2.1. Esquema	10
2.2.2. Representación en espacio de estados	14
3. Identificación	17
3.1. Introducción	17
3.2. Sistemas identificados	18
3.3. Datos experimentales	19
3.4. Dinámica de las perturbaciones	22
3.5. Ajuste	23
3.5.1. Método	23
3.5.2. Identificabilidad. Restricciones adicionales	24
3.5.3. Resultados	25
4. Análisis	31
4.1. Análisis energético	31
4.2. Análisis de sensibilidad. Mejoras constructivas	36
5. Control	39
5.1. Descripción y análisis del control actual	39
5.2. Control con función de transferencia	41

5.3. Control en espacio de estados	46
5.3.1. Observador de estado y perturbaciones	46
5.3.2. Diseño del controlador	49
5.3.3. Simulaciones	50
6. Conclusiones y líneas futuras	57
6.1. Conclusiones	57
6.2. Líneas futuras	58
Bibliografía	60
Índice de figuras	61
Índice de tablas	67
Lista de símbolos	69
Anexos	75
A. Analogía térmica-eléctrica	77
B. Potencia de vaporización del ladrillo <i>Hipor</i>	83
C. Gráficas complementarias	91
C.1. Resultados del ajuste	91
C.2. Simulación del control	95
D. Coeficientes de las matrices de estado	101
D.1. Modelo completo	101
D.2. Modelo usado en observación	109
E. Simulador <i>Excel</i>	115

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España mantienen una estrecha colaboración desde hace más de 30 años. Una de las áreas más provechosas de esta relación es la de I+D+i en cocinas de inducción, gracias a la cual se pudo lanzar la primera placa de inducción del mercado en el año 1990. Como resultado de todos estos años de colaboración, se han realizado numerosos proyectos fin de carrera, tesis doctorales, publicaciones y patentes.

El modelado y la identificación de sistemas es una de las temáticas tratadas frecuentemente en el área de inducción. Se han realizado, por ejemplo, modelos térmicos [1] y eléctricos [2] para el conjunto inductor-recipiente, modelos de distribución térmica en recipientes [2], o modelos electromecánicos de relés [3, 4]. Todos estos modelos han permitido realizar simulaciones, y diseñar y validar nuevos algoritmos de control. Como fruto de todos estos trabajos, el área de inducción ha adquirido un amplio conocimiento en la materia.

La colaboración entre la Universidad de Zaragoza y BSH Electrodomésticos España no se limita solamente a la inducción. El Área de Máquinas y Motores Térmicos lleva años colaborando con el departamento de desarrollo de hornos, realizando diversos estudios y experimentos para mejorar sus prestaciones. Una de las conclusiones obtenidas es que cada vez resulta más difícil conseguir disminuciones de consumo importantes en los hornos mediante modificaciones constructivas o de materiales. Por este motivo surgió la idea de explorar nuevas vías de reducción del consumo, utilizando por ejemplo nuevas estrategias de control, para lo cual resulta especialmente útil un modelo del sistema.

El departamento de hornos también tiene interés en desarrollar nuevas funciones que permitan realizar nuevos procesos de cocinado. Estas funciones deben ser diseñadas y validadas antes de ser incluidas en los equipos. El proceso

de diseño, así como la modificación de las funciones ya existentes, se realiza actualmente mediante ensayos reales en el horno, en lo que constituye un proceso de “prueba y error”. Una primera fase de simulación permitiría reducir el tiempo invertido de forma considerable.

De esta forma surgió el presente proyecto, cuyos objetivos principales han consistido en desarrollar un modelo térmico del horno, la identificación de sus parámetros y su análisis, así como la propuesta de nuevas estrategias de control. El modelo planteado no solo permitirá diseñar y validar nuevas funciones y estrategias de control, sino que proporcionará información muy útil sobre flujos de calor y pérdidas al ambiente. Todos estos datos serán un buen complemento de la información obtenida mediante la realización de experimentos.

Para su realización se ha trabajado durante seis meses en la factoría de BSH ubicada en Montañana, así como en la Universidad de Zaragoza. Ha resultado especialmente útil combinar los conocimientos sobre modelado presentes en el área de inducción y la amplia experiencia sobre diseño, materiales y experimentación del laboratorio de hornos.

1.2. Descripción de los equipos

El objetivo de este proyecto es modelar el horno doméstico como un sistema térmico. Este equipo también podría analizarse desde el punto de vista eléctrico, electrónico o mecánico, pero estos modelos ya están suficientemente desarrollados y no presentan ningún desafío. Como consecuencia, solo se incluirán en el modelo aquellos componentes que tengan relevancia desde el punto de vista térmico.

A continuación se presenta un listado de los principales componentes de un horno doméstico convencional:

- *Cavidad*: normalmente de chapa de acero plegada y soldada, proporciona el hueco interior en el que se cocina el alimento.
- *Elementos calefactores*: resistencias que transforman la energía eléctrica en calor. Están situadas en la cavidad. Los hornos de la empresa BSH estudiados en este proyecto incluyen cuatro de estos elementos, denominados bóveda, grill, solera y circular, y dispuestos según lo indicado en la figura 1.1. Actualmente estos elementos solo pueden trabajar a potencia nominal.
- *Turbina*: elemento cuyo objetivo es obtener una distribución homogénea de temperatura en el interior del horno y facilitar la transferencia de calor por convección. Puesto que cambia el comportamiento del horno, deberá

1.2. DESCRIPCIÓN DE LOS EQUIPOS

ser considerado como un elemento relevante en el modelado. Su posición en el interior del horno también se incluye en la figura 1.1.

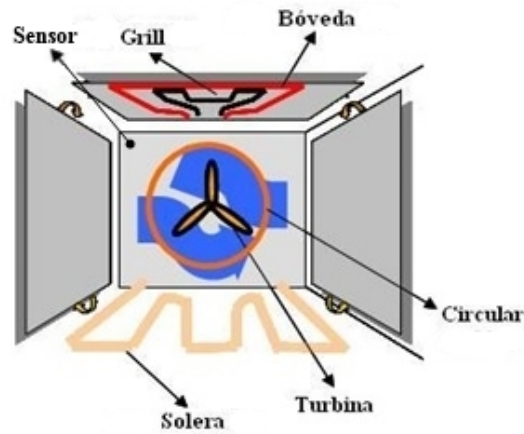


Figura 1.1: Esquema de la cavidad de un horno doméstico de la empresa BSH Electrodomésticos España con la posición de los cuatro elementos calefactores, la turbina y el sensor de temperatura.

- *Sensor de temperatura:* situado en una de las esquinas interiores de la cavidad. Puede ser de funcionamiento mecánico (termostato) o eléctrico (termopar). Su posición está estudiada para que la lectura de temperatura sea lo más similar posible a la temperatura del centro de la cavidad cuando el horno está vacío.
- *Aislante:* rodea la cavidad y sirve para reducir el flujo de calor al exterior del horno. Puede ser de diversos materiales (fibra de vidrio, lana mineral), con densidades y espesores variables.
- *Puerta:* permite el acceso al interior del horno. Básicamente consiste en un marco exterior de metal y varias capas de vidrio que actúan de aislante entre la cavidad y el exterior del horno.
- *Chapas exteriores:* situadas alrededor del aislante, protegen los distintos componentes del horno. Conforman el volumen exterior del equipo.
- Otros elementos no relevantes en el modelado térmico: componentes electrónicos, cableado, elementos de seguridad, componentes estéticos, refrigeración de la electrónica, lámpara, etc.

1.3. Estado del arte

Los hornos domésticos eléctricos se encuentran ampliamente extendidos en los hogares por sus múltiples ventajas: son cómodos, fiables, seguros, se manejan fácilmente y su consumo energético es inferior al de otros tipos de hornos como podrían ser los de gas. A pesar de ello no existe un gran número de publicaciones sobre su modelado y control, posiblemente porque son sistemas relativamente lentos y fácilmente controlables. No obstante, sí existe alguna publicación sobre hornos de otros tipos.

Algunos autores han recurrido a modelos basados en regresiones lineales, ampliamente usados en el ámbito de la identificación de sistemas por su fácil ajuste. Un ejemplo es [5], donde se utiliza un modelo ARMAX de orden 2. Los autores proponen calcular distintos modelos para distintos rangos de temperatura con el objetivo de aumentar la precisión.

Uno de los trabajos más detallados [6] propone dividir la cavidad del horno en una red con 32 volúmenes homogéneamente distribuidos. Para cada uno de estos volúmenes se aplica un balance de energía del tipo:

$$mc_p \frac{dT_i}{dt} = W_{in} - h(T_i - T_\infty), \quad (1.1)$$

en la que m es la masa contenida en el volumen, c_p su calor específico, T_i la temperatura del centro del volumen i , t la variable tiempo, W_{in} la potencia suministrada al horno, T_∞ una temperatura ambiente ficticia y h un coeficiente virtual de transferencia de calor por convección.

Los autores calculan para cada volumen su respectiva función de transferencia, cuyos coeficientes dependen de m , c_p , h y T_∞ . Estos coeficientes se suponen desconocidos y diferentes para cada nodo, y son identificados mediante datos experimentales.

Nótese que esta solución no considera la interacción entre los nodos de la red; simplemente engloba todos los efectos en los parámetros a identificar. El modelo identificado se ajusta correctamente a la dinámica general del sistema, pero no permite calcular flujos internos de calor.

Finalmente, los autores proponen un control PID calculado mediante optimización no lineal. Los criterios seleccionados para su optimización incluyen el tiempo de respuesta, el sobrepasamiento, el error en régimen permanente y la homogeneidad de temperatura en los distintos nodos.

Otro trabajo [7], en este caso para un horno industrial, propone un método similar. Los autores modelan el horno como un único volumen con una función de transferencia de primer orden. Los parámetros son igualmente identificados usando datos experimentales.

Finalmente, algunos autores sugieren la idea del control adaptativo. Un ejemplo es [8], donde se propone un modelo de primer orden para un horno de acción combinada (convección y microondas). El modelo es utilizado para diseñar un control PI adaptativo, que es mejorado posteriormente incorporando valores límite para los parámetros.

1.4. Objetivos y alcance

El principal objetivo del proyecto es desarrollar un modelo térmico simplificado para hornos domésticos eléctricos. Para ello se estudiarán los fenómenos físicos que dominan el comportamiento del sistema. Se propone utilizar modelos de tipo *grey-box*, esto es, modelos con estructura conocida pero con algunos parámetros indeterminados. Los parámetros de estos modelos se determinarán utilizando datos experimentales y técnicas de identificación de sistemas y se validarán mediante ensayos.

Los modelos planteados podrán ser utilizados para realizar simulaciones y obtener la distribución de temperaturas en el horno bajo variaciones de sus parámetros y ante distintas combinaciones de las entradas. El modelo también permitirá conocer los flujos de calor entre las distintas zonas del horno y las pérdidas al ambiente. En consecuencia, se contemplará la posibilidad de introducir alguna modificación constructiva que mejore la eficiencia de los equipos.

Asimismo, se plantearán nuevas estrategias de control de temperatura que permitan mejorar las prestaciones del horno. Estas estrategias de control se compararán con las usadas actualmente. Los modelos planteados también podrán ser utilizados en un futuro en el desarrollo de nuevos hornos de inducción.

En resumen, las tareas a realizar en el proyecto son las siguientes:

- Desarrollo de un modelo térmico simplificado que permita obtener la evolución de diversas temperaturas del horno en función de las entradas. Identificación del sistema y de los parámetros del modelo.
- Desarrollo de una herramienta de simulación simplificada para el laboratorio de hornos de BSH Electrodomésticos España.
- Análisis del modelo y planteamiento de posibles mejoras constructivas que reduzcan el consumo del sistema.
- Propuesta de nuevas estrategias de control de temperatura y comparación con las que actualmente están implementadas.

1.5. Justificación del proyecto

La realización de este proyecto resulta de especial interés para todas las partes implicadas:

- Para la empresa BSH Electrodomésticos España, ya que actualmente no dispone de modelos ni herramientas de simulación sencillas con las que podría reducir considerablemente el tiempo de desarrollo de nuevos hornos domésticos, adaptándose de forma más rápida a las necesidades del cliente.
- Para la Universidad de Zaragoza, por la posibilidad de intercambiar conocimientos con la empresa privada e introducir a sus alumnos en el ámbito profesional.

1.6. Estructura de la memoria

El proyecto está dividido en capítulos con el siguiente contenido:

- El capítulo 2 comienza con una descripción de los distintos tipos de modelado existentes. Posteriormente se presenta el modelo propuesto para el horno, el cual se ha basado en la analogía existente entre los sistemas térmicos y eléctricos.
- El capítulo 3 explica el proceso de identificación de los parámetros del modelo. Se especifican los distintos casos identificados, los datos utilizados y el método de ajuste. También incluye un estudio sobre la dinámica de las perturbaciones del sistema.
- El capítulo 4 utiliza el modelo propuesto para realizar algunos análisis e indica de manera sencilla sobre qué componentes debería actuarse para reducir el consumo energético del horno.
- En el capítulo 5 se realiza una descripción y análisis del control actual y se proponen dos métodos de cálculo de controladores basados en el modelo. Se incluyen algunas simulaciones realizadas para validar los controladores diseñados.
- Finalmente, el capítulo 6 presenta una síntesis del trabajo realizado y propone líneas futuras de investigación.

1.6. ESTRUCTURA DE LA MEMORIA

La memoria también incluye varios anexos:

- El anexo A explica en detalle la analogía que existe entre un circuito eléctrico y un sistema térmico. Esta analogía ha sido utilizada para crear el modelo del horno.
- En el anexo B se explica cómo se ha obtenido la expresión que permite calcular el calor necesario para evaporar el agua contenida en el ladrillo *Hipor* (una de las cargas modeladas).
- El anexo C recoge varias gráficas que, por su menor relevancia, no han sido incluidas en el cuerpo principal de la memoria.
- En el anexo D se encuentran las expresiones que permiten calcular las matrices de estado del modelo a partir de sus parámetros.
- Para finalizar, el anexo E contiene varias imágenes del simulador del horno que se ha desarrollado en *Excel*, así como una descripción general de su funcionamiento.

Capítulo 2

Modelado

2.1. Introducción. Tipos de modelado

Para construir el modelo de un sistema existen varias alternativas:

1. Algunos sistemas se comportan de acuerdo a fenómenos físicos conocidos para los que existen ecuaciones que permiten expresar dicho comportamiento. Si se conocen todos los parámetros implicados en las mismas, el modelo queda totalmente definido. Estos modelos reciben el nombre de *white-box* y no necesitan técnicas de identificación para su construcción. El modelado *white-box* resulta muy adecuado para sistemas sencillos, como por ejemplo un circuito RC con valores conocidos de resistencia y capacidad. También puede usarse para sistemas más complejos, pero en este caso suele ser necesario recurrir a técnicas de resolución como las diferencias finitas o los elementos finitos.
2. En el extremo opuesto se encuentran aquellos sistemas cuyo comportamiento no es conocido o cuyas ecuaciones resultan tan complejas que no resulta posible construir un modelo *white-box*. En estos casos se puede utilizar el modelado *black-box*. Este modelado permite obtener una relación matemática entre las entradas y las salidas del sistema sin tener el mínimo conocimiento del funcionamiento interno del mismo. Las ecuaciones normalmente empleadas son regresiones lineales cuyos coeficientes son identificados utilizando datos experimentales del sistema. El diseño de experimentos es fundamental para una buena identificación.
3. Finalmente, hay casos en los que se tiene suficiente información para decidir qué ecuaciones deben modelar el sistema, pero los parámetros de las mismas son total o parcialmente desconocidos. En esta situación es recomendable recurrir al modelado *grey-box*, que es un híbrido entre

los dos explicados anteriormente. El modelado en este caso consiste en plantear una estructura de acuerdo al conocimiento físico del sistema y utilizar posteriormente datos experimentales para identificar los valores de los parámetros desconocidos.

El objetivo principal de este proyecto es desarrollar un modelo térmico sencillo para el horno. Podría utilizarse el modelado *white-box*, ya que es posible conocer perfectamente la geometría y las propiedades físicas de los distintos componentes del horno, pero resultaría complejo y las simulaciones requerirían un gran coste computacional. El modelado *black-box* también sería posible, pero se perdería toda noción física de lo que ocurre en el sistema. Por este motivo, el tipo de modelado utilizado durante el desarrollo del proyecto será el modelado *grey-box*.

2.2. Modelo propuesto

2.2.1. Esquema

Utilizando la analogía existente entre los sistemas térmicos y los circuitos eléctricos (explicada en el anexo A) se propone para el horno el modelo de la figura 2.1. Recuérdese que al utilizar esta analogía, las resistencias y capacidades del circuito tienen significado térmico, y en lugar de intensidades y tensiones, las variables del circuito son flujos de calor y temperaturas, respectivamente. El modelo propuesto es de tipo *grey-box* puesto que los valores de sus parámetros son en principio desconocidos.

Los distintos componentes incluidos en el modelo, así como su relación con los componentes reales del horno, se explican a continuación:

- Conjuntos *pb-C1b*, *ps-C1s*, *pg-C1g* y *pc-C1c*: modelan los elementos calefactores bóveda, solera, grill y circular, respectivamente, los cuales suministran la energía al horno (figura 2.2). Tienen un elemento *Fuente de intensidad* (*pb*, *ps*, *pg* y *pc*) que modela la generación interna de calor y un elemento *Capacidad* (*C1b*, *C1s*, *C1g* y *C1c*) que permite modelar las variaciones de temperatura del propio elemento calefactor.
- Capacidad *C2*: modela la zona interna del horno, es decir, la cavidad, el aire contenido y zonas próximas (figura 2.3a).
- Capacidad *C3*: modela la zona externa del horno, esto es, la puerta, las chapas exteriores y zonas próximas (figura 2.3b).

2.2. MODELO PROPUESTO

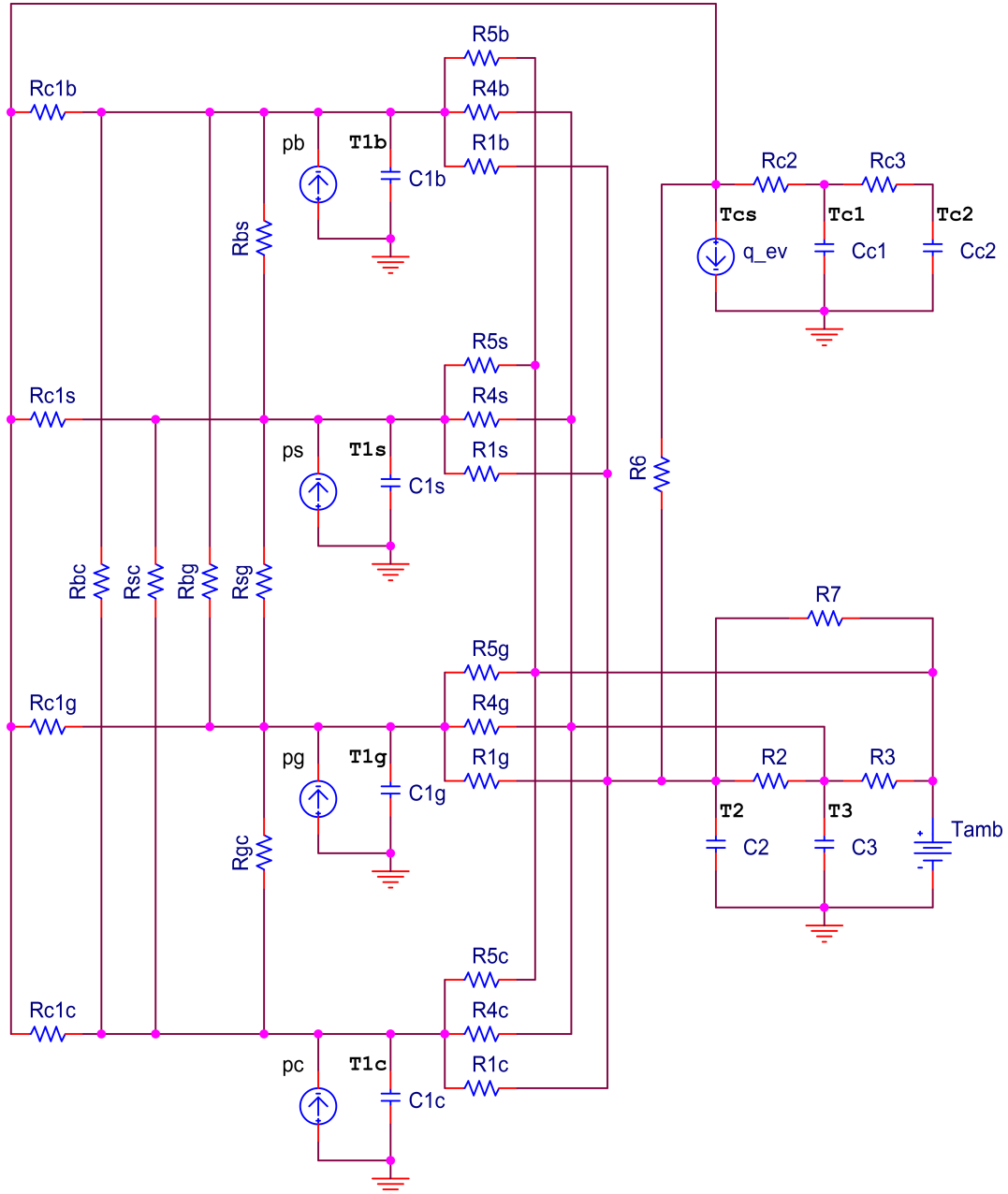


Figura 2.1: Modelo propuesto para el horno utilizando la analogía térmica-eléctrica.

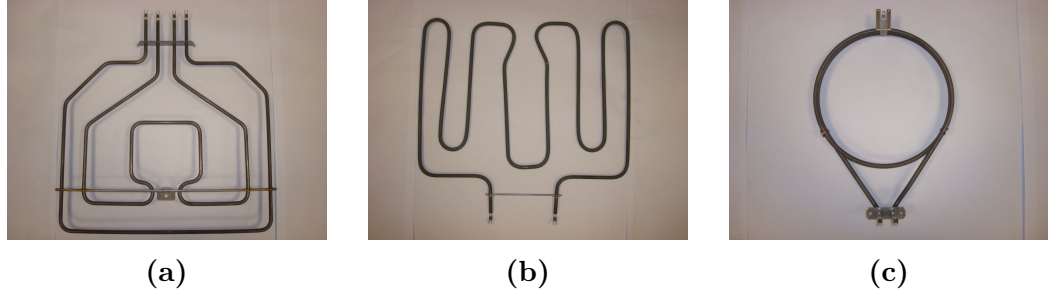


Figura 2.2: Elementos calefactores del horno. (a) Resistencias de bóveda y grill, modeladas por los conjuntos $pb-C1b$ y $pg-C1g$. (b) Resistencia de solera, modelada por el conjunto $ps-C1s$. (c) Resistencia circular, modelada por el conjunto $pc-C1c$.

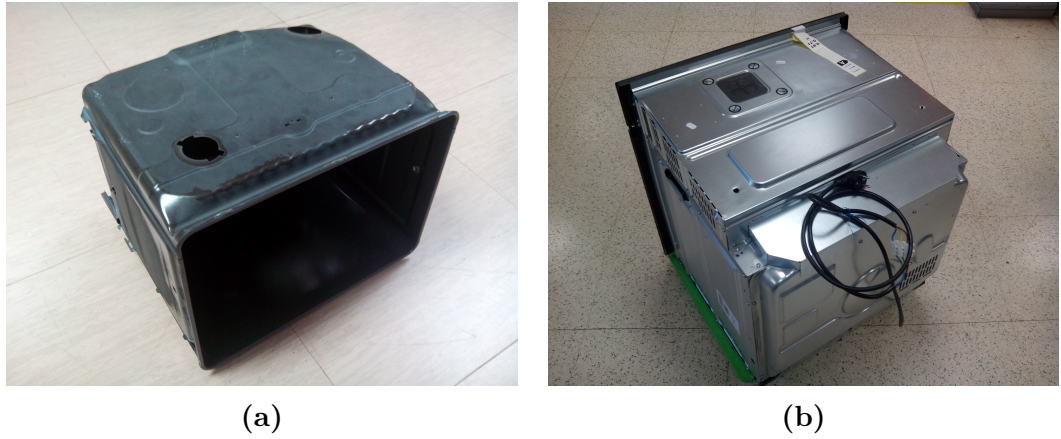


Figura 2.3: Algunas imágenes del horno. (a) Cavity interna, modelada por la capacidad $C2$. (b) Parte exterior, incluida en el modelo como parte de $C3$.

- Fuente de temperatura T_{amb} : modela el ambiente (exterior del horno). Actúa como una perturbación dependiente del tiempo, aunque realmente su valor varía muy poco y podría admitirse como constante.
- Resistencias Rbs , Rbg , Rbc , Rsg , Rsc y Rgc : modelan la transferencia de calor directa entre los elementos calefactores. Algunos elementos calefactores están colocados muy próximos, por lo que parece lógico incluir una dependencia de este tipo entre sus temperaturas.
- Resistencias $R1b$, $R1s$, $R1g$ y $R1c$: modelan la transferencia de calor entre cada elemento calefactor y la zona interna del horno. Cada una agrupa los mecanismos de conducción, convección y radiación existentes en un único elemento.
- Resistencias $R4b$, $R4s$, $R4g$ y $R4c$: modelan la transferencia de calor entre

2.2. MODELO PROPUESTO

cada elemento calefactor y la zona externa del horno. Se ha considerado posible que alguno de los elementos calefactores transmita parte de su energía directamente a la zona externa del horno, sin pasar por la zona interna.

- Resistencias $R5b$, $R5s$, $R5g$ y $R5c$: similares a las anteriores, pero conectando cada elemento calefactor directamente con la temperatura ambiente.
- Resistencia $R2$: conecta las capacidades $C2$ y $C3$, es decir, modela la transferencia de calor entre la zona interna y la externa del horno. Estará relacionada con el material aislante, aunque realmente será la resistencia equivalente a varias resistencias colocadas en paralelo.
- Resistencia $R3$: conecta el exterior del horno con el ambiente. Modelará principalmente la conducción a través del mueble en el que esté alojado el horno, o bien la convección hacia el exterior si el horno está aislado.
- Resistencia $R7$: modela la transferencia de calor directa entre la zona interna y el ambiente. Se ha incluido con el propósito de modelar la puerta del horno, situada precisamente entre esos dos elementos. Dicho de otras palabras, permitirá conocer las pérdidas que se producen en el horno a través de la puerta.
- Capacidades $Cc1$ y $Cc2$: modelan la carga alojada en el interior de la cavidad como un objeto de dos capas, una externa ($Cc1$) y una interna ($Cc2$), con sus respectivas temperaturas. Este modelo es el más sencillo que permitía obtener una distribución interna de temperaturas. Se valoró la posibilidad de modelar la carga como un objeto de una única capa, pero el ajuste con datos experimentales era considerablemente peor.
- Resistencias $Rc2$ y $Rc3$: modelan la conducción en el interior de la carga según el modelo de dos capas. $Rc2$ es la resistencia de conducción entre la superficie del objeto y el centro de la primera capa, y $Rc3$ entre la capa externa y la interna.
- Resistencia $R6$: situada entre la zona interior del horno y la superficie de la carga. Pretende modelar la transferencia de calor entre esos dos elementos.
- Resistencias $Rc1b$, $Rc1s$, $Rc1g$ y $Rc1c$: su propósito es modelar la transferencia de calor directa entre los elementos calefactores y la superficie de la carga. Se sabe que la carga recibe parte de la potencia calorífica en forma de radiación, motivo por el que se ha decidido incluirlas.

- Sumidero de potencia q_{ev} : modela la potencia calorífica absorbida al evaporar el agua contenida en la carga. Todos los alimentos evaporan agua durante su cocinado, para lo cual necesitan una energía proporcional a la masa de agua evaporada. Actúa como una perturbación y su valor es en principio desconocido.

Nótese que solamente se ha incluido una resistencia entre cada pareja de capacidades del modelo. El motivo es que se está utilizando un modelo *grey-box*, en el que los valores de resistencias y capacidades se identificarán posteriormente con datos experimentales. Por este motivo resulta más sencillo agrupar todos los mecanismos y medios de transferencia de calor entre temperaturas en un único elemento.

El modelo planteado incluye todas las conexiones térmicas que se han considerado posibles entre los elementos del horno (modelados como capacidades térmicas). No obstante, si la identificación posterior indica que alguna resistencia es muy grande, se estudiará la posibilidad de que esa conexión no exista realmente o bien que el flujo de calor pueda despreciarse.

Nótese también que la turbina no aparece en el modelo como un elemento más del circuito, puesto que no puede modelarse como una fuente de calor, una resistencia térmica o una capacidad térmica. El objetivo principal de la turbina es aumentar la transferencia de calor por convección en el interior del horno. En lo referido al modelo, el encendido o apagado de la turbina modificará los valores de aquellas resistencias térmicas que incluyan una parte debida a este mecanismo de transferencia de calor. En la práctica, se identificarán dos modelos distintos para el horno, uno con la turbina encendida y otro con la turbina apagada. Las capacidades térmicas serán iguales para ambos modelos, así como las resistencias térmicas que no se vean afectadas por el estado de la turbina; el resto de resistencias serán distintas para cada modelo, y es de esperar que sean menores en la situación de turbina encendida.

2.2.2. Representación en espacio de estados

El modelo planteado considera como entradas las potencias suministradas por los cuatro elementos calefactores:

$$\mathbf{u} = (pb, ps, pg, pc)^T \quad (2.1)$$

Además incluye como perturbaciones la temperatura ambiente y el calor absorbido en la evaporación del agua (q_{ev}):

$$\mathbf{p} = (T_{amb}, q_{ev})^T \quad (2.2)$$

2.2. MODELO PROPUESTO

Se proponen como variables de estado las temperaturas proporcionadas por cada una de las capacidades térmicas del modelo:

$$\mathbf{x} = (T1b, T1s, T1g, T1c, T2, T3, Tc1, Tc2)^T \quad (2.3)$$

Con esta configuración de variables de estado, entradas y perturbaciones, y considerando que la temperatura $T2$ es la medida por el sensor del horno, la representación en espacio de estados del modelo es la siguiente:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + B_p\mathbf{p} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 & 0 \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & 0 & a_{77} & a_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & a_{88} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_p = \begin{pmatrix} b_{p11} & b_{p12} \\ b_{p21} & b_{p22} \\ b_{p31} & b_{p32} \\ b_{p41} & b_{p42} \\ b_{p51} & b_{p52} \\ b_{p61} & 0 \\ 0 & b_{p72} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cada uno de los coeficientes a_{ij} , b_{ij} y b_{pij} no es independiente del resto, ya que dependen del valor de las resistencias y capacidades del modelo. Sus expresiones se detallan en el anexo D.1.

Capítulo 3

Identificación

3.1. Introducción

La identificación engloba un conjunto de métodos y técnicas que permiten construir modelos de sistemas dinámicos con sus parámetros a partir de la observación de sus entradas y salidas. Uno de los especialistas más destacados en este campo es Lennart Ljung, cuyo libro [9] sobre identificación de sistemas contiene una amplísima descripción de la teoría, metodología y práctica usadas en la materia.

El proceso de identificación se puede separar básicamente en dos etapas. En primer lugar se propone un modelo para el sistema, el cual depende de ciertos parámetros que son en principio desconocidos. Posteriormente se utilizan datos del sistema (mediciones de las entradas y las salidas) para determinar el valor de dichos parámetros.

Gran parte de la teoría sobre identificación se centra en modelos discretos basados en regresiones lineales, es decir, modelos cuya salida $y(t)$ puede expresarse de la siguiente forma:

$$y(t) = \theta^T \varphi(t), \quad (3.1)$$

donde θ es el vector de parámetros desconocidos, con la siguiente estructura:

$$\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T, \quad (3.2)$$

y $\varphi(t)$ es el vector de regresión, cuyas componentes son conocidas y dependen de las entradas (u) y las salidas (y) del sistema en el instante actual y en instantes anteriores:

$$\varphi(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)]^T \quad (3.3)$$

$$\varphi_i(t) = f(u(t), u(t-T), \dots, u(t-n_aT), \\ y(t-T), \dots, y(t-n_bT)) \quad (3.4)$$

siendo T el periodo de muestreo.

El motivo principal de usar este tipo de modelos es que sus parámetros pueden estimarse sencillamente mediante técnicas analíticas de optimización como los mínimos cuadrados.

No obstante, no siempre se puede recurrir a estos modelos. Un ejemplo de interés es el modelado de procesos físicos, el cual suele llevar a modelos continuos en espacio de estados cuya parametrización puede ser totalmente arbitraria. En estos casos, como el propio Ljung reconoce [9, p. 114], no existen técnicas generales de estimación de los parámetros y se suele recurrir a la “fuerza bruta”.

Un concepto importante al plantear una estructura para el modelo es su identificabilidad. Dada una estructura de modelo $\mathcal{M}$, se dice que es globalmente identificable si:

$$\mathcal{M}(\theta) = \mathcal{M}(\theta^*), \theta \in \mathcal{D}_{\mathcal{M}} \Rightarrow \theta = \theta^* \quad (3.5)$$

donde $\mathcal{D}_{\mathcal{M}}$ es el dominio de valores posibles de los parámetros θ .

La identificabilidad de los modelos basados en regresiones lineales es fácilmente analizable [9], pero no resulta tan evidente para otros modelos con parametrización arbitraria. Un método interesante es propuesto en [10], donde la identificabilidad se estudia mediante la aplicación del algoritmo de Ritt.

3.2. Sistemas identificados

Como ya se introdujo en el capítulo de modelado, el horno se comporta diferente según el estado de la turbina (encendida o apagada). Por simplicidad se identificarán dos modelos distintos, uno para cada estado de la turbina.

Caso distinto es la parte del modelo correspondiente a la carga. Cada alimento introducido en el horno debería tener un modelo propio que tendría que ser identificado individualmente. Como ejemplo de carga se modelará el ladrillo *Hipor*, el cual es utilizado en el ensayo de etiquetado energético del horno. Este ensayo es realizado a menudo en el laboratorio y consiste básicamente en medir la energía usada por el horno para elevar la temperatura del ladrillo 55°C. La realización completa del ensayo viene definida por normativa [11].

Además del ladrillo, se identificará otro caso de interés: el horno en vacío. Esta situación se modelará como si el horno contuviera una carga algo especial: en lugar de ajustar la temperatura del interior de un alimento, se utilizará la temperatura del centro de la cavidad.

3.3. DATOS EXPERIMENTALES

En resumen, se obtendrán cuatro modelos distintos, resultado de combinar los dos estados de la turbina y las dos cargas modeladas.

3.3. Datos experimentales

El laboratorio dispone de un horno para ensayos sobre el que se han dispuesto multitud de termopares (figura 3.1), así como varios registradores que permiten guardar la evolución temporal de las distintas temperaturas.

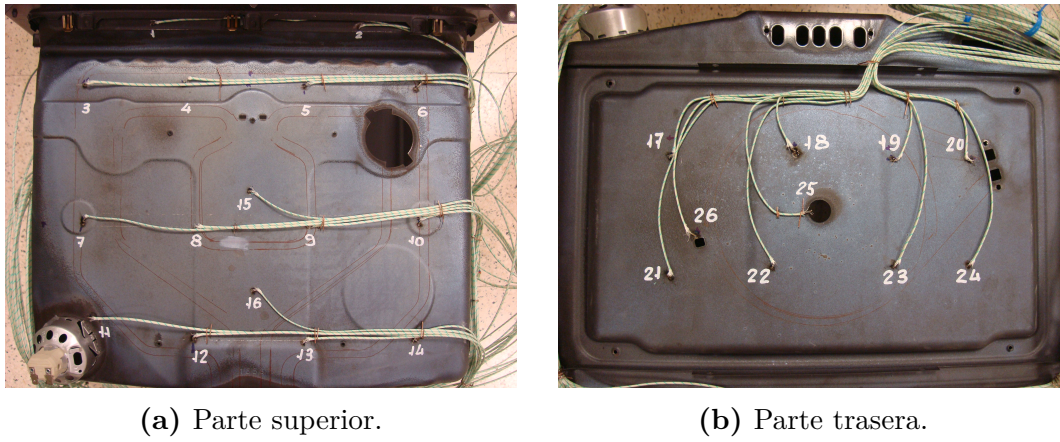


Figura 3.1: Cavity del horno de ensayos. Pueden observarse algunos termopares numerados.

Algunas de estas temperaturas han sido empleadas en el proceso de identificación y se detallan a continuación:

- Temperaturas de las resistencias de bóveda, solera, grill y circular. Sus respectivas en el modelo son $T1b$, $T1s$, $T1g$ y $T1c$.
- Temperatura de la cavidad interna. Se intentará ajustar a la temperatura $T2$ del modelo. Se utilizará el valor promedio de ocho termopares distribuidos homogéneamente por la cavidad.
- Temperatura de las chapas exteriores. Se calculará como un promedio de la temperatura de seis termopares colocados en lugares representativos. Se corresponderá con $T3$ en el modelo.
- Temperatura del centro de la cavidad. Se ajustará a la temperatura $Tc2$ en el caso de horno en vacío.
- Temperatura del centro del ladrillo *Hipor*. Se ajustará a la temperatura $Tc2$ en el caso de modelado del ladrillo.

- Temperatura del laboratorio. La proporciona un termopar situado en el exterior del horno. Se utilizará como valor de la perturbación T_{amb} del modelo.

Los equipos del laboratorio también pueden registrar la potencia eléctrica instantánea mediante un vatímetro. Esta potencia es la suma de las potencias suministradas por los elementos calefactores y la consumida por otros elementos auxiliares. Mediante un diseño adecuado del experimento ha sido posible conocer la potencia calorífica suministrada por cada elemento calefactor. Estas potencias son precisamente las entradas del modelo pb , ps , pg y pc .

Las variables anteriormente mencionadas han sido registradas durante la realización de diferentes ensayos. Estos ensayos se han dividido en dos grupos:

- **Grupo 1.** Ensayos utilizados para la identificación de los parámetros del horno. Han sido diseñados específicamente para este propósito. Son dos, uno con la turbina apagada (figura 3.2) y otro con la turbina encendida (figura 3.3), ambos con el horno en vacío.

En ellos se ha realizado un control todo o nada sobre la temperatura del horno, realizando en total cuatro ciclos de encendido y apagado. Cada uno de estos ciclos ha sido realizado con una de las resistencias del horno, con el objetivo de poder conocer sus potencias instantáneas por separado. Las temperaturas de encendido y apagado han sido de 150°C y 250°C , respectivamente, por ser este el rango de temperaturas en el que suele funcionar el horno.

Estos dos ensayos también han sido utilizados para la identificación de la carga en el caso de horno vacío.

- **Grupo 2.** Ensayos utilizados para la identificación de los parámetros del ladrillo *Hipor*. No ha sido necesario un diseño específico, ya que era posible usar los ensayos de etiquetado energético habituales en el laboratorio. En total se han usado datos de nueve ensayos, correspondientes a tres funciones del horno a distintas temperaturas de referencia.

Para finalizar la sección de experimentación, debe mencionarse que se ha detectado un problema en el sensor que utiliza el horno en su funcionamiento normal. En principio, su temperatura debería ser lo más semejante posible a una temperatura promedio de la cavidad, pero puede observarse (figura 3.2) que en algunos casos la diferencia llega a los 50°C . Por este motivo se recomienda el estudio de una nueva localización del sensor que proporcione datos más acordes con la temperatura real.

En lo que se refiere al proyecto, se asumirá que el horno incorpora un sensor que mide la temperatura exacta de la cavidad (T_2 en el modelo).

3.3. DATOS EXPERIMENTALES

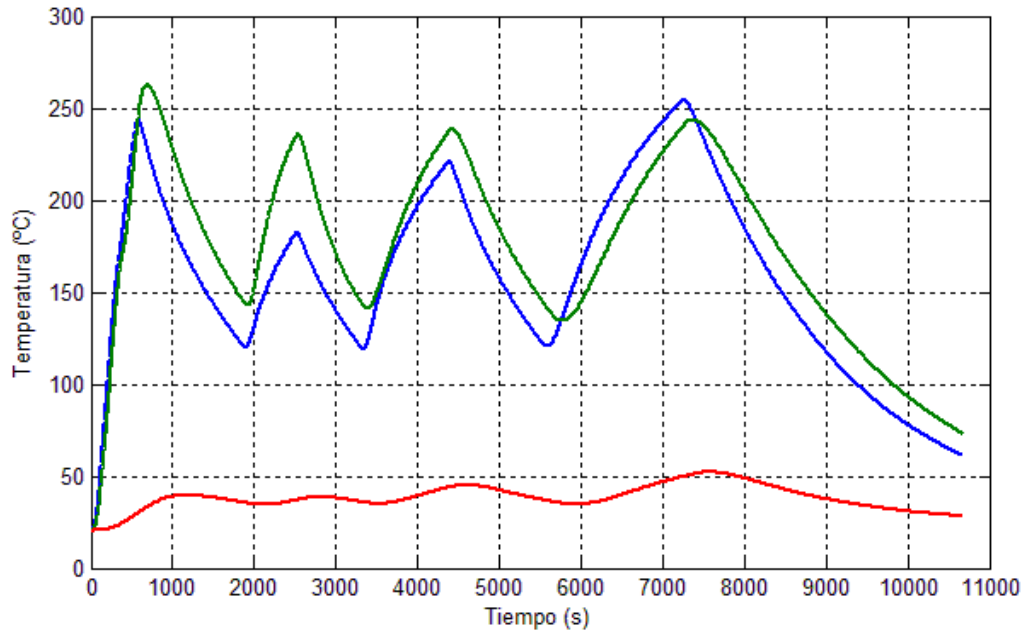


Figura 3.2: Ensayo realizado con la turbina apagada. Se muestran las temperaturas de la cavidad interior (azul), el sensor del horno (verde) y las chapas exteriores (rojo).

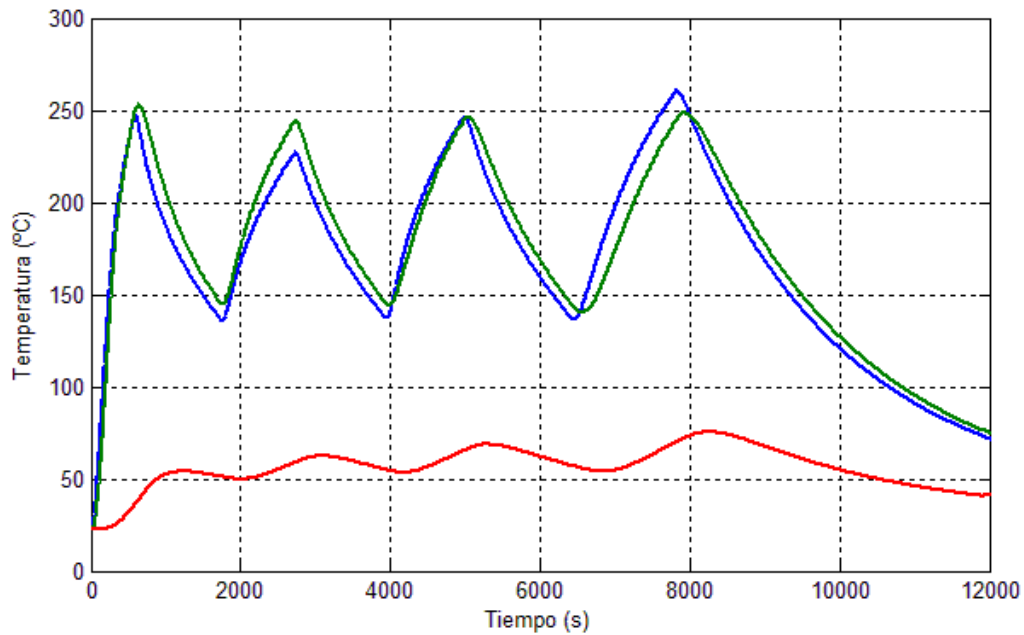


Figura 3.3: Ensayo realizado con la turbina encendida. Se muestran las temperaturas de la cavidad interior (azul), el sensor del horno (verde) y las chapas exteriores (rojo). Se puede observar una mayor homogeneidad entre las temperaturas de la cavidad y el sensor.

3.4. Dinámica de las perturbaciones

Analícese de nuevo el esquema del modelo de la figura 2.1. El término q_{ev} , correspondiente a la potencia utilizada para evaporar el agua contenida en la carga, se supuso en principio una perturbación desconocida. No obstante, para los dos casos de carga modelados (vacío y ladrillo *Hipor*), la dinámica de esta perturbación puede ser estimada.

En el caso de vacío se asumirá que no existe agua líquida que pueda evaporarse en el horno, por lo que el valor de q_{ev} será igual a cero.

$$q_{ev} = 0 \quad (3.6)$$

Caso distinto es el del ladrillo *Hipor*, que es sumergido en agua antes de su uso en el ensayo de etiquetado energético. Una parte del agua absorbida es evaporada posteriormente durante la realización del ensayo.

Tras analizar diversas opciones, se propuso la siguiente relación empírica para estimar el valor de la potencia de evaporación:

$$q_{ev} = \begin{cases} aT_l + bT_h + cT_lT_h + d, & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d \geq 0 \\ 0, & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

donde T_l es la temperatura interna del ladrillo, correspondiente a la temperatura $Tc2$ del modelo, T_h es la temperatura de la cavidad interna, que se corresponde con $T2$ en el modelo, y a , b , c y d son cuatro parámetros ajustados mediante datos experimentales.

El proceso de obtención de esta expresión, así como su ajuste, está explicado de forma detallada en el anexo B. Los valores de los parámetros a , b , c y d se muestran en la tabla 3.1.

Turbina	a (W/°C)	b (W/°C)	c (W/°C ²)	d (W)
Off	-4.7608	0.4475	0.0258	-8.3932
On	-6.3923	0.8260	0.0437	-10.4985

Tabla 3.1: Resultados del ajuste de la expresión 3.7

La otra perturbación considerada en el modelo es la temperatura T_{amb} . A diferencia de q_{ev} , esta temperatura sí puede medirse durante un ensayo, por lo que no presenta ningún problema para el proceso de identificación.

3.5. Ajuste

3.5.1. Método

El modelo propuesto está basado en una descripción de los procesos físicos que ocurren en el horno. Por este motivo, la parametrización en elementos *Resistencia* y elementos *Capacidad* dista mucho de parecerse a una regresión lineal, con los inconvenientes que ello conlleva.

Como se ha explicado en la introducción del capítulo, no existen métodos analíticos generales para identificar este tipo de modelos. La solución comúnmente adoptada consiste en realizar un barrido en valores de los distintos parámetros hasta conseguir minimizar el error.

En este proyecto se ha empleado el *software* de cálculo matricial *MATLAB*, que incluye una *toolbox* de optimización con diferentes funciones. La función que se ha seleccionado se denomina *fmincon* y permite hallar mínimos de cualquier función con restricciones.

Se han implementado distintas funciones de error que *fmincon* se ha encargado de minimizar, todas ellas con un esquema común. Estas funciones reciben dos datos de entrada: un vector con el valor de los distintos parámetros del modelo y una matriz que contiene la evolución de las temperaturas y potencias explicadas en la sección 3.3.

La función de error simula el modelo con esos parámetros y esos valores de entradas y perturbaciones. Posteriormente, se calcula el error cuadrático medio de cada una de las temperaturas medidas ($T1b$, $T1s$, $T1g$, $T1c$, $T2$, $T3$ y $Tc2$). Cada error se escala en el rango de valores de la temperatura correspondiente, obteniendo un valor comprendido entre 0 y 1. Finalmente se ponderan los errores obtenidos (ecuación 3.8), otorgando mayor importancia a la temperatura de la cavidad ($T2$). Esta temperatura es la única que se medirá en el horno real, motivo por el que su ajuste se ha considerado más importante.

$$e_{TOTAL} = e_{T1b} + e_{T1s} + e_{T1g} + e_{T1c} + 2 \cdot e_{T2} + e_{T3} + e_{Tc2} \quad (3.8)$$

Nótese que el modelo propuesto permite que la carga sea identificada por separado. Para ello se debe separar el modelo en dos partes, la correspondiente al horno y la relativa a la carga. El submodelo correspondiente a la carga (figura 3.4) tendría como entradas las temperaturas $T1b$, $T1s$, $T1g$, $T1c$ y $T2$, como perturbación q_{ev} y como salida $Tc2$. La ventaja de este método es que reduce considerablemente el tiempo de cálculo en el caso de querer identificar varias cargas.

Para finalizar, es necesario mencionar que se han incluido tres restricciones para que el modelo obtenido resulte coherente:

1. Todos los elementos *Resistencia* y *Capacidad* deberán tener valor positivo. Valores negativos no tendrían sentido físico.
2. Las capacidades del modelo serán iguales para los dos estados de la turbina (encendida y apagada). Valores diferentes solo serían posibles si los componentes del horno modificaran su masa.
3. Las resistencias $Rc2$ y $Rc3$, que se corresponden con el interior de la carga, serán iguales para los dos estados de la turbina. El motivo es que estas resistencias no deberían verse afectadas por la turbina al no tener componente convectiva.

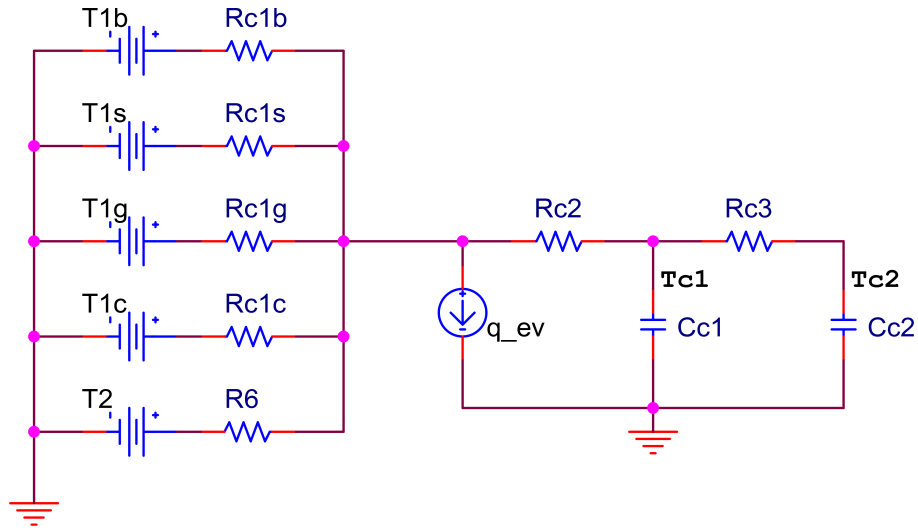


Figura 3.4: Submodelo correspondiente a la carga.

3.5.2. Identificabilidad. Restricciones adicionales

La identificabilidad de modelos con parametrización arbitraria es compleja de analizar. El método propuesto por Ljung [10] utiliza álgebra diferencial para este propósito. El autor aplica el algoritmo de Ritt para transformar las ecuaciones del modelo en ecuaciones lineales con respecto a los parámetros. La posibilidad de realizar esta transformación es la que determina si el modelo es identificable o no. El método también indica los requisitos que deben cumplir las entradas para que el sistema esté permanentemente excitado, condición importante para una correcta identificación.

A pesar de la gran información proporcionada por el método, su utilidad práctica está limitada. Ljung indica que los programas comerciales actuales

3.5. AJUSTE

encuentran dificultades si la suma del número de parámetros y variables desconocidas es igual o superior a 10. Este es precisamente el caso del modelo propuesto, que tiene 36 parámetros y una variable de estado no medida ($Tc1$).

Por este motivo, la identificabilidad del modelo se ha debido analizar experimentalmente. El proceso ha consistido en repetir la identificación varias veces, utilizando en cada optimización unos valores iniciales distintos. Si los resultados obtenidos hubieran sido los mismos, se habría considerado que el modelo ya era identificable. Este no ha sido el caso, así que han debido introducirse algunas restricciones adicionales (tabla 3.2) para cumplir esta condición.

Restricción	Dato	Expresión
Resistencia total de la carga	R_{carga}	$Rc2 + Rc3 = R_{carga}$
Capacidad total de la carga	C_{carga}	$Cc1 + Cc2 = C_{carga}$

Tabla 3.2: Restricciones adicionales para asegurar la identificabilidad.

Los datos R_{carga} y C_{carga} son diferentes para las dos cargas identificadas. En el caso del ladrillo *Hipor*, se han calculado a partir de la conductividad térmica, calor específico y masa del ladrillo. Las expresiones utilizadas provienen de estudios internos de la empresa y no se muestran por razones de confidencialidad. Los valores usados son $R_{carga}=1.72$ K/W y $C_{carga}=4700$ J/K.

El caso del horno en vacío es distinto, ya que no existe ningún sólido con unas dimensiones y propiedades definidas. Como aproximación, se ha supuesto la existencia de un “ladrillo” de aire en el centro del horno. Es decir, se han utilizado las mismas restricciones que para el ladrillo *Hipor*, pero utilizando las propiedades térmicas del aire. Los valores obtenidos en este caso son $R_{carga}=65.7$ K/W y $C_{carga}=2.18$ J/K.

3.5.3. Resultados

El ajuste se ha realizado siguiendo el esquema de los experimentos realizados, descritos en la sección 3.3. En primer lugar se han identificado los parámetros del horno y de la carga para el caso de vacío, utilizando para ello el modelo completo. Posteriormente se han identificado los parámetros del ladrillo *Hipor* de forma independiente, utilizando el submodelo de la carga y según el método presentado en la sección 3.5.1.

Los resultados numéricos de la identificación se muestran en las tablas 3.3 y 3.4. El proceso de identificación ha sido muy bueno, consiguiendo errores cuadráticos medios de entre el 2 % y el 5 % respecto a las escalas de las temperaturas modeladas.

Los resultados gráficos, por su parte, han permitido valorar el comportamiento cualitativo del modelo. Por brevedad, solo se incluyen en esta sección las gráficas de las temperaturas que se han considerado más relevantes. Las gráficas del resto de variables puede consultarse en el anexo C.1, donde también se incluye una breve valoración de los resultados.

El ajuste de la temperatura de la cavidad se muestra en la figura 3.5. En ella se puede apreciar que el comportamiento del modelo es muy similar al del sistema real. Lo mismo ocurre con la temperatura de la carga, tanto en el caso del horno en vacío (figura 3.6) como en el del ladrillo *Hipor* (figura 3.7).

Por último, los valores de los parámetros que ha devuelto la identificación se incluyen en las tablas 3.5, 3.6 y 3.7. En estas tablas, los sufijos *ON* y *OFF* indican valores para el caso de turbina encendida y apagada, respectivamente. Los parámetros sin sufijo son iguales para los dos casos mencionados. Los valores obtenidos han permitido extraer las siguientes conclusiones:

- Algunas de las resistencias térmicas son muy grandes, lo que indica que ciertas conexiones térmicas podrían ser despreciables. Esta idea ya se sugirió en el tema de modelado, pero la identificación ha permitido demostrarlo numéricamente. Es el caso de las conexiones térmicas entre los elementos calefactores y el ambiente, modeladas por las resistencias $R5b$, $R5s$, $R5g$ y $R5c$.

Cabe destacar el hecho de que alguna de las conexiones no sea totalmente despreciable, como es el caso de la que une la resistencia de solera y la parte externa del horno, modelada por $R4s$. Esto implica que parte del calor suministrado por esta resistencia se escapa directamente al exterior del horno.

- En general, las resistencias térmicas son menores con la turbina encendida. Resulta lógico considerando que el objetivo de la turbina es favorecer la transferencia de calor por convección. No obstante, alguna de las resistencias muestra el comportamiento opuesto, como en el caso de $R2$ o $R3$. Esto puede deberse al transporte de materia que provoca la turbina, pues se sabe que parte del aire caliente es trasladado hacia el exterior.
- Los valores obtenidos para las capacidades del horno resultan totalmente coherentes con la masa y calor específico de los objetos modelados. Los elementos calefactores tienen las menores capacidades ($C1b$, $C1s$, $C1g$ y $C1c$), seguidas por la capacidad de la cavidad interna ($C2$) y finalmente por la parte externa del horno ($C3$).

3.5. AJUSTE

Temperatura	Rango de valores (°C)	Escala (°C)	<i>ECM</i> (°C)	$\frac{ECM}{Escala}$
T1b	20 - 699	679	19.4	2.9 %
T1s	20 - 627	607	27.6	4.6 %
T1g	21 - 694	673	22.5	3.4 %
T1c	20 - 922	902	26.2	2.9 %
T2	20 - 261	241	7.20	3.0 %
T3	20 - 75	55	1.90	3.5 %
Tc2	20 - 281	260	7.06	2.7 %

Tabla 3.3: Resultados del ajuste de los parámetros del horno y de la carga en vacío. La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga), utilizando los ensayos del grupo 1. (*ECM*: Error Cuadrático Medio).

Temperatura	Rango de valores (°C)	Escala (°C)	<i>ECM</i> (°C)	$\frac{ECM}{Escala}$
Tc2	5 - 68	63	1.77	2.8 %

Tabla 3.4: Resultados del ajuste de los parámetros del ladrillo *Hipor*. La identificación se ha realizado únicamente sobre el submodelo de la carga, utilizando los ensayos del grupo 2. (*ECM*: Error Cuadrático Medio).

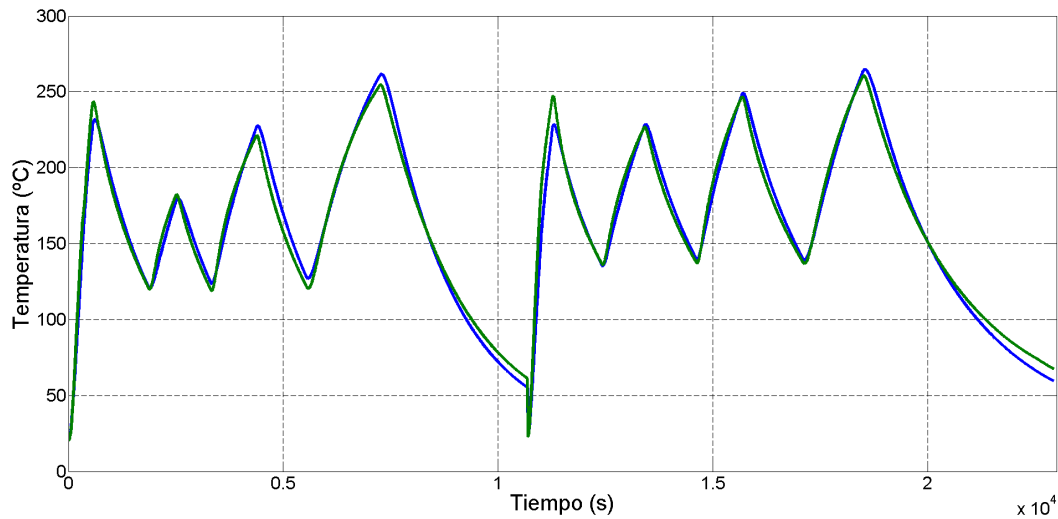


Figura 3.5: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la cavidad (T_2 en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

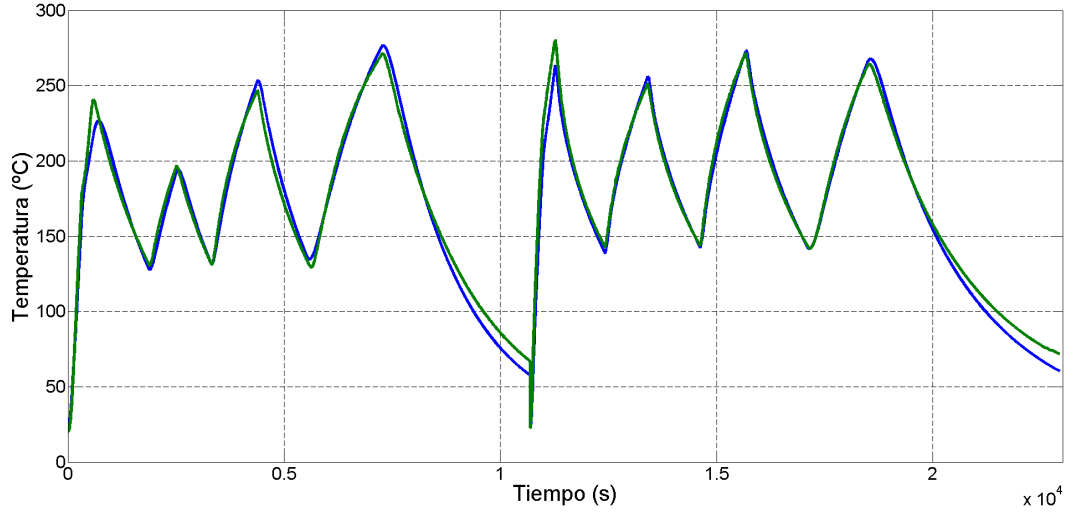


Figura 3.6: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura del centro del horno en vacío (T_{c2} en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

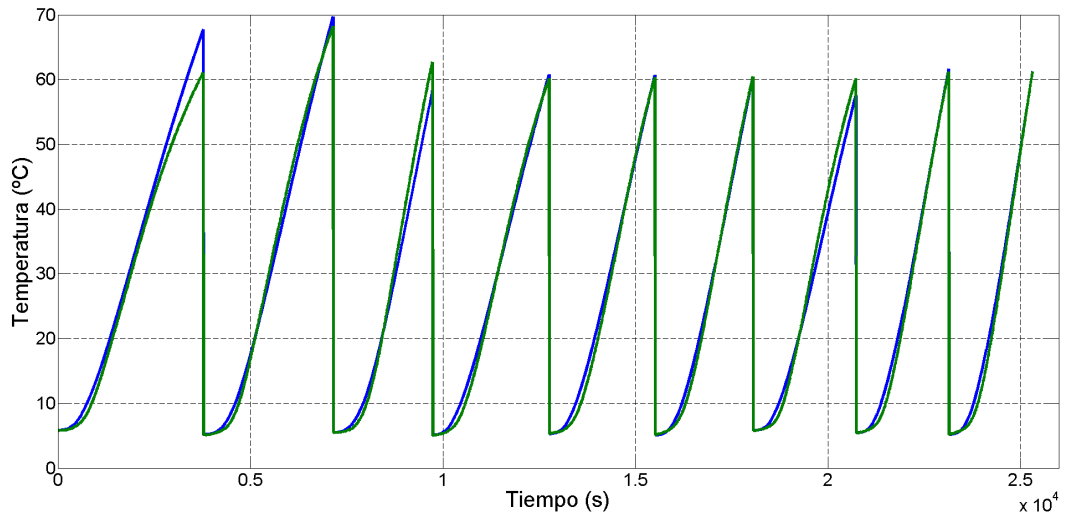


Figura 3.7: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura interna del ladrillo *Hipor* (T_{c2} en el modelo). La identificación se ha realizado únicamente sobre el submodelo de la carga. Se muestran nueve ensayos concatenados.

3.5. AJUSTE

Parámetro	Valor
$C1b$	130 J/K
$C1s$	401 J/K
$C1g$	153 J/K
$C1c$	158 J/K
$C2$	4810 J/K
$C3$	14200 J/K

Parámetro	Valor
Rbs_{ON}	1830 K/W
Rbg_{ON}	4.30 K/W
Rbc_{ON}	2.84 K/W
Rsg_{ON}	1240 K/W
Rsc_{ON}	1290 K/W
Rgc_{ON}	220 K/W
$R1b_{\text{ON}}$	0.540 K/W
$R1s_{\text{ON}}$	0.390 K/W
$R1g_{\text{ON}}$	0.422 K/W
$R1c_{\text{ON}}$	0.293 K/W
$R2_{\text{ON}}$	0.285 K/W
$R3_{\text{ON}}$	0.0812 K/W
$R4b_{\text{ON}}$	130 K/W
$R4s_{\text{ON}}$	5.75 K/W
$R4g_{\text{ON}}$	17.3 K/W
$R4c_{\text{ON}}$	1810 K/W
$R5b_{\text{ON}}$	1330 K/W
$R5s_{\text{ON}}$	4990 K/W
$R5g_{\text{ON}}$	674 K/W
$R5c_{\text{ON}}$	1790 K/W
$R7_{\text{ON}}$	2150 K/W

Parámetro	Valor
Rbs_{OFF}	1280 K/W
Rbg_{OFF}	2.74 K/W
Rbc_{OFF}	8.33 K/W
Rsg_{OFF}	1060 K/W
Rsc_{OFF}	1080 K/W
Rgc_{OFF}	305 K/W
$R1b_{\text{OFF}}$	0.697 K/W
$R1s_{\text{OFF}}$	0.381 K/W
$R1g_{\text{OFF}}$	0.522 K/W
$R1c_{\text{OFF}}$	0.439 K/W
$R2_{\text{OFF}}$	0.252 K/W
$R3_{\text{OFF}}$	0.0334 K/W
$R4b_{\text{OFF}}$	1800 K/W
$R4s_{\text{OFF}}$	8.88 K/W
$R4g_{\text{OFF}}$	801 K/W
$R4c_{\text{OFF}}$	1210 K/W
$R5b_{\text{OFF}}$	1560 K/W
$R5s_{\text{OFF}}$	2460 K/W
$R5g_{\text{OFF}}$	751 K/W
$R5c_{\text{OFF}}$	964 K/W
$R7_{\text{OFF}}$	2350 K/W

Tabla 3.5: Valores de los parámetros del submodelo del horno.

Parámetro	Valor
$Rc2$	7.94 K/W
$Rc3$	57.8 K/W
$Cc1$	2.18 J/K
$Cc2$	$7.37 \cdot 10^{-6}$ J/K

Parámetro	Valor
$Rc1b_{ON}$	194 K/W
$Rc1s_{ON}$	747 K/W
$Rc1g_{ON}$	192 K/W
$Rc1c_{ON}$	140 K/W
$R6_{ON}$	15.2 K/W

Parámetro	Valor
$Rc1b_{OFF}$	1090 K/W
$Rc1s_{OFF}$	778 K/W
$Rc1g_{OFF}$	625 K/W
$Rc1c_{OFF}$	$1.23 \cdot 10^6$ K/W
$R6_{OFF}$	44.4 K/W

Tabla 3.6: Valores de los parámetros del submodelo de la carga. Horno en vacío.

Parámetro	Valor
$Rc2$	0.736 K/W
$Rc3$	0.984 K/W
$Cc1$	3630 J/K
$Cc2$	1070 J/K

Parámetro	Valor
$Rc1b_{ON}$	$1.09 \cdot 10^5$ K/W
$Rc1s_{ON}$	$9.73 \cdot 10^4$ K/W
$Rc1g_{ON}$	$1.09 \cdot 10^5$ K/W
$Rc1c_{ON}$	$1.12 \cdot 10^5$ K/W
$R6_{ON}$	$2.83 \cdot 10^{-8}$ K/W

Parámetro	Valor
$Rc1b_{OFF}$	$1.99 \cdot 10^5$ K/W
$Rc1s_{OFF}$	$1.27 \cdot 10^5$ K/W
$Rc1g_{OFF}$	$1.20 \cdot 10^5$ K/W
$Rc1c_{OFF}$	$1.13 \cdot 10^5$ K/W
$R6_{OFF}$	0.148 K/W

Tabla 3.7: Valores de los parámetros del submodelo de la carga. Ladrillo *Hipor*.

Capítulo 4

Análisis

Para realizar la identificación del modelo se ha usado el *software* de cálculo matricial *MATLAB*. Este programa contiene un amplio catálogo de funciones que permiten simular y analizar cualquier sistema de forma rápida, pero su uso requiere conocimientos específicos y resulta complejo para un usuario no iniciado. Por este motivo se ha desarrollado un simulador en *Microsoft Excel*, *software* con un funcionamiento más sencillo y disponible en todos los ordenadores del laboratorio de hornos.

El documento *Excel* obtenido permite simular el funcionamiento del horno tanto en vacío como durante la realización del ensayo de etiquetado energético, con cualquiera de las funciones que incorporan actualmente los hornos de BSH Electrodomésticos España. Proporciona resultados gráficos, como la evolución temporal de algunas temperaturas (figuras 4.1 y 4.2), y numéricos, como la duración del ensayo de etiquetado o el consumo durante el mismo. El anexo E incluye varias imágenes del simulador, así como una explicación general de su funcionamiento.

La herramienta también puede ser utilizada para realizar análisis de determinados aspectos de interés como los presentados a continuación.

4.1. Análisis energético

Además de las temperaturas características, el modelo propuesto también permite conocer la energía almacenada en los distintos componentes del horno, así como los flujos de calor entre ellos. Esta es una de las ventajas de realizar un modelo basado en procesos físicos en lugar de un modelo genérico de tipo *black-box*.

Esta sección no pretende realizar un análisis completo del horno, sino mostrar la utilidad tanto del modelo propuesto como de la herramienta desarrolla-

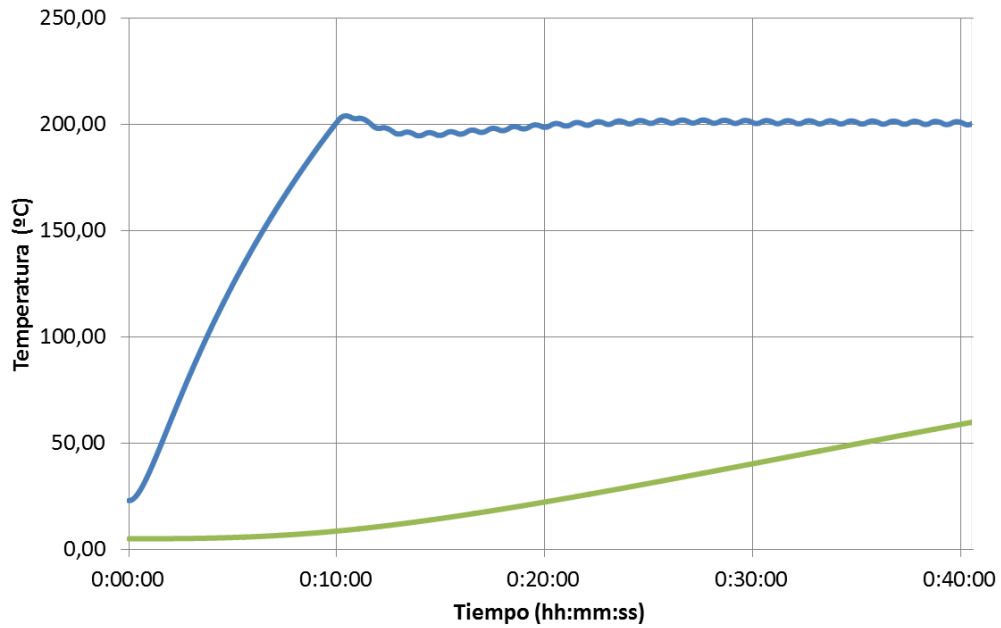


Figura 4.1: Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función *Turbo*. Temperaturas de la cavidad (azul) y del interior del ladrillo *Hipor* (verde).

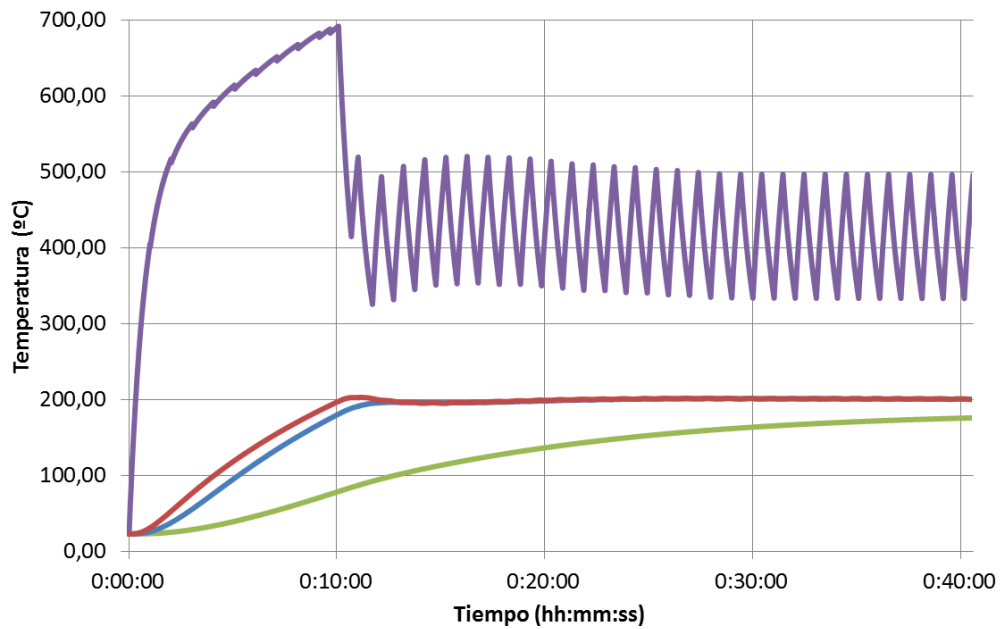


Figura 4.2: Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función *Turbo*. Temperaturas de las resistencias de bóveda (azul), solera (verde), grill (rojo) y circular (morado).

4.1. ANÁLISIS ENERGÉTICO

da. Por este motivo y por incluir un ejemplo, se ha simulado el funcionamiento del horno durante un ensayo de etiquetado energético. La función escogida ha sido la función *Turbo*, que suministra calor de forma convectiva combinando el encendido de la resistencia circular y la turbina. Todos los resultados expuestos han sido obtenidos mediante el simulador en *Excel*.

Los flujos de calor más representativos del horno se muestran en las figuras 4.3 y 4.4. La gráfica 4.3 representa la potencia recibida por las principales capacidades térmicas del horno (*C2* y *C3*), la potencia transmitida al ladrillo *Hipor* y la potencia destinada a compensar las pérdidas al ambiente. En la simulación se observan dos fases diferenciadas. En la primera fase la mayor parte de la potencia se emplea en calentar el horno. Una vez se ha estabilizado la temperatura de la cavidad, la potencia pasa a invertirse mayoritariamente en el ladrillo y en compensar las pérdidas. Destaca el hecho de que estas dos últimas potencias sean muy similares, ya que una de ellas es útil (suministrar calor a la carga) y la otra se pierde sin ser utilizada (pérdidas al ambiente).

Por otra parte, la gráfica 4.4 muestra el reparto de la potencia transmitida al ladrillo. Esta se ha dividido en dos componentes: la potencia destinada a aumentar la temperatura y la destinada a evaporar el agua contenida. Esta gráfica resulta de especial interés porque el final del ensayo de etiquetado energético viene fijado por un incremento de temperatura y no por la evaporación de agua. En este caso se puede observar que ambas potencias son comparables en la fase de calentamiento, mientras que en la fase de estabilización la evaporación de agua es la que predomina.

Unas conclusiones similares a las anteriores pueden deducirse de la figura 4.5. La gráfica muestra la energía total consumida por el horno y un reparto de esta según el uso que se le da: calentar el ladrillo, evaporar agua, calentar el horno o compensar las pérdidas. Durante la fase de calentamiento, la mayor parte de la energía suministrada es almacenada en los componentes del horno. Después, cuando se alcanza la temperatura objetivo, la energía en el horno permanece prácticamente constante y la suministrada se invierte en los demás usos. A la finalización del ensayo, la energía se ha repartido de forma aproximada de la siguiente forma: 43 % en calentar el horno, 27 % en compensar pérdidas, 17 % en evaporar agua y 13 % en el calentamiento del ladrillo.

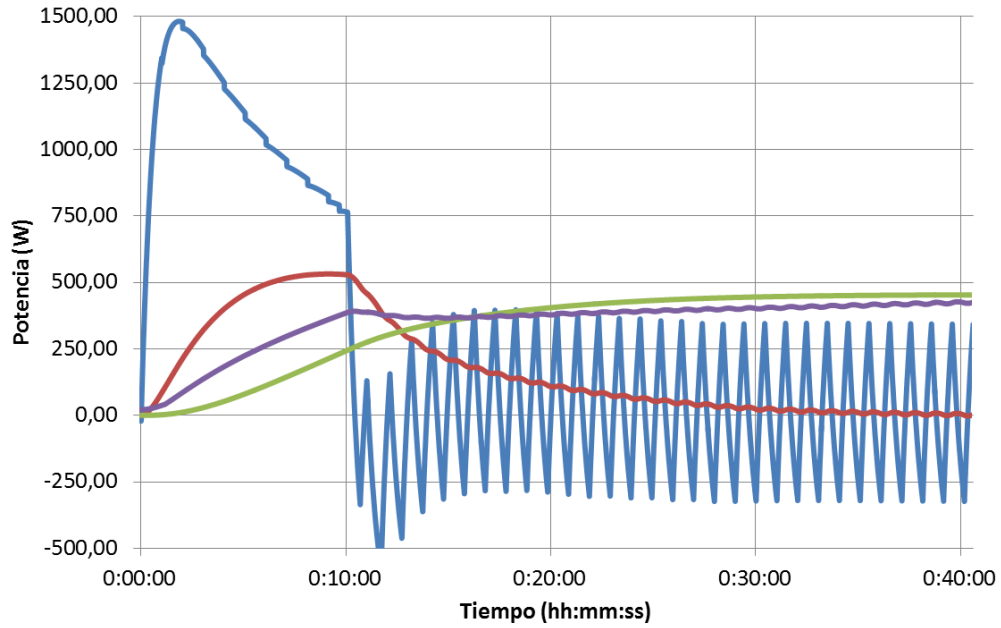


Figura 4.3: Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función *Turbo*. Potencias suministradas a la capacidad $C2$ (azul), la capacidad $C3$ (rojo), el ambiente (verde) y el ladrillo (morado).

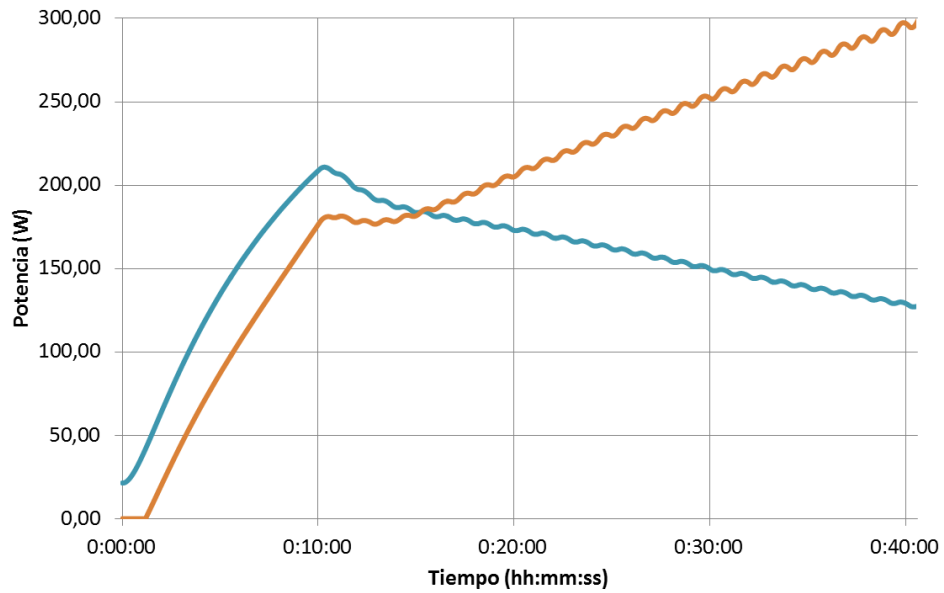


Figura 4.4: Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función *Turbo*. Distribución de la potencia suministrada al ladrillo. Se muestra la potencia invertida en calentar el ladrillo (azul) y en evaporar el agua contenida (naranja).

4.1. ANÁLISIS ENERGÉTICO

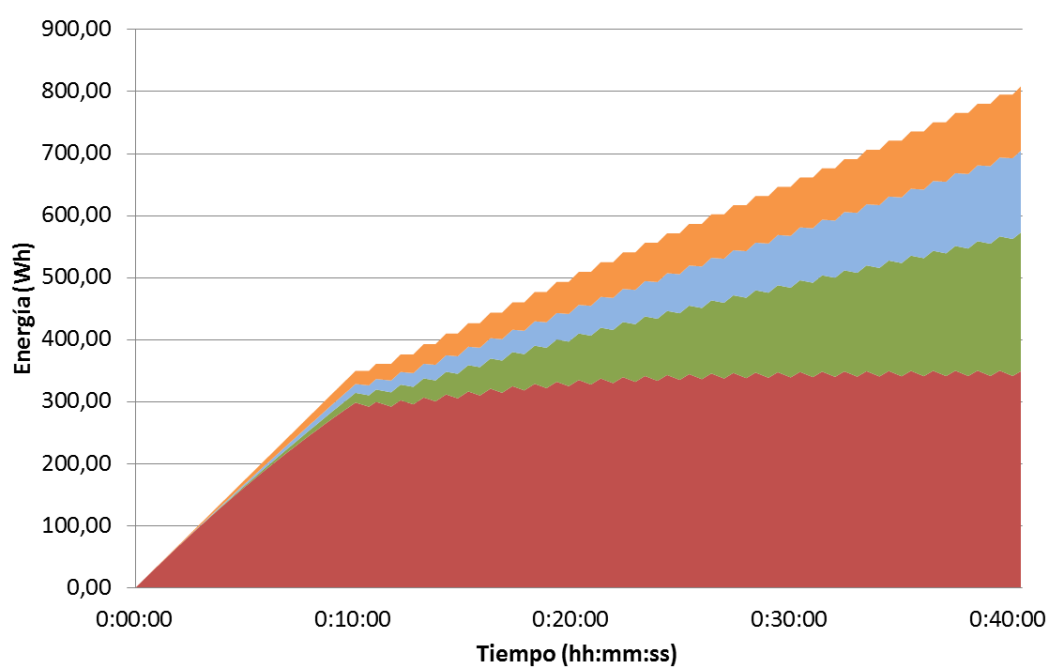


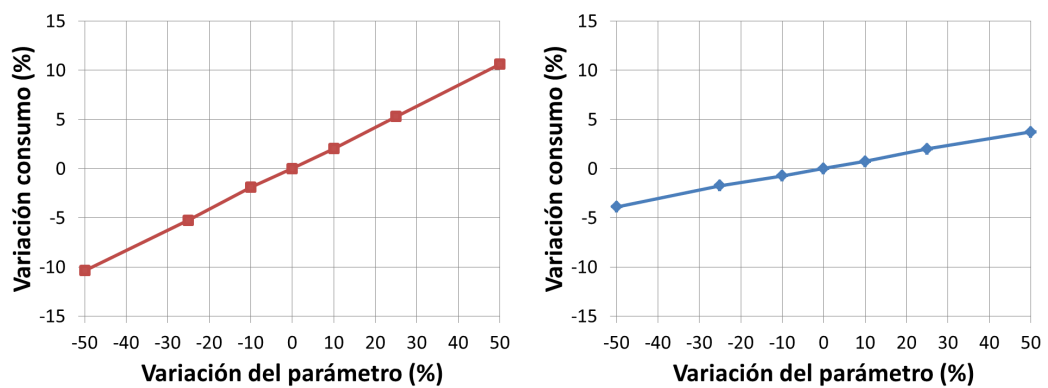
Figura 4.5: Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función *Turbo*. Evolución de la energía total consumida, repartida a su vez en cuatro componentes: la almacenada en el horno (rojo), la usada en compensar pérdidas (verde), la invertida en evaporar agua (violeta) y la usada en calentar el ladrillo *Hipor* (naranja).

4.2. Análisis de sensibilidad. Mejoras constructivas

El modelo propuesto ha sido identificado y simulado en *MATLAB* a través de su representación en espacio de estados. Para su simulación en *Excel*, habría bastado con introducir en el fichero del simulador las matrices obtenidas. Sin embargo, se consideró que era interesante que la herramienta pudiera analizar cambios en el valor de las resistencias y capacidades térmicas del modelo. Por este motivo, el propio fichero *Excel* construye el modelo en espacio de estados a partir del valor de los parámetros. Como resultado, el simulador puede ser utilizado para realizar análisis de sensibilidad.

Como ejemplo de este tipo de análisis, se ha estudiado la influencia que tienen algunos elementos del modelo en el consumo energético del horno. Todos los resultados expuestos a continuación se han obtenido a partir de simulaciones de la función *Turbo*, igual que en el apartado anterior. Se ha utilizado la energía consumida en el ensayo de etiquetado energético como valor representativo de consumo.

La figura 4.6 presenta la influencia de las capacidades $C2$ y $C3$ en el consumo energético. Estas capacidades están directamente relacionadas con la cavidad interna y con la parte exterior del horno, respectivamente. Los resultados muestran un comportamiento ya conocido en el laboratorio: el consumo se reduce si disminuye la capacidad térmica de los componentes, lo que supondría reducir su masa y/o su calor específico. La influencia es mayor en la capacidad $C2$, algo lógico si se tiene en cuenta que alcanza temperaturas más elevadas que $C3$.



(a) Influencia de la capacidad $C2$.

(b) Influencia de la capacidad $C3$.

Figura 4.6: Análisis de la influencia de las principales capacidades del modelo en el consumo del horno.

4.2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD. MEJORAS CONSTRUCTIVAS

En la figura 4.7 se muestra un análisis similar, en este caso considerando variaciones de las resistencias térmicas $R2$ y $R3$. La primera de ellas está situada entre la cavidad interna y la parte externa del horno, por lo que resulta razonable pensar que estará relacionada con la capa de aislante térmico. La segunda es algo más compleja de analizar, ya que se ve influida por varios elementos situados entre el horno y el ambiente. No obstante, ambas tienen un comportamiento similar: si se aumenta el valor de la resistencia, el consumo disminuye. La influencia es mayor en $R2$ que en $R3$.

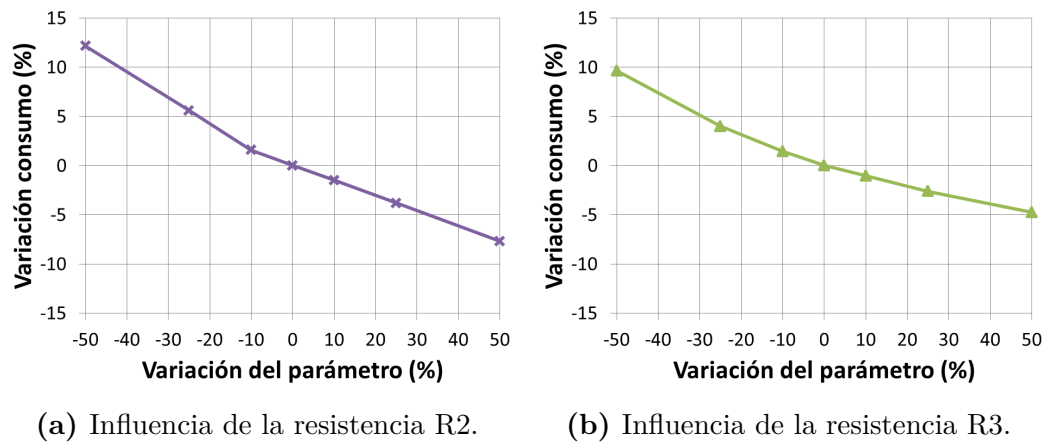


Figura 4.7: Análisis de la influencia de algunas resistencias del modelo en el consumo del horno.

Los resultados anteriores permiten proponer algunas modificaciones constructivas para reducir el consumo del horno. El análisis de las capacidades sugiere utilizar materiales con una menor masa o un menor calor específico. Con respecto a las resistencias, se propone aumentar la capa de aislante o utilizar uno con una menor conductividad térmica. Los esfuerzos deberían centrarse en la cavidad interna y en el aislante que la rodea, pues son los elementos que tienen una mayor influencia.

Para finalizar, es importante mencionar que este análisis debería complementarse con estudios de viabilidad técnica y económica, que aseguren que las mejoras introducidas van a mejorar en definitiva los resultados de la empresa.

Capítulo 5

Control

5.1. Descripción y análisis del control actual

Los hornos domésticos electrónicos de la empresa BSH Electrodomésticos España incorporan numerosas funciones de cocinado. Según el tipo de control de temperatura utilizado, estas funciones pueden clasificarse en tres tipos:

1. Funciones con control todo o nada con histéresis: controlan la temperatura del horno combinando periodos de acción máxima y periodos de potencia cero.
2. Funciones con control PID: realizan un control proporcional-integral-derivativo sobre la temperatura del horno. Los valores de las constantes proporcional, integral y derivativa son diferentes para cada función.
3. Función de bajo consumo ESM (*Energy Saving Mode*): realiza un control parcialmente en bucle abierto. El motivo es que la variable de interés en esta función es la potencia y no la temperatura. El control de temperatura de esta función no se describe de forma detallada por razones de confidencialidad.

Los hornos mecánicos, por otra parte, realizan el control de temperatura mediante una sonda de aceite. Esta sonda permite o impide el paso de corriente a las resistencias según la temperatura del horno. El control se asemeja por lo tanto a un control todo o nada y es difícilmente ajustable. Los hornos mecánicos son cada vez menos utilizados y por este motivo el análisis se ha centrado en los hornos electrónicos.

El horno, puesto que incluye cuatro elementos calefactores, puede suministrar la potencia de diversos modos. La forma de suministrar potencia es clave en el proceso de cocinado: para realizar un gratinado es interesante que

el alimento reciba radiación por la parte superior, mientras que para cocer un bizcocho puede resultar más adecuado un calentamiento homogéneo de la superficie.

Para decidir qué elementos calefactores deben suministrar potencia y en qué proporción, la empresa BSH Electrodomésticos España utiliza cuatro parámetros, denominados *Power Factors*, cada uno de ellos ligado a un elemento calefactor. Estos parámetros son diferentes para cada función, de tal forma que cada combinación de valores está ligada a un modo de cocinado.

El cálculo de la potencia de cada elemento calefactor se realiza a través de la siguiente fórmula:

$$W_i = PF_i \cdot W_{Ni} \cdot U \quad (5.1)$$

en la que W_i , W_{Ni} y PF_i son la potencia, la potencia nominal y el *Power Factor* de la resistencia i , y U es la acción calculada por el controlador expresada en tanto por uno sobre la máxima. Un ejemplo de cálculo de potencias se muestra en la figura 5.1.

Nótese que los *Power Factors* representan el cociente entre la potencia máxima permitida para cada elemento calefactor y su potencia nominal. Es decir, la potencia de cada elemento calefactor puede variar entre 0 y el valor $PF_i \cdot W_{Ni}$.

	Bóveda	Solera	Grill	Circular	TOTAL
Power Factor	0.30	0.65	0.19	0.95	-
Potencia nominal (W)	750	500	500	900	-
Potencia máxima (W)	225	325	95	855	1500

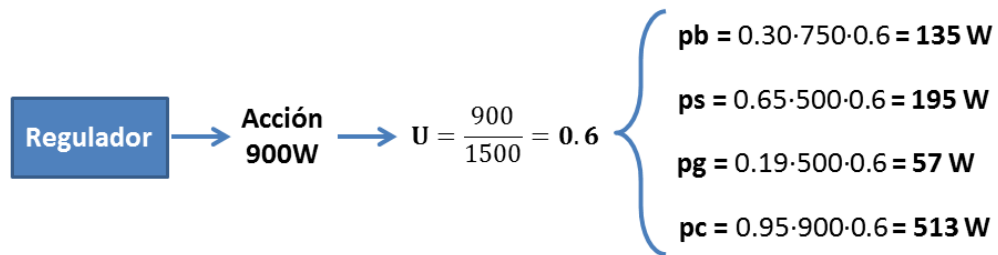


Figura 5.1: Ejemplo de cálculo de acciones a través de los *Power Factors*. Los valores de potencias nominales y *Power Factors* han sido escogidos arbitrariamente y no pretenden representar una configuración real.

Todas las funciones del horno incluyen una fase de precalentamiento durante la que se aplica acción máxima, independientemente del tipo de control. El precalentamiento se da por finalizado cuando la temperatura del horno alcanza un valor preestablecido, el cual depende no solo de la función utilizada, sino

5.2. CONTROL CON FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

también de la temperatura de consigna introducida por el usuario. El motivo de efectuar esta primera fase es conseguir un pico concreto de temperatura, que BSH ha considerado interesante por razones de aplicación.

Las potencias calculadas se transforman finalmente en señales PWM (*Pulse Width Modulation*) que actúan sobre los elementos calefactores. El periodo PWM viene fijado por normativa de efecto *Flicker* [12] y no es posible su modificación. Es importante indicar que este periodo coincide actualmente con el periodo de muestreo, el cual debería cumplir el teorema de Nyquist-Shannon.

En resumen, las ventajas e inconvenientes del control actual se exponen a continuación:

- El controlador depende de un gran número de parámetros, los cuales dependen a su vez de la función y la temperatura de consigna introducidas por el usuario. Estos parámetros están fijados actualmente de forma experimental, lo que conlleva una fuerte inversión de tiempo cada vez que se realiza una modificación en el horno.
- Para conseguir distintos procesos de cocinado se recurre al uso de varios elementos calefactores de forma combinada. Los *Power Factors* permiten una fácil implementación de las distintas funciones y se ha considerado conveniente seguir utilizándolos.
- Los elementos calefactores han sido diseñados para funcionar a potencia nominal, así que el uso de señales PWM parece una solución lógica. El periodo PWM y el de muestreo son iguales actualmente, lo que podría suponer un problema si no se cumple el teorema de Nyquist-Shannon. El cumplimiento de este teorema es actualmente una incógnita, ya que no se han realizado análisis al respecto.

5.2. Control con función de transferencia

Uno de los aspectos interesantes del controlador actual es el uso de los *Power Factors*. Estos coeficientes permiten decidir de manera sencilla la forma de suministrar calor al alimento, pero también proporcionan ventajas a la hora de analizar el horno.

El modelo planteado contiene cuatro entradas distintas, pero el uso de los *Power Factors* lo convierte en un sistema *SISO* (*Single Input Single Output*), o lo que es lo mismo, en un sistema de una única entrada y una única salida. Estos sistemas pueden analizarse a través de su función de transferencia y permiten el uso de técnicas clásicas como el estudio del lugar de las raíces.

El proceso para llegar al sistema *SISO* se describe a continuación. Se comienza recordando las entradas y salidas del sistema, presentadas en la sección 2.2.2:

$$\begin{cases} \mathbf{u} &= (pb, ps, pg, pc)^T \\ \mathbf{y} &= T2 \end{cases} \quad (5.2)$$

Al introducir en el sistema los *Power Factors*, las cuatro entradas quedan ligadas de forma proporcional (véase ecuación 5.1) y pueden calcularse a partir de la acción adimensional U :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} PF_b \cdot W_{Nb} \\ PF_s \cdot W_{Ns} \\ PF_g \cdot W_{Ng} \\ PF_c \cdot W_{Nc} \end{pmatrix} \cdot U \quad (5.3)$$

Se define la acción u^* , equivalente a U pero con dimensiones de potencia, como:

$$u^* = W_{\text{MÁX}} \cdot U \quad (5.4)$$

donde $W_{\text{MÁX}}$ representa la potencia máxima del horno para una configuración determinada y viene dada por:

$$W_{\text{MÁX}} = PF_b \cdot W_{Nb} + PF_s \cdot W_{Ns} + PF_g \cdot W_{Ng} + PF_c \cdot W_{Nc} \quad (5.5)$$

Se propone la acción u^* como entrada del sistema *SISO*, y se mantienen las mismas salidas y variables de estado. Con esta configuración, la nueva representación en espacio de estados puede obtenerse a partir de la representación original (2.4) y las relaciones anteriores (5.3 y 5.4):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B^*\mathbf{u}^* + B_p\mathbf{p} \\ \mathbf{y} &= C\mathbf{x} \end{cases} \quad (5.6)$$

donde las matrices A , B_p y C son las de la representación original, y la matriz B^* puede calcularse a partir de la matriz B original:

$$B^* = B \cdot L_U; \quad L_U = \frac{1}{W_{\text{MÁX}}} \begin{pmatrix} PF_b \cdot W_{Nb} \\ PF_s \cdot W_{Ns} \\ PF_g \cdot W_{Ng} \\ PF_c \cdot W_{Nc} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Nótese que el sistema *SISO* obtenido depende de los *Power Factors* a través de la matriz L_U . Es decir, el horno es un sistema que cambia según la función seleccionada. Además, deben añadirse las variantes que resultan de combinar

5.2. CONTROL CON FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

los dos modelos del horno (turbina encendida y apagada) y los modelos de las distintas cargas.

A pesar del gran número de variantes posibles, siempre se puede calcular la función de transferencia del sistema en la transformada de Laplace:

$$G(s) = \frac{T2(s)}{u^*(s)} = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B^* \quad (5.8)$$

obteniendo en todo caso un sistema de ocho polos y seis ceros.

También se puede obtener el lugar de las raíces del sistema, el cual puede ser utilizado para diseñar controladores de una forma más intuitiva (figura 5.2).

La información del sistema proporcionada por la función de transferencia y el lugar de las raíces ha permitido diseñar diversos controladores PI y PID. A diferencia del controlador actual, estos están basados en un modelo del sistema, lo que ha permitido un ajuste más sencillo y preciso. Los objetivos buscados han sido conseguir el mínimo tiempo de respuesta y la mínima sobreoscilación.

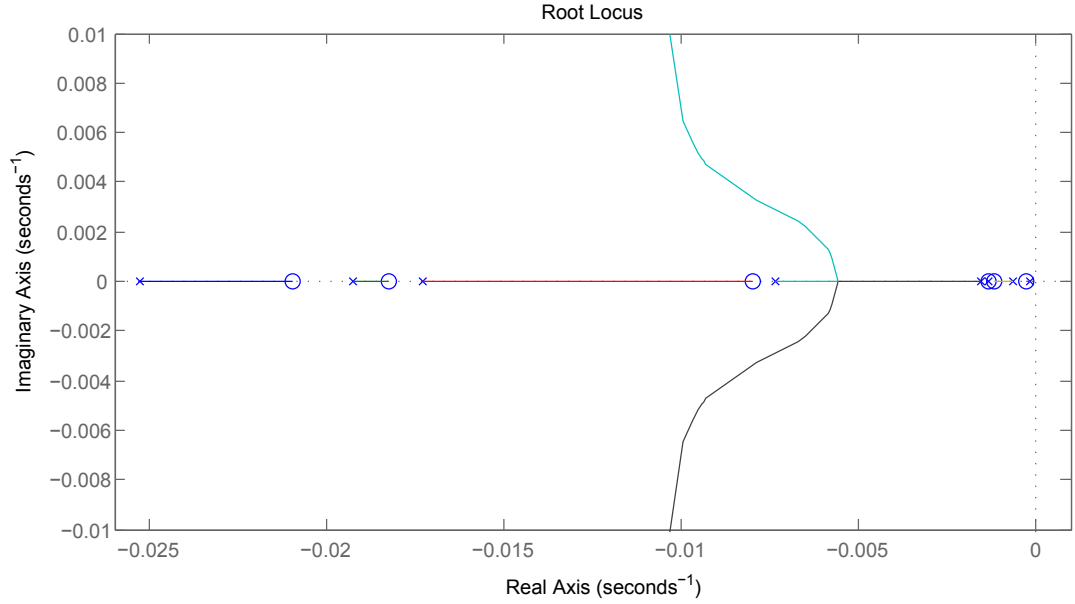
El ajuste de los dos tipos de controladores se ha realizado de forma similar. El cero del término integral se ha usado para anular la dinámica del polo más lento. Posteriormente se ha ajustado la ganancia para conseguir el mínimo tiempo de respuesta sin sobreoscilación. En el caso del regulador PID, se ha utilizado el cero del término derivativo para anular la dinámica del segundo polo más lento.

Se ha percibido que en el sistema controlado podría aparecer el efecto de *windup*, ya que los controladores incluyen un término integral y las acciones del sistema pueden saturar. Para evitar este efecto, también ha sido incluido un sistema *anti-windup* por tracking (figura 5.3).

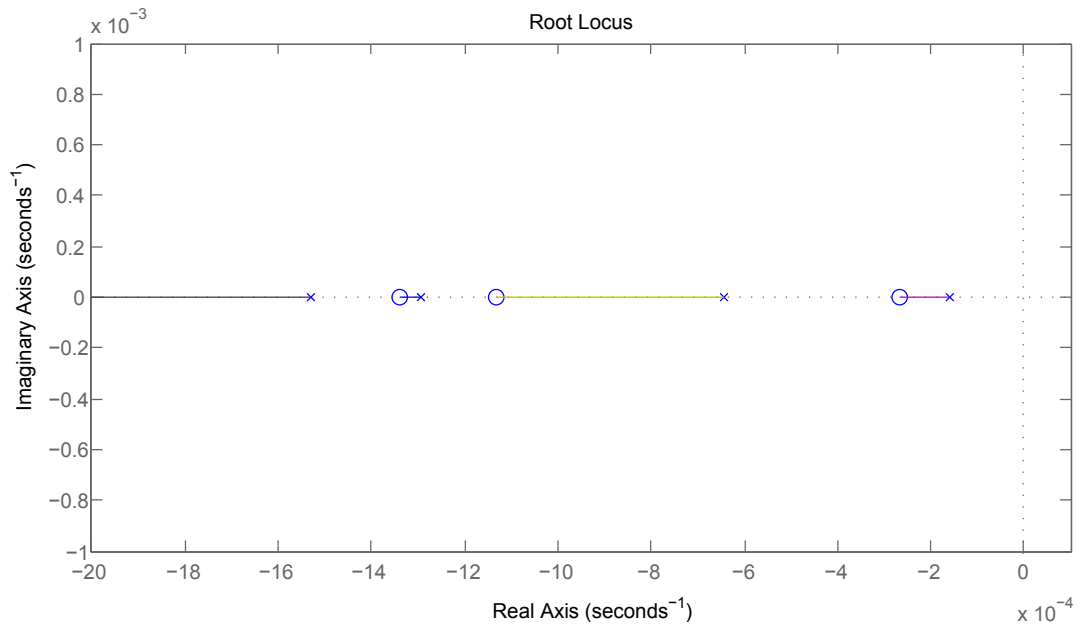
Los controladores han sido validados posteriormente mediante simulación, y en algún caso ha sido necesario algún pequeño reajuste. Estos controladores se han incluido en la herramienta desarrollada en *Excel*, donde pueden ser comparados con el controlador actual. La figura 5.4 muestra una simulación del modelo con uno de estos controladores.

El estudio del lugar de las raíces también ha permitido analizar el cumplimiento del teorema del muestreo. Los ceros del sistema cambian con el valor de los *Power Factors*, pero se puede asegurar que los periodos utilizados en control (entre 60 y 80 segundos) son adecuados en cualquiera de los casos, ya que son unas 5 veces más pequeños que las constantes de tiempo dominantes del sistema. No obstante, si fuera necesario, podrían usarse periodos distintos para el muestreo del sistema y el control PWM (este último no se puede modificar).

Caso distinto ha sido la simulación, donde se ha debido utilizar un periodo de muestreo mucho menor. El motivo es precisamente el uso de señales PWM, las cuales tienen una frecuencia mucho mayor que la del sistema. El tiempo de



(a) Lugar de las raíces completo



(b) Ampliación de la zona cercana al origen.

Figura 5.2: Ejemplo de lugar de las raíces. Modelo del horno con la turbina encendida y el ladrillo *Hipor* como carga. Los *Power Factors* utilizados han sido escogidos arbitrariamente y no representan ninguna configuración real.

5.2. CONTROL CON FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

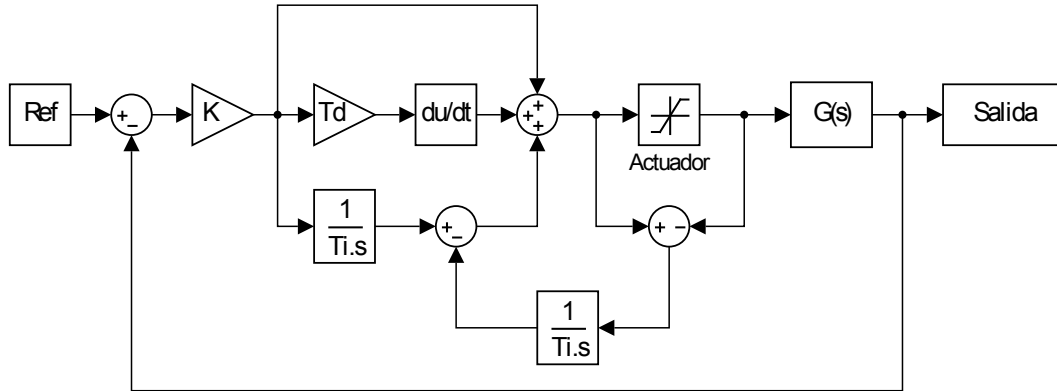


Figura 5.3: Esquema de una planta controlada con un regulador PID con *anti-windup* por *tracking*.

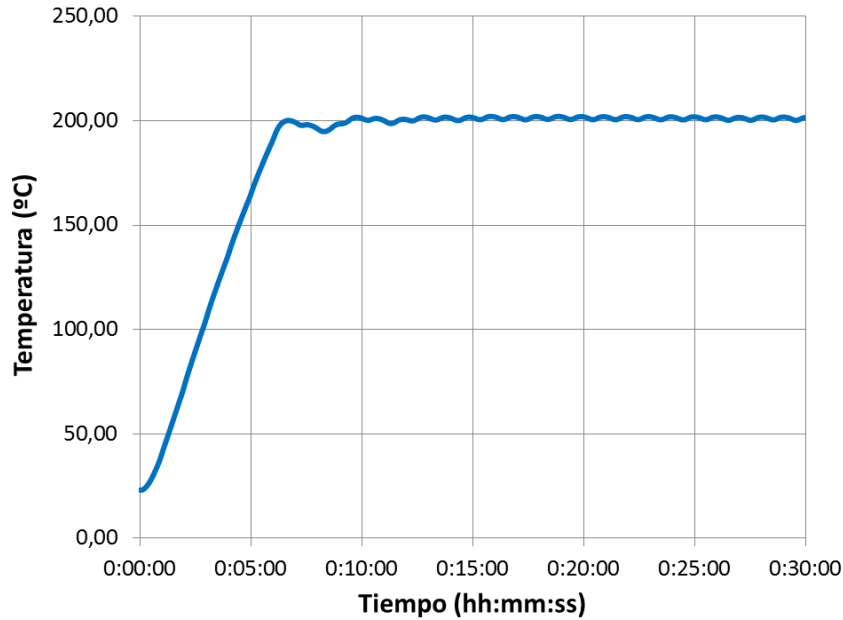


Figura 5.4: Ejemplo de simulación de la temperatura de la cavidad usando un controlador PID con *anti-windup*. Modelo del horno con la turbina encendida y el ladrillo *Hipor* como carga. El rizado observado es consecuencia del control con señales PWM. Los *Power Factors* utilizados han sido escogidos arbitrariamente y no representan ninguna configuración real.

muestreo escogido ha sido el equivalente a la resolución de la señal PWM (1 byte), el cual viene dado por la siguiente expresión:

$$T_{\text{SIMULACIÓN}} = \frac{T_{\text{PWM}}}{255} \quad (5.9)$$

5.3. Control en espacio de estados

Los controladores PI y PID basados en el modelo han demostrado mediante simulación que funcionan bien en el sistema, logrando un error en permanente prácticamente nulo. Sin embargo, la dinámica conseguida no ha sido exactamente la deseada bajo los criterios de tiempo de respuesta y sobreoscilación. Esto puede estar debido a la gran cantidad de polos y ceros que tiene el sistema, que obligarían a diseñar un controlador algo más complejo.

Por otra parte, el modelo planteado contiene mucha más información que la que se puede obtener de su función de transferencia. Resultaba lógico por lo tanto utilizar la representación en espacio de estados para plantear un controlador algo más avanzado.

5.3.1. Observador de estado y perturbaciones

Para realizar control en espacio de estados es necesario tener un modelo del sistema y conocer el valor instantáneo de todas las variables de estado. El modelo planteado tiene ocho variables de estado, pero únicamente se mide una. En consecuencia, ha sido necesaria la construcción de un observador de estado que permita su estimación.

Antes de construir un observador de estado se debe comprobar que el modelo sea observable, condición que se cumple cuando la matriz de observabilidad (O) tiene rango máximo. Esta matriz viene dada por:

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

siendo n el número de variables de estado del sistema.

Lamentablemente, el modelo completo (figura 2.1) no es observable en ninguno de los casos analizados. La solución adoptada ha consistido en eliminar del modelo las resistencias y capacidades del interior de la carga, modelándola en su totalidad como una perturbación (figura 5.5).

Este modelo, que sí es observable en todos los casos analizados, tiene una configuración distinta de variables de estado, entradas y perturbaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= (T1b, T1s, T1g, T1c, T2, T3)^T \\ \mathbf{u}' &= (pb, ps, pg, pc)^T \\ \mathbf{p}' &= (Tamb, q)^T \end{aligned} \quad (5.11)$$

5.3. CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS

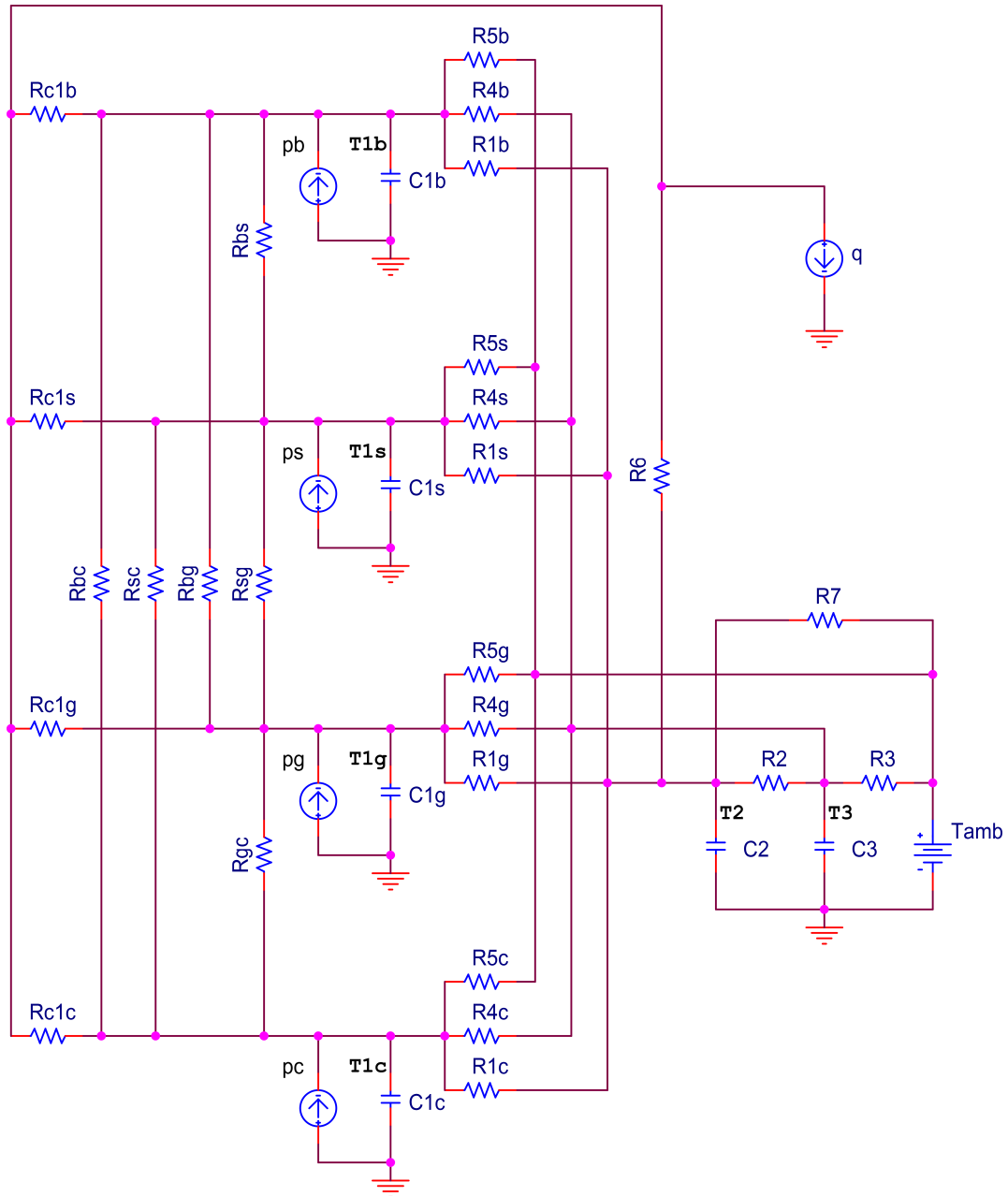


Figura 5.5: Modelo del horno propuesto para observación. La carga se modela como un sumidero de potencia (q).

Nótese que solo hay seis variables de estado, pues se han eliminado *Tc1* y *Tc2*. La perturbación q_{ev} ya no aparece explícitamente, sino que se encuentra incluida como una parte de q . Con esta configuración, la representación en espacio de estados de este modelo viene dada por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}' &= A'\mathbf{x}' + B'\mathbf{u}' + B'_p\mathbf{p}' \\ \mathbf{y}' &= C'\mathbf{x}' \end{cases} \quad (5.12)$$

$$A' = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & a'_{15} & a'_{16} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} & a'_{25} & a'_{26} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} & a'_{35} & a'_{36} \\ a'_{41} & a'_{42} & a'_{43} & a'_{44} & a'_{45} & a'_{46} \\ a'_{51} & a'_{52} & a'_{53} & a'_{54} & a'_{55} & a'_{56} \\ a'_{61} & a'_{62} & a'_{63} & a'_{64} & a'_{65} & a'_{66} \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} b'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b'_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b'_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b'_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B'_p = \begin{pmatrix} b'_{p11} & b'_{p12} \\ b'_{p21} & b'_{p22} \\ b'_{p31} & b'_{p32} \\ b'_{p41} & b'_{p42} \\ b'_{p51} & b'_{p52} \\ b'_{p61} & 0 \end{pmatrix} \quad C' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Las expresiones que permiten calcular los coeficientes a'_{ij} , b'_{ij} y b'_{pij} están incluidas en el anexo D.2.

Solo se han implementado dos variantes de este modelo, las correspondientes a turbina encendida y apagada. Los valores de *Rc1b*, *Rc1s*, *Rc1g*, *Rc1c* y *R6* utilizados han sido los identificados para el ladrillo *Hipor*. El resto de parámetros utilizados son los identificados para el submodelo del horno.

Además del estado, se consideró interesante tener una estimación de las perturbaciones para poder compensar su efecto. Esta estimación solo es posible si el número de perturbaciones del modelo es igual al de variables medidas. En este caso, puesto que solo se mide una variable, no se pueden estimar las dos perturbaciones (*Tamb* y q). La solución adoptada ha consistido en estimar solo q y asumir que *Tamb* es constante e igual a un valor $Tamb_0$ (23°C).

Así pues, se ha implementado un observador de estado y perturbaciones utilizando el esquema de estimación (figura 5.6). El funcionamiento del estimador tiene dos etapas: primero se utiliza el modelo para predecir la futura salida del sistema y después se corrige esta predicción utilizando la salida real.

5.3. CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS

Matemáticamente, el proceso se resume en:

$$\text{Predicción} \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}'(k+1) = F' \hat{\mathbf{x}}'(k) + G' \mathbf{u}'(k) + G'_p \hat{\mathbf{p}}'(k) \\ \bar{\mathbf{y}}'(k+1) = C' \bar{\mathbf{x}}'(k+1) \end{cases} \quad (5.13)$$

$$\text{Estimación} \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}'(k+1) = \bar{\mathbf{x}}'(k+1) + L_O(\mathbf{y}'(k+1) - \bar{\mathbf{y}}'(k+1)) \\ \hat{\mathbf{p}}'(k+1) = \begin{pmatrix} T_{amb_0} \\ \hat{q}(k) + L_P(\mathbf{y}'(k+1) - \bar{\mathbf{y}}'(k+1)) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5.14)$$

donde F' , G' , G'_p y C' son las matrices de estado del modelo discretizado, $\bar{\mathbf{x}}'$ e $\bar{\mathbf{y}}'$ las predicciones del estado y de la salida, $\hat{\mathbf{x}}'$ y $\hat{\mathbf{p}}'$ las estimaciones del estado y las perturbaciones, $\mathbf{u}'$ e $\mathbf{y}'$ la entrada y la salida real del sistema, y L_O y L_P las leyes de observación de estado y perturbaciones, respectivamente.

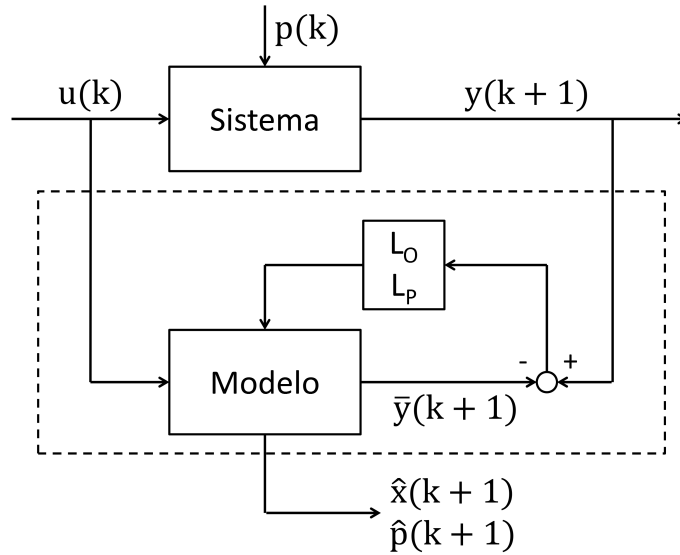


Figura 5.6: Esquema del estimador de estado y perturbaciones. El estimador comprende todo lo situado en el interior de la línea de puntos.

Las matrices L_O y L_P son las que fijan la dinámica de observación y se han calculado mediante el algoritmo *place* de *MATLAB*. Esta función permite situar los polos de observación según el comportamiento deseado. Se ha optado por utilizar los mismos polos que el sistema, pero tres veces más rápidos.

5.3.2. Diseño del controlador

Una vez planteado el modelo simplificado y su correspondiente observador, ya es posible realizar control en espacio de estados. Se ha optado por el esquema de realimentación del estado y prealimentación de consigna y perturbaciones (figura 5.7).

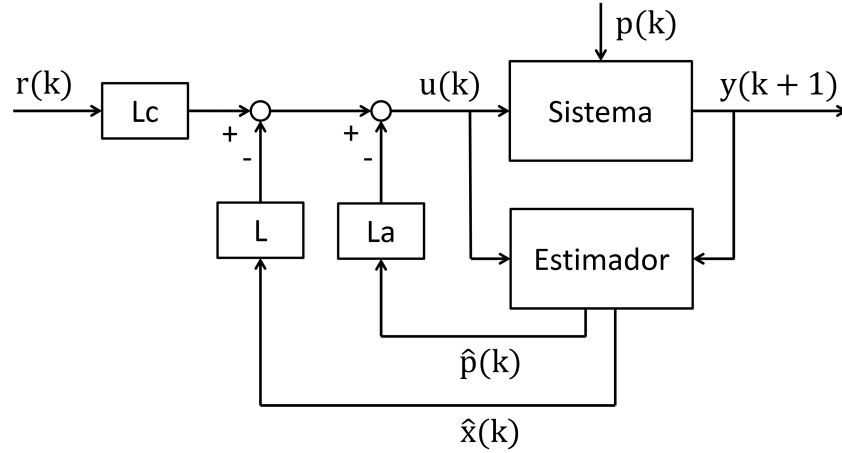


Figura 5.7: Esquema de control con realimentación del estado y prealimentación de consigna y perturbaciones.

El modelo propuesto para observación ha sido transformado en un sistema *SISO* de la misma forma que se hizo en la sección 5.2. De esta forma se ha constatado que el sistema presenta seis polos y cuatro ceros respecto a la entrada virtual u^* .

Se ha utilizado de nuevo el algoritmo *place* de *MATLAB* para calcular la matriz L , la cual permite ajustar la dinámica del sistema controlado. La posición de los seis polos del sistema ha sido fijada de la siguiente forma: dos polos complejos conjugados proporcionan la respuesta deseada bajo los criterios de tiempo de respuesta y sobreoscilación y los otros cuatro anulan el efecto de los cuatro ceros.

Posteriormente se ha calculado la matriz de prealimentación L_c para conseguir ganancia unidad respecto a la referencia, y la matriz L_a para anular en permanente el efecto de las perturbaciones.

5.3.3. Simulaciones

El controlador propuesto ha sido validado mediante simulación, demostrando muy buenos resultados. El estimador diseñado utiliza el modelo simplificado, pero para simular el horno se ha empleado el modelo completo, incluyendo la dinámica de las perturbaciones presentada en la sección 3.4.

Como ejemplo, se presentan en la sección dos de las simulaciones realizadas. La primera de ellas se ha realizado sobre el modelo del horno en vacío y la segunda sobre el modelo con el ladrillo *Hipor*. La función que se ha usado en estas simulaciones utiliza la turbina y tiene una configuración de *Power Factors* escogida de forma arbitraria. Se ha fijado un tiempo de respuesta de

5.3. CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS

400 segundos y una sobreoscilación del 5 %, y la referencia es de 200°C. Los valores iniciales del modelo y del estimador son ligeramente distintos para poder comprobar su correcto funcionamiento. Las gráficas se presentan emparejadas para facilitar su comparación.

La simulación sobre el horno en vacío se recoge en las gráficas 5.8, 5.10 y 5.12. La evolución temporal de la temperatura de la cavidad ($T2$ en el modelo) se muestra en la figura 5.8. Recuérdese que esta variable es precisamente la controlada. Puede apreciarse que la respuesta es justo la deseada, pues cumple el tiempo de respuesta y la sobreoscilación fijados. La variable simulada y su estimación son prácticamente coincidentes, así que el estimador parece funcionar correctamente.

La figura 5.10 muestra la evolución de las ocho variables de estado del modelo completo. Puede observarse un fuerte rizado en las temperaturas de los cuatro elementos calefactores ($T1b$, $T1s$, $T1g$ y $T1c$), el cual es debido a la utilización de señales PWM. La temperatura del centro de la cavidad ($Tc2$) es muy similar a la de la cavidad ($T2$), aunque se llega a apreciar la diferencia entre ambas. La temperatura de las chapas exteriores ($T3$) es la menor de todas, no llegando a alcanzar los 70°C durante la simulación.

Por último, la figura 5.12 muestra el calor absorbido por la carga (q) y su estimación. Nótese que la variable no se estima muy bien, sobre todo al principio de la simulación. El motivo es que modelo y estimador son algo distintos, ya que se han usado los valores de $Rc1b$, $Rc1s$, $Rc1g$, $Rc1c$ y $R6$ identificados para el caso del ladrillo (y no los de vacío). No obstante, este hecho no ha repercutido en la variable controlada, tal como se ha comprobado.

Por otra parte, la simulación del horno con el ladrillo *Hipor* se recoge en las gráficas 5.9, 5.11 y 5.13. El comportamiento de la temperatura de la cavidad (figura 5.9) sigue siendo bueno, pero se puede observar un ligero aumento del tiempo de respuesta. El motivo es que la acción ha saturado a su valor máximo, lo que ha impedido conseguir la misma respuesta.

La evolución del resto de variables de estado (figura 5.11) es muy similar al caso de vacío, con la salvedad de las temperaturas $Tc1$ y $Tc2$. Recuérdese que en este caso, estas temperaturas se corresponden al interior del ladrillo *Hipor*.

Para finalizar, la estimación del calor absorbido por la carga (figura 5.13) es mejor que en el caso de vacío, ya que modelo y estimador utilizan los mismos parámetros.

Se ha intentado que esta sección muestre una visión global de las posibilidades que ha ofrecido el control en espacio de estados, incluyendo únicamente aquellas gráficas que se han considerado más relevantes. Si se desea, pueden consultarse algunas gráficas adicionales en el anexo C.2.

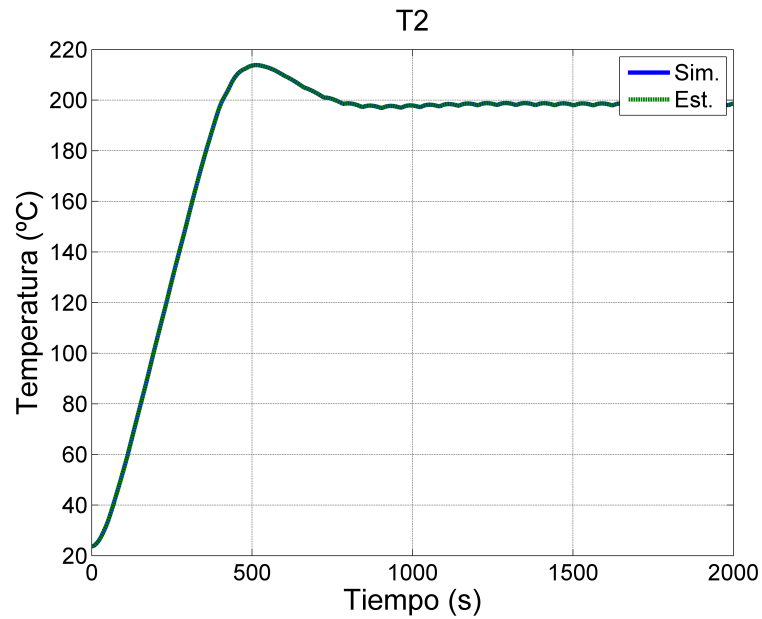


Figura 5.8: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la cavidad (azul) y su estimación (verde).

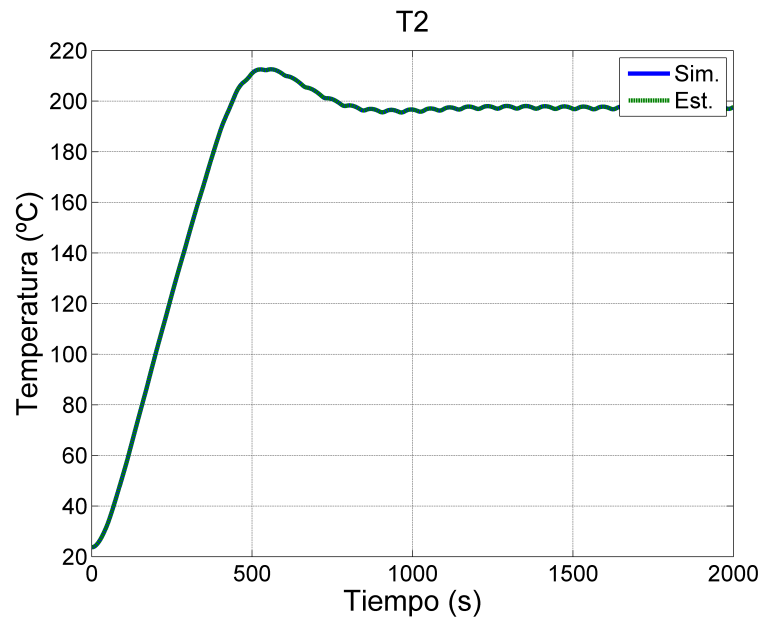


Figura 5.9: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la cavidad (azul) y su estimación (verde). Se aprecia un ligero aumento del tiempo de respuesta respecto al caso en vacío.

5.3. CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS

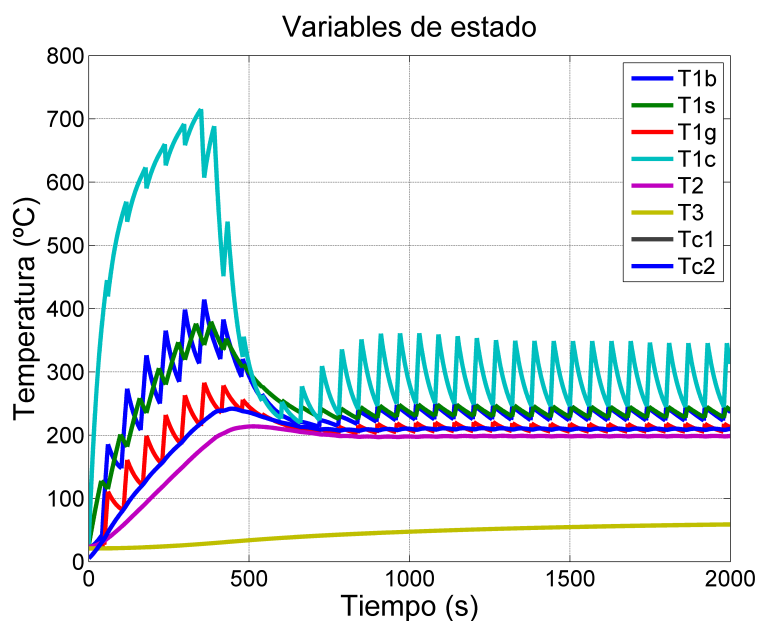


Figura 5.10: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Evolución de las variables de estado. Las temperaturas $Tc1$ y $Tc2$ corresponden al interior de un “ladrillo” ficticio de aire situado en el centro de la cavidad.

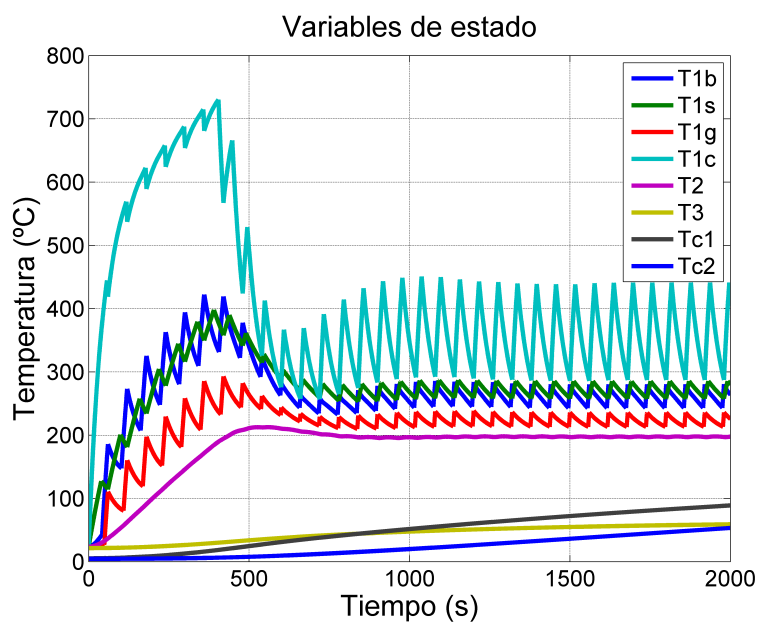


Figura 5.11: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Evolución de las variables de estado. Las temperaturas $Tc1$ y $Tc2$ corresponden al interior del ladrillo *Hípor*.

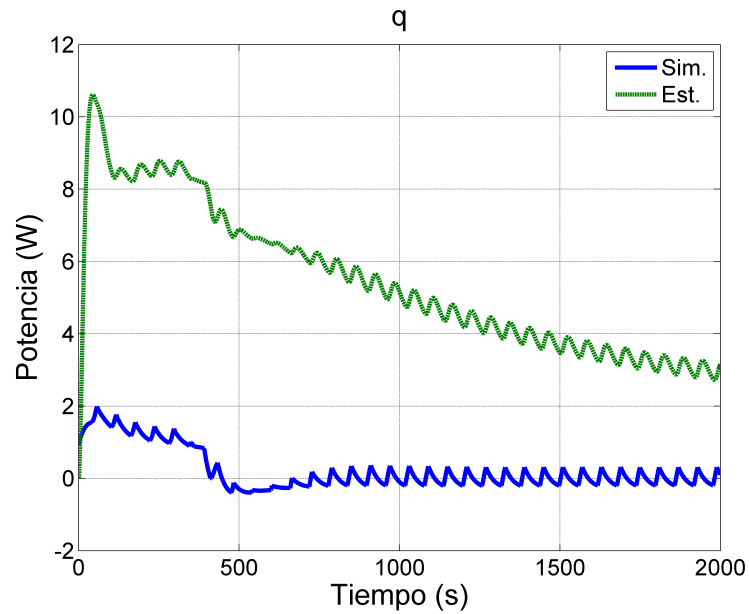


Figura 5.12: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Calor absorbido por la carga (azul) y su estimación (verde). La carga en este caso es un “ladrillo” ficticio de aire en el centro de la cavidad.

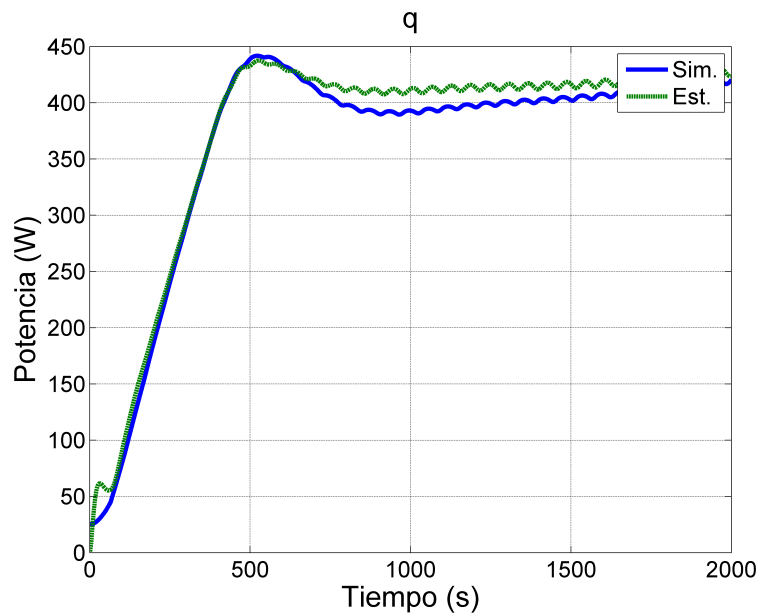


Figura 5.13: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Calor absorbido por la carga (azul) y su estimación (verde). La carga en este caso es el ladrillo *Hipor*.

5.3. CONTROL EN ESPACIO DE ESTADOS

En definitiva, se ha conseguido diseñar un controlador que permite alcanzar casi perfectamente el comportamiento deseado. El cálculo del estimador y la ley de control se puede realizar de manera precisa gracias al modelo, en lugar de tener que realizar un proceso experimental. El estimador propuesto también podría ser utilizado con propósitos de seguridad, como vigilar temperaturas máximas, o para diseñar funciones totalmente novedosas, como podría ser el control de la temperatura de las resistencias en lugar de la de la cavidad.

Capítulo 6

Conclusiones y líneas futuras

6.1. Conclusiones

El objetivo principal de este proyecto ha sido desarrollar un modelo térmico simplificado de un horno doméstico. Para ello se ha recurrido a la analogía existente entre los sistemas térmicos y eléctricos, planteando un esquema en el que los componentes del horno se han modelado como resistencias y capacidades térmicas. Se ha hecho un gran esfuerzo en la justificación de este tipo de analogía, lo cual ha quedado reflejado en el anexo A.

Los parámetros del modelo, en principio desconocidos, han sido identificados utilizando datos experimentales y técnicas de optimización no lineales. Las técnicas clásicas de identificación de sistemas no han podido ser utilizadas por la propia estructura del modelo planteado. No obstante, el modelo ha demostrado ser totalmente válido, ajustándose correctamente a los dos estados de la turbina y a los dos casos de carga estudiados. Además, se ha propuesto una expresión para calcular el agua evaporada durante el ensayo de etiquetado energético.

Una vez obtenido el modelo, se ha construido una sencilla herramienta de simulación utilizando el *software Microsoft Excel*. En ella se ha modelado el esquema de control actual, pudiendo simular cualquiera de las funciones del horno. La herramienta permite analizar la evolución de las temperaturas y flujos de calor del modelo, tanto en el caso de vacío como durante la realización del ensayo de etiquetado. Proporciona resultados gráficos, como la evolución de diversas variables de interés, y numéricos, como la duración del ensayo de etiquetado energético o el consumo durante el mismo.

La herramienta desarrollada también se ha utilizado para realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo, lo que ha permitido proponer alguna mejora constructiva para el horno. A grandes rasgos, se propone actuar

en dos frentes distintos. Primero, reducir las capacidades térmicas, bien sea mediante la reducción de masa o mediante el uso de materiales con menor calor específico. Y segundo, aumentar las resistencias térmicas entre el interior y el exterior del horno, ya sea mediante el uso de nuevos materiales de menor conductividad térmica o aumentando el espesor de la capa de aislante.

Finalmente, el modelo se ha utilizado para plantear nuevas estrategias de control de temperatura, imposibles de conseguir mediante las técnicas actuales de experimentación. Los controladores propuestos han sido validados posteriormente mediante simulación. Alguno de ellos ha sido incluido en el simulador *Excel* para poder ser comparado con el control actual. El observador de estado diseñado para el control en espacio de estados también podrá ser utilizado con otros propósitos, ya sea para diseñar nuevas funciones de cocinado o para asegurar que no se alcanzan temperaturas potencialmente peligrosas.

6.2. Líneas futuras

Actualmente se está estudiando la posibilidad de desarrollar un detector de la carga introducida en el horno. Para ello se pretende utilizar la técnica del observador multi-modelo, ya utilizada en placas de inducción de BSH [1].

Este método usa una gran cantidad de modelos distintos, correspondientes a distintas configuraciones del sistema. El observador simula todos los modelos durante el funcionamiento del sistema y considera que la configuración real es la correspondiente al modelo con el menor error.

La idea de partida es utilizar el modelo del ladrillo *Hipor* para construir otros modelos, equivalentes a ladrillos de varios tamaños, y analizar así la viabilidad del detector. En el caso de que fuera posible, este observador permitiría dar una estimación de la temperatura interna del alimento, lo que podría ser utilizado para desarrollar novedosas funciones de cocinado.

Otra línea de investigación interesante sería el análisis de los valores de los parámetros del modelo y su correspondencia con el horno real. Se sabe que los parámetros identificados guardan una relación directa con las distintas partes y componentes del horno, pero no se sabe con certeza cómo se verían afectados si se introdujera una modificación específica del diseño.

El conocimiento de estas correspondencias permitiría simular el comportamiento del horno ante una nueva propuesta de diseño, reduciendo considerablemente el tiempo de desarrollo y evitando parcialmente la construcción de prototipos.

Bibliografía

- [1] D. Paesa, “Reset observers and temperature control for induction hobs,” Ph.D. dissertation, Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2011.
- [2] F. Sanz, “Inductores dobles móviles en encimeras de inducción. análisis de prestaciones para el calentamiento homogéneo de recipientes,” Trabajo Fin de Máster, Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2013.
- [3] A. Cortés, “Control inteligente de relé electromecánico para mejora de prestaciones,” Proyecto Fin de Carrera, Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2013.
- [4] D. Vera, “Plataforma de calibración de señales para la activación dinámica de relés,” Trabajo Fin de Máster, Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2013.
- [5] K. Unklesbay, A. Boza-Chacon, and N. Unklesbay, “Air temperature transfer function of a convection oven,” *Food Control*, vol. 8, no. 1, pp. 39–43, 1997.
- [6] V. Ryckaert, J. Claes, and J. Van Impe, “Model-based temperature control in ovens,” *Journal of food engineering*, vol. 39, no. 1, pp. 47–58, 1999.
- [7] E. Vatajelu, T. Buzdugan, C. Festila, and I. Nascu, “Theoretical preliminaries regarding the modeling and identification of an electric oven with silicon carbide heating elements,” in *Automation, Quality and Testing, Robotics, 2006 IEEE International Conference on*, vol. 1. IEEE, 2006, pp. 80–83.

- [8] I. Sanchez, J. R. Banga, and A. A. Alonso, “Temperature control in microwave combination ovens,” *Journal of Food Engineering*, vol. 46, no. 1, pp. 21–29, 2000.
- [9] L. Ljung, *System Identification - Theory for the User*, 2nd ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J, 1999.
- [10] L. Ljung and T. Glad, “On global identifiability for arbitrary model parametrizations,” *Automatica*, vol. 30, no. 2, pp. 265 – 276, 1994.
- [11] *Norma española UNE-EN 50304. Hornos eléctricos de uso doméstico. Métodos para la medida del consumo de energía*, AENOR, Asociación Española de Normalización y Certificación, Junio 2002, correspondencia en español de la Norma Europea EN 50304 de mayo de 2001 y su corrigendum de marzo de 2002.
- [12] *Limitation of voltage fluctuations and flicker in low-voltage supply systems for equipment with rated current 16 A*, IEC: International Electrotechnical Commission, Mayo 2013.
- [13] A. Gómez, “Estudio experimental de la transferencia de calor y masa en el etiquetado energético de hornos domésticos de la plataforma n-13,” Proyecto Fin de Carrera, Departamento de Máquinas y Motores Térmicos, Escuela de Ingeniería y Arquitectura, Universidad de Zaragoza, 2012.

Índice de figuras

1.1.	Esquema de la cavidad de un horno doméstico de la empresa BSH Electrodomésticos España con la posición de los cuatro elementos calefactores, la turbina y el sensor de temperatura. . .	3
2.1.	Modelo propuesto para el horno utilizando la analogía térmica-eléctrica.	11
2.2.	Elementos calefactores del horno. (a) Resistencias de bóveda y grill, modeladas por los conjuntos <i>pb-C1b</i> y <i>pg-C1g</i> . (b) Resistencia de solera, modelada por el conjunto <i>ps-C1s</i> . (c) Resistencia circular, modelada por el conjunto <i>pc-C1c</i>	12
2.3.	Algunas imágenes del horno. (a) Cavidad interna, modelada por la capacidad <i>C2</i> . (b) Parte exterior, incluida en el modelo como parte de <i>C3</i>	12
3.1.	Cavidad del horno de ensayos. Pueden observarse algunos termopares numerados.	19
3.2.	Ensayo realizado con la turbina apagada. Se muestran las temperaturas de la cavidad interior (azul), el sensor del horno (verde) y las chapas exteriores (rojo).	21
3.3.	Ensayo realizado con la turbina encendida. Se muestran las temperaturas de la cavidad interior (azul), el sensor del horno (verde) y las chapas exteriores (rojo). Se puede observar una mayor homogeneidad entre las temperaturas de la cavidad y el sensor. .	21
3.4.	Submodelo correspondiente a la carga.	24
3.5.	Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la cavidad (<i>T2</i> en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	27

3.6.	Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura del centro del horno en vacío ($Tc2$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	28
3.7.	Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura interna del ladrillo <i>Hipor</i> ($Tc2$ en el modelo). La identificación se ha realizado únicamente sobre el submodelo de la carga. Se muestran nueve ensayos concatenados.	28
4.1.	Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función <i>Turbo</i> . Temperaturas de la cavidad (azul) y del interior del ladrillo <i>Hipor</i> (verde).	32
4.2.	Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función <i>Turbo</i> . Temperaturas de las resistencias de bóveda (azul), solera (verde), grill (rojo) y circular (morado).	32
4.3.	Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función <i>Turbo</i> . Potencias suministradas a la capacidad $C2$ (azul), la capacidad $C3$ (rojo), el ambiente (verde) y el ladrillo (morado).	34
4.4.	Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función <i>Turbo</i> . Distribución de la potencia suministrada al ladrillo. Se muestra la potencia invertida en calentar el ladrillo (azul) y en evaporar el agua contenida (naranja).	34
4.5.	Simulación de un ensayo de etiquetado energético con la función <i>Turbo</i> . Evolución de la energía total consumida, repartida a su vez en cuatro componentes: la almacenada en el horno (rojo), la usada en compensar pérdidas (verde), la invertida en evaporar agua (violeta) y la usada en calentar el ladrillo <i>Hipor</i> (naranja).	35
4.6.	Análisis de la influencia de las principales capacidades del modelo en el consumo del horno.	36
4.7.	Análisis de la influencia de algunas resistencias del modelo en el consumo del horno.	37
5.1.	Ejemplo de cálculo de acciones a través de los <i>Power Factors</i> . Los valores de potencias nominales y <i>Power Factors</i> han sido escogidos arbitrariamente y no pretenden representar una configuración real.	40
5.2.	Ejemplo de lugar de las raíces. Modelo del horno con la turbina encendida y el ladrillo <i>Hipor</i> como carga. Los <i>Power Factors</i> utilizados han sido escogidos arbitrariamente y no representan ninguna configuración real.	44

ÍNDICE DE FIGURAS

5.3.	Esquema de una planta controlada con un regulador PID con <i>anti-windup</i> por <i>tracking</i>	45
5.4.	Ejemplo de simulación de la temperatura de la cavidad usando un controlador PID con <i>anti-windup</i> . Modelo del horno con la turbina encendida y el ladrillo <i>Hipor</i> como carga. El rizado observado es consecuencia del control con señales PWM. Los <i>Power Factors</i> utilizados han sido escogidos arbitrariamente y no representan ninguna configuración real.	45
5.5.	Modelo del horno propuesto para observación. La carga se modela como un sumidero de potencia (q).	47
5.6.	Esquema del estimador de estado y perturbaciones. El estimador comprende todo lo situado en el interior de la línea de puntos. .	49
5.7.	Esquema de control con realimentación del estado y prealimentación de consigna y perturbaciones.	50
5.8.	Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la cavidad (azul) y su estimación (verde).	52
5.9.	Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la cavidad (azul) y su estimación (verde). Se aprecia un ligero aumento del tiempo de respuesta respecto al caso en vacío. . . .	52
5.10.	Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Evolución de las variables de estado. Las temperaturas T_{c1} y T_{c2} corresponden al interior de un “ladrillo” ficticio de aire situado en el centro de la cavidad.	53
5.11.	Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Evolución de las variables de estado. Las temperaturas T_{c1} y T_{c2} corresponden al interior del ladrillo <i>Hipor</i>	53
5.12.	Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Calor absorbido por la carga (azul) y su estimación (verde). La carga en este caso es un “ladrillo” ficticio de aire en el centro de la cavidad.	54
5.13.	Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Calor absorbido por la carga (azul) y su estimación (verde). La carga en este caso es el ladrillo <i>Hipor</i>	54
A.1.	Analogía entre la evolución de temperatura en un sólido y la carga de un condensador.	78
A.2.	Analogía entre la transferencia de calor entre sólidos y el paso de corriente por una resistencia eléctrica.	80
A.3.	Equivalente eléctrico de un sistema térmico con tres temperaturas características.	82

B.1. Ejemplo de ensayo en el que el ajuste a la expresión (B.7) (línea roja) indicaría un decremento de la masa evaporada (hipotética condensación). Puede observarse que ese efecto no se aprecia en el dato real (línea azul).	88
B.2. Mismo ensayo que el expuesto en la figura B.1, ajustado ahora a la expresión (B.9). En este caso el ajuste (línea roja) no indica ningún decremento de masa evaporada, por lo que el comportamiento es cualitativamente más parecido al dato real (línea azul).	88
B.3. Datos reales (azul) y ajuste a la expresión (B.9) (rojo) de los ensayos con la turbina apagada. Se muestran tres ensayos concatenados.	89
B.4. Datos reales (azul) y ajuste a la expresión (B.9) (rojo) de los ensayos con la turbina encendida. Se muestran siete ensayos concatenados.	89
C.1. Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de bóveda ($T1b$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	92
C.2. Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de solera ($T1s$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	92
C.3. Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de grill ($T1g$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	93
C.4. Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia circular ($T1c$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	93
C.5. Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de las chapas exteriores ($T3$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.	94
C.6. Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de bóveda (azul) y su estimación (verde).	96
C.7. Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de bóveda (azul) y su estimación (verde).	96

ÍNDICE DE FIGURAS

C.8. Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de solera (azul) y su estimación (verde).	97
C.9. Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de solera (azul) y su estimación (verde).	97
C.10. Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de grill (azul) y su estimación (verde).	98
C.11. Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de grill (azul) y su estimación (verde).	98
C.12. Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia circular (azul) y su estimación (verde).	99
C.13. Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia circular (azul) y su estimación (verde).	99
C.14. Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de las chapas exteriores (azul) y su estimación (verde).	100
C.15. Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de las chapas exteriores (azul) y su estimación (verde).	100
E.1. Primera pestaña del simulador. Permite introducir los parámetros del modelo.	116
E.2. Tercera pestaña del simulador. Calcula las matrices del modelo del horno con el ladrillo <i>Hipor</i>	117
E.3. Cuarta pestaña del simulador. Simula el horno en vacío con el control actual.	118
E.4. Quinta pestaña del simulador. Simula el horno con el ladrillo <i>Hipor</i> con el control actual.	119
E.5. Algunos detalles de la quinta pestaña.	120
E.6. Décima pestaña del simulador. Simula el horno en vacío usando un controlador PID con <i>anti-windup</i>	121

Índice de tablas

3.1.	Resultados del ajuste de la expresión 3.7	22
3.2.	Restricciones adicionales para asegurar la identificabilidad. . . .	25
3.3.	Resultados del ajuste de los parámetros del horno y de la carga en vacío. La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga), utilizando los ensayos del grupo 1. (<i>ECM</i> : Error Cuadrático Medio).	27
3.4.	Resultados del ajuste de los parámetros del ladrillo <i>Hipor</i> . La identificación se ha realizado únicamente sobre el submodelo de la carga, utilizando los ensayos del grupo 2. (<i>ECM</i> : Error Cuadrático Medio).	27
3.5.	Valores de los parámetros del submodelo del horno.	29
3.6.	Valores de los parámetros del submodelo de la carga. Horno en vacío.	30
3.7.	Valores de los parámetros del submodelo de la carga. Ladrillo <i>Hipor</i>	30
B.1.	Resultados del ajuste de la expresión (B.3) a cada uno de los ensayos.	84
B.2.	Resultados del ajuste de la expresión (B.7) a los conjuntos de ensayos de cada una de las funciones.	85
B.3.	Resultados del ajuste de la expresión (B.7) a los conjuntos de ensayos que comparten el mismo estado de la turbina.	86
B.4.	Resultados del ajuste de la expresión (B.9) a los conjuntos de ensayos que comparten el mismo estado de la turbina.	87

Lista de símbolos

Temperaturas del modelo

$T1b$	Temperatura del elemento calefactor bóveda.
$T1s$	Temperatura del elemento calefactor solera.
$T1g$	Temperatura del elemento calefactor grill.
$T1c$	Temperatura del elemento calefactor circular.
$T2$	Temperatura de la cavidad interna.
$T3$	Temperatura de la parte externa del horno.
$Tc1$	Temperatura de la primera capa de la carga.
$Tc2$	Temperatura de la segunda capa de la carga.

Resistencias térmicas del modelo

Rbs	Resistencia térmica entre los elementos calefactores bóveda y solera.
Rbg	Resistencia térmica entre los elementos calefactores bóveda y grill.
Rbc	Resistencia térmica entre los elementos calefactores bóveda y circular.
Rsg	Resistencia térmica entre los elementos calefactores solera y grill.
Rsc	Resistencia térmica entre los elementos calefactores solera y circular.
Rgc	Resistencia térmica entre los elementos calefactores grill y circular.
$R1b$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor bóveda y la cavidad interna.
$R1s$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor solera y la cavidad interna.
$R1g$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor grill y la cavidad interna.
$R1c$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor circular y la cavidad interna.

$R2$	Resistencia térmica entre la cavidad interna y la parte externa del horno.
$R3$	Resistencia térmica entre la parte externa del horno y el ambiente.
$R4b$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor bóveda y la parte externa del horno.
$R4s$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor solera y la parte externa del horno.
$R4g$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor grill y la parte externa del horno.
$R4c$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor circular y la parte externa del horno.
$R5b$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor bóveda y el ambiente.
$R5s$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor solera y el ambiente.
$R5g$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor grill y el ambiente.
$R5c$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor circular y el ambiente.
$R6$	Resistencia térmica entre la cavidad interna y la superficie de la carga.
$R7$	Resistencia térmica entre la cavidad interna y el ambiente.
$Rc1b$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor bóveda y la superficie de la carga.
$Rc1s$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor solera y la superficie de la carga.
$Rc1g$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor grill y la superficie de la carga.
$Rc1c$	Resistencia térmica entre el elemento calefactor circular y la superficie de la carga.
$Rc2$	Resistencia térmica entre la superficie y el centro de la primera capa de la carga.
$Rc3$	Resistencia térmica entre el centro de la primera y el centro de la segunda capa de la carga.

Capacidades térmicas del modelo

$C1b$	Capacidad térmica del elemento calefactor bóveda.
$C1s$	Capacidad térmica del elemento calefactor solera.
$C1g$	Capacidad térmica del elemento calefactor grill.

$C1c$	Capacidad térmica del elemento calefactor circular.
$C2$	Capacidad térmica de la cavidad interna.
$C3$	Capacidad térmica de la parte externa del horno.
$Cc1$	Capacidad térmica de la primera capa de la carga.
$Cc2$	Capacidad térmica de la segunda capa de la carga.

Entradas y perturbaciones del modelo

pb	Potencia del elemento calefactor bóveda.
ps	Potencia del elemento calefactor solera.
pg	Potencia del elemento calefactor grill.
pc	Potencia del elemento calefactor circular.
$Tamb$	Temperatura ambiente.
q_{ev}	Flujo de calor absorbido por la carga para evaporar agua (solo en el modelo completo).
q	Flujo de calor total absorbido por la carga (solo en el modelo usado en observación).

Matrices de la representación en espacio de estados

Modelo completo

$\mathbf{u}$	Vector de entradas del modelo completo.
$\mathbf{p}$	Vector de perturbaciones del modelo completo.
$\mathbf{x}$	Vector de estado del modelo completo.
$\mathbf{y}$	Vector de salida del modelo completo.
A	Matriz de estados del modelo completo.
a_{ij}	Coefficientes de la matriz de estados del modelo completo.
B	Matriz de entrada del modelo completo.
b_{ij}	Coefficientes de la matriz de entrada del modelo completo.
B_p	Matriz de perturbaciones del modelo completo.
b_{pij}	Coefficientes de la matriz de perturbaciones del modelo completo.
C	Matriz de salida del modelo completo.

Modelo *SISO*

u^*	Acción ficticia, entrada del modelo <i>SISO</i> del horno.
B^*	Matriz de entrada del modelo <i>SISO</i> del horno.
L_U	Matriz de transformación de u^* a $\mathbf{u}$.

Modelo usado en observación

$\mathbf{u}'$	Vector de entradas del modelo usado en observación.
---------------	---

$\mathbf{p}'$	Vector de perturbaciones del modelo usado en observación.
$\hat{\mathbf{p}}'$	Estimación del vector de perturbaciones del modelo usado en observación.
$\mathbf{x}'$	Vector de estado del modelo usado en observación.
$\bar{\mathbf{x}}'$	Predicción del vector de estado del modelo usado en observación.
$\hat{\mathbf{x}}'$	Estimación del vector de estado del modelo usado en observación.
$\mathbf{y}'$	Vector de salida del modelo usado en observación.
$\bar{\mathbf{y}}'$	Predicción del vector de salida del modelo usado en observación.
A'	Matriz de estados del modelo usado en observación.
a'_{ij}	Coefficientes de la matriz de estados del modelo usado en observación.
B'	Matriz de entrada del modelo usado en observación.
b'_{ij}	Coefficientes de la matriz de entrada del modelo usado en observación.
B'_p	Matriz de perturbaciones del modelo usado en observación.
b'_{pij}	Coefficientes de la matriz de perturbaciones del modelo usado en observación.
C'	Matriz de salida del modelo usado en observación.
F'	Matriz de estados discreta del modelo usado en observación.
G'	Matriz de entrada discreta del modelo usado en observación.
G'_p	Matriz de perturbaciones discreta del modelo usado en observación.

Leyes de control y observación

L_O	Ley de observación del estado.
L_P	Ley de observación de perturbaciones.
L	Ley de realimentación del estado.
L_c	Ley de prealimentación de la referencia.
L_a	Ley de prealimentación de perturbaciones.

Potencias del horno real

W_b	Potencia suministrada por el elemento calefactor bóveda.
W_s	Potencia suministrada por el elemento calefactor solera.
W_g	Potencia suministrada por el elemento calefactor grill.
W_c	Potencia suministrada por el elemento calefactor circular.
W_{Nb}	Potencia nominal del elemento calefactor bóveda.
W_{Ns}	Potencia nominal del elemento calefactor solera.
W_{Ng}	Potencia nominal del elemento calefactor grill.
W_{Nc}	Potencia nominal del elemento calefactor circular.

$W_{\text{MÁX}}$	Potencia máxima del horno para una configuración de <i>Power Factors</i> .
PF_b	<i>Power Factor</i> del elemento calefactor bóveda.
PF_s	<i>Power Factor</i> del elemento calefactor solera.
PF_g	<i>Power Factor</i> del elemento calefactor grill.
PF_c	<i>Power Factor</i> del elemento calefactor circular.
U	Acción adimensional calculada por el controlador actual.

ANEXOS

Anexo A

Analogía térmica-eléctrica

En el presente anexo se explica la analogía existente entre un sistema térmico y un circuito eléctrico, la cual ha sido utilizada para construir el modelo del horno.

Cualquier sistema térmico rige su comportamiento de acuerdo a la ecuación del calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \alpha \nabla^2 T = 0; \quad (\text{A.1})$$

en la que T representa la variable temperatura, t la variable tiempo, α la difusividad térmica del material y el operador ∇^2 es el operador laplaciano.

En el caso de un sistema con generación interna de calor, la ecuación (A.1) se transforma en

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - k \nabla^2 T = q_{vol}; \quad (\text{A.2})$$

donde ρ es la densidad del material, c_p el calor específico, k la conductividad térmica y q_{vol} es la generación de calor por unidad de volumen y tiempo.

Considérese un sólido con gradiente nulo de temperatura, generación interna homogénea y aislado térmicamente del exterior (adiabático). En esta situación el laplaciano de la ecuación (A.2) desaparece y la temperatura pasa a depender únicamente del tiempo:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = q_{vol} \quad (\text{A.3})$$

Si se multiplican ambos términos de la ecuación anterior por el volumen del sólido, se obtiene

$$m c_p \frac{dT}{dt} = q; \quad (\text{A.4})$$

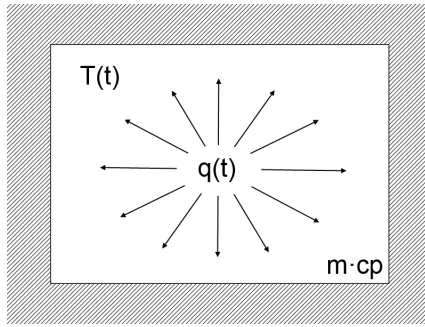
donde m representa la masa del sólido y q es la generación total de calor en el volumen del sólido por unidad de tiempo.

Considérese ahora la ecuación de carga de un condensador mediante una fuente de intensidad:

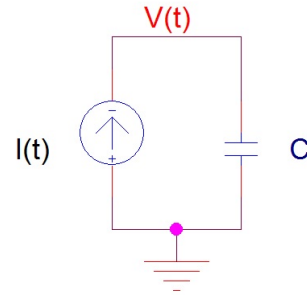
$$C \frac{dV}{dt} = I; \quad (\text{A.5})$$

en la que V representa la tensión en bornes del condensador, I la corriente proporcionada por la fuente de intensidad y C es la capacidad del condensador.

Nótese que las ecuaciones (A.4) y (A.5) tienen términos equivalentes, así que es posible establecer una analogía entre los sistemas térmico y eléctrico presentados en la figura A.1. Dicho de otras palabras, se podría estudiar la evolución de temperatura del sólido mediante un circuito eléctrico con una capacidad y una fuente de intensidad, únicamente teniendo en cuenta que las variables implicadas serían la generación de calor (q) y la temperatura (T) en lugar de la intensidad (I) y la tensión (V), y que en este caso la capacidad tendría significado térmico y valor $m \cdot c_p$.



(a) Sólido adiabático con gradiente nulo de temperatura y generación interna homogénea.



(b) Carga de un condensador mediante una fuente de intensidad.

Figura A.1: Analogía entre la evolución de temperatura en un sólido y la carga de un condensador.

Supóngase ahora que el sólido anterior no se encuentra aislado del exterior, sino que está en contacto con otro sólido con el que intercambia energía mediante conducción. Según la ley de Fourier (en forma escalar):

$$q_{sup} = k |\nabla T|; \quad (\text{A.6})$$

donde q_{sup} es el flujo de calor por unidad de superficie, k la conductividad térmica del medio por el que se propaga el calor y ∇T es el gradiente de temperatura.

Si la conducción se produce únicamente en la dimensión x , la ecuación (A.6) se simplifica:

$$q_{sup} = k \left| \frac{dT}{dx} \right|; \quad (\text{A.7})$$

Supóngase también que el medio a través del cual se produce la conducción presenta un producto mc_p despreciable y no genera calor internamente. De acuerdo a la ecuación del calor (A.2):

$$-k\nabla^2 T = 0 \Rightarrow -k \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = cte = \frac{\Delta T}{l}; \quad (\text{A.8})$$

donde ΔT representa la diferencia de temperatura entre los sólidos y l la distancia entre ellos en la dimensión x .

Sustituyendo (A.8) en (A.7) y multiplicando ambos términos por el área de transferencia de calor A , se obtiene

$$q = \frac{kA}{l} \Delta T; \quad (\text{A.9})$$

ecuación en la que q representa el flujo total de calor intercambiado entre los dos sólidos.

Una ecuación similar existe en el caso de que los dos sólidos intercambien energía mediante convección:

$$q = hA\Delta T; \quad (\text{A.10})$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Considérese ahora la ecuación que modela el paso de corriente a través de una resistencia eléctrica:

$$I = \frac{1}{R} \Delta V; \quad (\text{A.11})$$

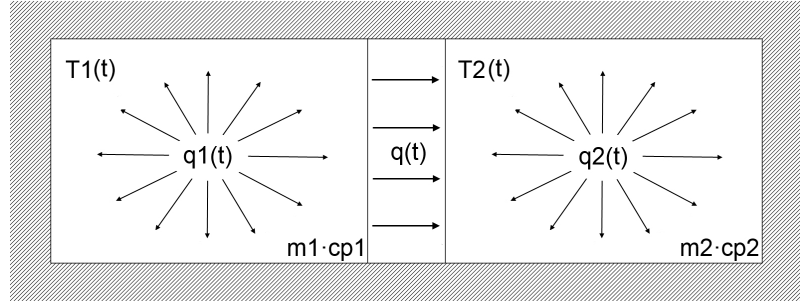
donde R es el valor de la resistencia eléctrica, I es la corriente que circula a través de ella y ΔV es la diferencia de tensión entre sus extremos.

Las ecuaciones (A.9) y (A.10) y la ecuación (A.11) presentan una analogía similar a la existente entre las ecuaciones (A.4) y (A.5). Es decir, la transferencia de calor por conducción o convección también se puede analizar mediante un equivalente eléctrico. En este caso, el medio transmisor de calor se representaría mediante una resistencia, con significado térmico y con valor l/kA en el caso de conducción y $1/hA$ en el caso de convección. Esta analogía puede observarse en la figura A.2.

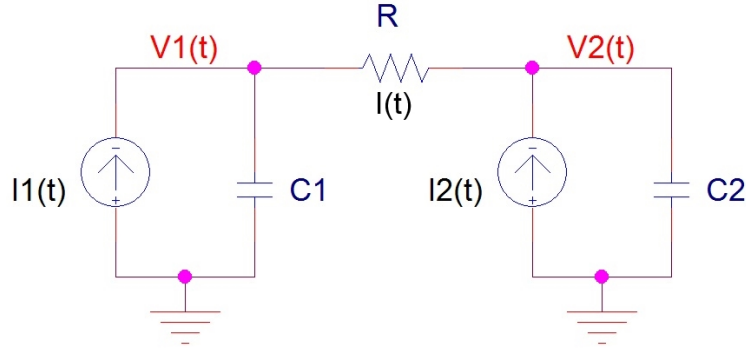
Debe mencionarse que la analogía eléctrica sigue siendo válida aunque la transferencia de calor no sea unidimensional, con la diferencia de que el valor de las resistencias térmicas se calculará en este caso con expresiones algo más

ANEXO A. ANALOGÍA TÉRMICA-ELÉCTRICA

complejas. También es importante destacar que es posible construir sistemas de resistencias en paralelo o serie para el caso de que la transferencia de calor por conducción o convección se realice a través de varios medios interconectados.



(a) Sólidos que intercambian calor a través de un medio.



(b) Conjuntos *Fuente de intensidad-Condensador* unidos mediante una resistencia eléctrica.

Figura A.2: Analogía entre la transferencia de calor entre sólidos y el paso de corriente por una resistencia eléctrica.

Caso distinto es el de la transferencia de calor por radiación. La ecuación que proporciona el flujo de calor en este caso es la Ley de Stefan-Boltzmann:

$$q = a (T_1^4 - T_2^4); \quad (\text{A.12})$$

en la que a es una constante que depende del área de los sólidos, de sus propiedades radiativas y de la constante de Stefan-Boltzmann, y donde T_1 y T_2 son las temperaturas de los sólidos 1 y 2, respectivamente. En este caso el flujo de calor no es proporcional a la diferencia de temperaturas, por lo que no existe un equivalente eléctrico directo. Una posible solución consiste en considerar

una resistencia térmica dependiente de las propias temperaturas de los sólidos:

$$R_{radiación}(T_1, T_2) = \frac{T_1 - T_2}{a(T_1^4 - T_2^4)} \quad (\text{A.13})$$

Otra alternativa, que será la utilizada durante el proyecto, consiste en suponer un valor de resistencia constante. Esta aproximación es suficientemente válida si el rango de variación de temperaturas es pequeño, o bien si el calor transferido mediante radiación representa una pequeña parte del total. Es decir, se supondrá que el flujo de calor por radiación obedece a la siguiente ecuación:

$$q = \frac{1}{R_{radiación}} \Delta T; \quad (\text{A.14})$$

en la que $R_{radiación}$ se asumirá constante.

En resumen, las aproximaciones adoptadas hasta el momento son:

1. Todos los elementos del sistema se comportan como capacidades térmicas puras o bien como resistencias térmicas puras. Esta aproximación es válida si se da alguna de las siguientes circunstancias:
 - a) Los elementos modelados son lo suficientemente pequeños como para que en su interior no existan fuertes gradientes de temperatura (modelado mediante diferencias finitas o elementos finitos).
 - b) Los elementos modelados tienen propiedades térmicas que permiten su aproximación por una capacidad o resistencia pura.

Si un elemento tiene un elevado producto mc_p y una alta conductividad térmica, es razonable su modelado como una capacidad térmica pura. En el extremo opuesto, un elemento podrá aproximarse por una resistencia térmica pura si tiene una baja conductividad térmica y un producto mc_p reducido.
2. Las resistencias térmicas del sistema son constantes. Esta aproximación permite que el sistema sea lineal, simplificando en gran medida la identificación y la simulación del sistema

Bajo estas aproximaciones, todo sistema térmico puede aproximarse por un circuito eléctrico con las siguientes características:

1. Por cada temperatura característica del sistema deberá incluirse un subcircuito *Fuente de intensidad-Condensador*. La selección de estas temperaturas y su número influirán considerablemente en la precisión del

modelo. Un modelo con muchas temperaturas características será preciso pero requerirá un análisis complejo. Por otro lado, un modelo con pocas temperaturas características se analizará de forma sencilla, pero posiblemente no se ajuste bien al sistema real.

2. Todas las conexiones térmicas entre elementos se modelarán mediante un subcircuito *Resistencia*. Es posible incluir un esquema de resistencias en serie o paralelo si la transferencia de calor se produce a través de varios medios o mediante varios mecanismos (conducción, convección, radiación).

Un ejemplo de sistema térmico modelado mediante un circuito eléctrico puede observarse en la figura A.3. Obsérvese que se han incluido tres subcircuitos *Fuente de intensidad-Condensador*, unidos por tres subcircuitos *Resistencia*. Las variables implicadas son temperaturas y flujos de calor, y los elementos del circuito tienen significado térmico

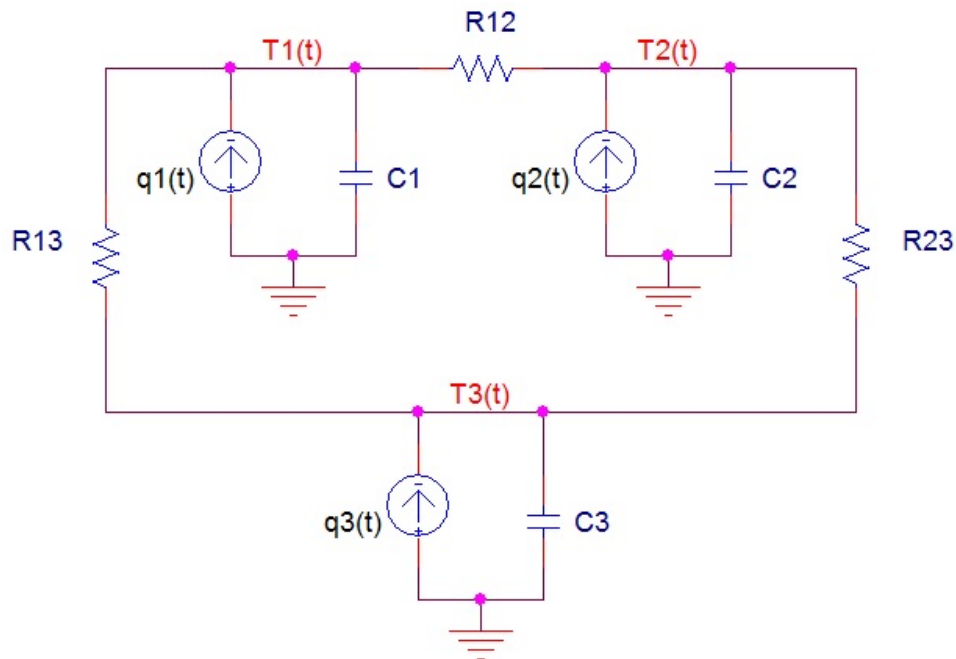


Figura A.3: Equivalente eléctrico de un sistema térmico con tres temperaturas características.

Anexo B

Potencia de vaporización del ladrillo *Hipor*

El ladrillo *Hipor* es sumergido en agua antes de su uso en el ensayo de etiquetado energético. Como consecuencia, parte de esta agua es evaporada durante la realización del ensayo, utilizando para ello una energía que absorbe en forma de calor. La estimación de la potencia instantánea necesaria para evaporar agua es fundamental para realizar una buena simulación del ensayo. Este anexo pretende explicar el proceso seguido para llegar a la expresión que permitirá estimar esta potencia.

El laboratorio de hornos no dispone de mediciones directas del calor de evaporación, pero sí ha realizado medidas de la evolución de la masa del ladrillo durante diversos ensayos [13]. Se supondrá que toda variación de masa se debe a la evaporación de agua, de tal forma que la masa de agua evaporada se ha podido calcular como la diferencia entre la masa inicial del ladrillo y la masa instantánea.

Se dispone de datos de diez ensayos distintos, utilizando distintas funciones y temperaturas objetivo. Además de la evolución de la masa, también se han medido la temperatura en el centro del ladrillo *Hipor* y la temperatura de la cavidad (suministrada por el sensor del horno). Estas temperaturas estarán disponibles en el modelo propuesto, por lo que se intentará encontrar una relación entre ellas y la potencia de vaporización.

El calor de evaporación puede relacionarse con la masa de agua evaporada (m_{ev}) a través de la entalpía de vaporización (h_v):

$$\begin{aligned} Q_{ev} &= h_v \cdot m_{ev} \\ q_{ev} &= h_v \cdot \dot{m}_{ev} \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde Q_{ev} representa la energía necesaria para evaporar la masa m_{ev} y q_{ev} la

ANEXO B. POTENCIA DE VAPORIZACIÓN DEL LADRILLO *HIPOR*

potencia necesaria para evaporar el flujo de masa $\dot{m}_{ev}$. Esta relación permitirá ajustar las expresiones propuestas para el calor de evaporación.

En primer lugar, basándose en observaciones sobre la evolución de la masa evaporada, se propuso la siguiente expresión para la estimación de la potencia de evaporación:

$$q_{ev} = a \cdot T_l + b \quad (\text{B.2})$$

donde T_l es la temperatura interna del ladrillo y a y b son dos parámetros a determinar.

La expresión (B.2) puede transformarse para que la variable dependiente sea la masa:

$$m_{ev} = \frac{1}{h_v} \int_0^t q_{ev} \, d\tau = \frac{1}{h_v} \int_0^t (a \cdot T_l + b) \, d\tau = \frac{1}{h_v} \left(a \int_0^t T_l \, d\tau + bt \right) \quad (\text{B.3})$$

Esta última relación puede ajustarse a los datos disponibles mediante mínimos cuadrados, obteniéndose los resultados expuestos en la tabla B.1.

Función (Turbina)	T^a obj. (°C)	a (W/°C)	b (W)	Error cuadrático medio (g)
Función A (Off)	160	0.869	45.66	2.07
Función A (Off)	200	2.430	47.39	3.68
Función A (Off)	240	3.109	68.56	4.25
Función B (On)	155	2.208	52.26	2.53
Función B (On)	175	2.508	75.70	3.69
Función B (On)	195	3.688	87.95	3.61
Función B (On)	240	6.223	94.67	5.98
Función C (On)	155	2.663	54.42	3.64
Función C (On)	175	3.866	49.52	5.02
Función C (On)	240	6.994	69.32	6.79

Tabla B.1: Resultados del ajuste de la expresión (B.3) a cada uno de los ensayos.

Los errores cuadráticos medios obtenidos suponen porcentajes del 1 % al 3 % de la masa total de agua evaporada, la cual oscila entre los 150 y los 250 gramos. En consecuencia, se puede afirmar que el ajuste es muy bueno. Sin embargo, los dos parámetros de la relación (a y b) dependen fuertemente de la temperatura objetivo. Esto implica que, en el caso de querer usar la expresión (B.2), esta debería estar definida a tramos en función de la temperatura del horno.

Para evitar definir una función a tramos, se propuso que los parámetros a y b no fueran constantes, sino que dependieran de la temperatura del horno de forma lineal:

$$a = a_0 + a_1 \cdot T_h; \quad b = b_0 + b_1 \cdot T_h \quad (\text{B.4})$$

expresiones en las que T_h representa la temperatura de la cavidad, y a_0 , a_1 , b_0 y b_1 son nuevos parámetros a determinar.

Si se introducen las relaciones anteriores en (B.2), se obtiene la siguiente expresión:

$$q_{ev} = (a_0 + a_1 \cdot T_h) \cdot T_l + (b_0 + b_1 \cdot T_h) \quad (\text{B.5})$$

Expresión que, por simplicidad, puede desarrollarse y convertirse en:

$$q_{ev} = a \cdot T_l + b \cdot T_h + c \cdot T_l \cdot T_h + d \quad (\text{B.6})$$

De igual forma que con (B.2), la expresión (B.6) puede transformarse para que la variable dependiente sea la masa:

$$m_{ev} = \frac{1}{h_v} \cdot \left(a \int_0^t T_l d\tau + b \int_0^t T_h d\tau + c \int_0^t T_l \cdot T_h d\tau + dt \right) \quad (\text{B.7})$$

En esta expresión aparece explícitamente la dependencia con la temperatura del horno, así que los parámetros a , b , c y d deberían ser independientes de ella. Por este motivo se han considerado solamente tres casos distintos, correspondientes a las tres funciones del horno ensayadas. Cada uno de los tres ajustes utiliza los datos de todos los ensayos de la función correspondiente. Los resultados se presentan en la tabla B.2.

Función (Turb.)	a (W/°C)	b (W/°C)	c (W/°C ²)	d (W)	Error cuadrático medio (g)
Función A (Off)	-4.761	0.448	0.0261	-8.39	2.86
Función B (On)	-5.578	1.019	0.0369	-36.73	5.88
Función C (On)	-5.328	1.007	0.0392	-35.83	5.15

Tabla B.2: Resultados del ajuste de la expresión (B.7) a los conjuntos de ensayos de cada una de las funciones.

El ajuste sigue siendo bueno, con errores cuadráticos medios por debajo de los 6 gramos, en el mismo rango que los obtenidos para la expresión (B.3). Es decir, se ha conseguido introducir explícitamente la dependencia con respecto a la temperatura del horno, sin que ello empeore los resultados del ajuste.

ANEXO B. POTENCIA DE VAPORIZACIÓN DEL LADRILLO *HIPOR*

Además, puede observarse que los parámetros de la función A son bastante diferentes a los de las funciones B y C , similares entre sí. Estas dos últimas funciones tienen la turbina encendida durante su funcionamiento, mientras que A la mantiene apagada. Este hecho parece indicar que la evaporación de agua se ve muy afectada por el estado de la turbina, y no tanto por los elementos calefactores que utiliza el horno (distintos en las funciones B y C).

Así pues, en lugar de obtener un ajuste para cada función del horno, se ha considerado la posibilidad de tener únicamente dos ajustes, correspondientes a los dos estados de la turbina. Los resultados se presentan en la tabla B.3.

Turbina	a (W/°C)	b (W/°C)	c (W/°C ²)	d (W)	Error cuadrático medio (g)
Off	-4.761	0.4475	0.0261	-8.39	2.86
On	-6.392	0.8260	0.0439	-10.50	6.77

Tabla B.3: Resultados del ajuste de la expresión (B.7) a los conjuntos de ensayos que comparten el mismo estado de la turbina.

Los errores medios cuadráticos permanecen en el mismo rango, entre 2 y 7 gramos, así que el ajuste se ha dado por bueno. Sin embargo, se ha observado que, para el valor obtenido de los parámetros y en el rango de temperaturas de funcionamiento, la expresión (B.6) podría proporcionar valores negativos de la potencia de vaporización (figura B.1). Este hecho se correspondería con una hipotética condensación de agua, hecho que no parece lógico que suceda.

Por este motivo se ha introducido una última mejora, que ha consistido en obligar a que la función no devuelva valores negativos. Es decir, se propone una relación del siguiente tipo:

$$q_{ev} = \begin{cases} aT_l + bT_h + cT_lT_h + d, & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d \geq 0 \\ 0, & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d < 0 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Una vez más, se transforma la relación anterior para que aparezca la masa como variable dependiente:

$$m_{ev} = \begin{cases} \frac{1}{h_v} \cdot \left(a \int_0^t T_l d\tau + b \int_0^t T_h d\tau + c \int_0^t T_l \cdot T_h d\tau + dt \right), & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d \geq 0 \\ 0, & \text{si } aT_l + bT_h + cT_lT_h + d < 0 \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

La relación (B.9) ha sido ajustada mediante optimización no lineal, utilizando el *software MATLAB* y tomando como valores iniciales los obtenidos

para la expresión (B.7). Los valores de los parámetros y los errores obtenidos se recogen en la tabla B.4.

Turbina	a (W/°C)	b (W/°C)	c (W/°C ²)	d (W)	Error cuadrático medio (g)
Off	-4.761	0.4475	0.0258	-8.39	2.88
On	-6.392	0.8260	0.0437	-10.50	6.75

Tabla B.4: Resultados del ajuste de la expresión (B.9) a los conjuntos de ensayos que comparten el mismo estado de la turbina.

A la vista de los errores obtenidos, puede parecer que la expresión (B.9) no proporciona ninguna ventaja respecto a (B.7). Esto es debido a que la mejora obtenida tiene un carácter cualitativo más que cuantitativo, tal como puede observarse en el ejemplo de la gráfica B.2. El ajuste a la totalidad de los ensayos disponibles se muestra en las figuras B.3 y B.4.

En definitiva, se ha conseguido una relación que permite estimar la potencia absorbida en el ladrillo por la evaporación de agua. Esta relación depende explícitamente de la temperatura del horno y la temperatura del ladrillo. Para incluir la dependencia con respecto al estado de la turbina, se ha decidido realizar dos ajustes distintos, uno para la turbina encendida y otro para la turbina apagada. Esta relación podrá ser utilizada en las simulaciones del ensayo de etiquetado energético, donde proporcionará datos muy interesantes como la cantidad de agua evaporada o la energía invertida en dicha evaporación.

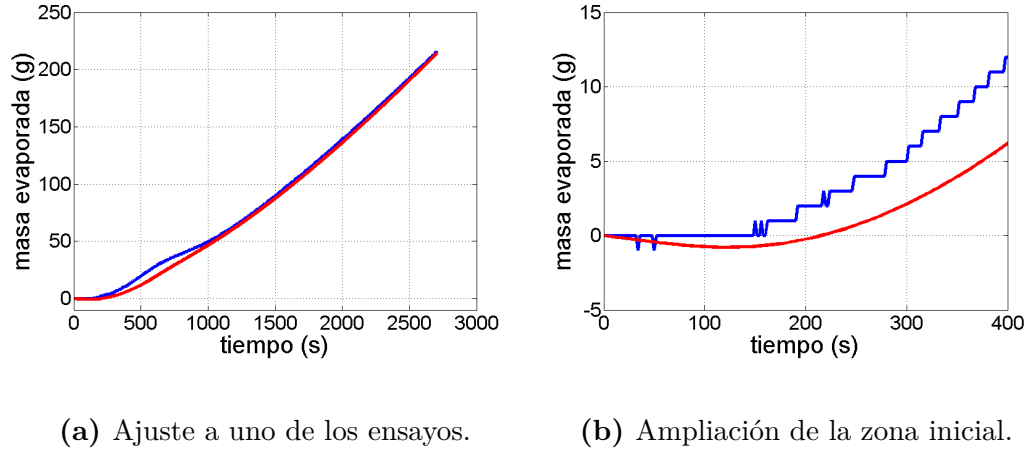


Figura B.1: Ejemplo de ensayo en el que el ajuste a la expresión (B.7) (línea roja) indicaría un decremento de la masa evaporada (hipotética condensación). Puede observarse que ese efecto no se aprecia en el dato real (línea azul).

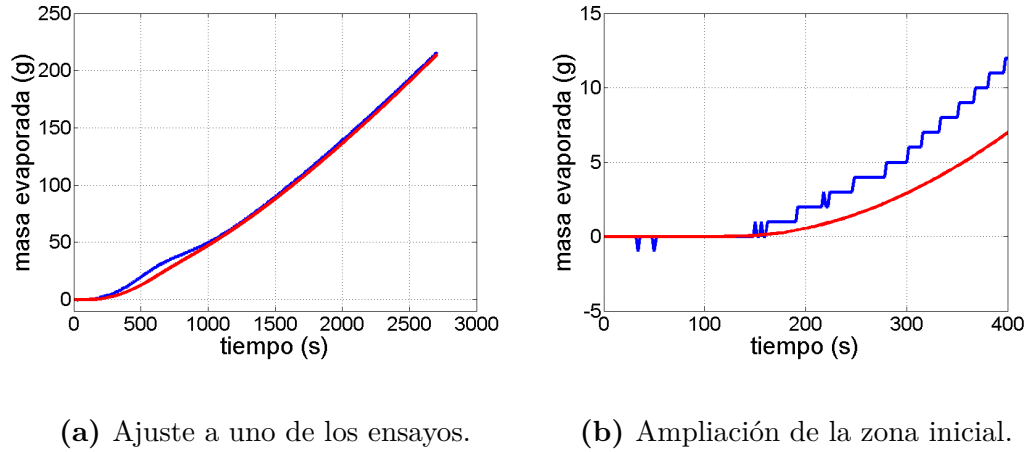


Figura B.2: Mismo ensayo que el expuesto en la figura B.1, ajustado ahora a la expresión (B.9). En este caso el ajuste (línea roja) no indica ningún decremento de masa evaporada, por lo que el comportamiento es cualitativamente más parecido al dato real (línea azul).

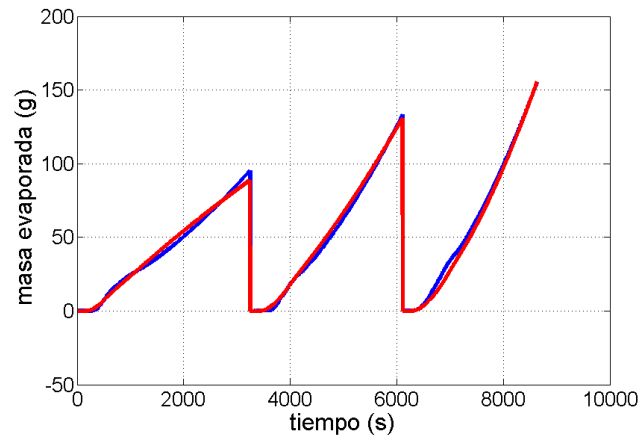


Figura B.3: Datos reales (azul) y ajuste a la expresión (B.9) (rojo) de los ensayos con la turbina apagada. Se muestran tres ensayos concatenados.

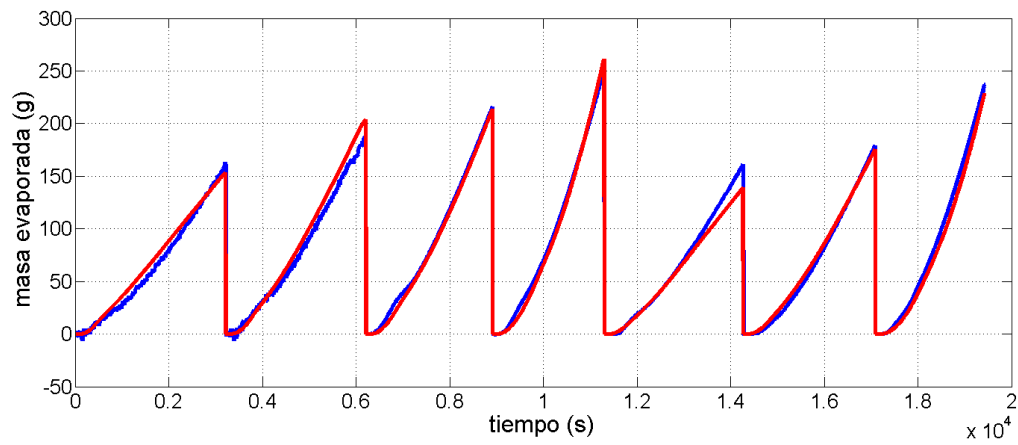


Figura B.4: Datos reales (azul) y ajuste a la expresión (B.9) (rojo) de los ensayos con la turbina encendida. Se muestran siete ensayos concatenados.

ANEXO B. POTENCIA DE VAPORIZACIÓN DEL LADRILLO *HIPOR*

Anexo C

Gráficas complementarias

A lo largo del cuerpo principal de la memoria se han presentado diversas gráficas relacionadas con el proceso de identificación y con la simulación del control. No obstante, con la finalidad de no sobrecargar el texto, algunas de las figuras obtenidas han sido trasladadas al presente anexo, donde también se incluyen algunos comentarios de las mismas.

C.1. Resultados del ajuste

En esta sección están incluidas las gráficas que, por menor relevancia, no se presentaron en la sección de resultados de la identificación (sección 3.5.3). En ellas se muestra la evolución temporal de las temperaturas $T1b$, $T1s$, $T1g$, $T1c$ y $T3$ del modelo, correspondientes a las temperaturas de los cuatro elementos calefactores y de las chapas exteriores del horno. También se incluye alguna breve valoración cualitativa de las mismas.

El ajuste de las temperaturas de los cuatro elementos calefactores se muestra en las figuras C.1, C.2, C.3 y C.4, donde se puede apreciar una desviación considerable para temperaturas elevadas. Esta desviación es debida a un comportamiento no lineal de las resistencias, el cual se produce al alcanzar temperaturas superiores a los 600°C. A pesar de este efecto, puede apreciarse que el comportamiento general es bueno.

El ajuste de la temperatura de la cavidad (figura 3.5) se comprobó que era muy bueno y reflejaba perfectamente el comportamiento real del sistema. La temperatura de las zonas exteriores (figura C.5), en cambio, se ajusta un poco peor. En el modelo, esta temperatura pretende simular el comportamiento de las chapas exteriores y las zonas adyacentes. Al no modelar un único elemento, el lugar de medición de la temperatura resultaba algo ambiguo y se optó por tomar el valor promedio de seis termopares. En consecuencia, es posible que la

desviación se deba precisamente a la selección de este lugar de medida o al uso de un valor promedio.

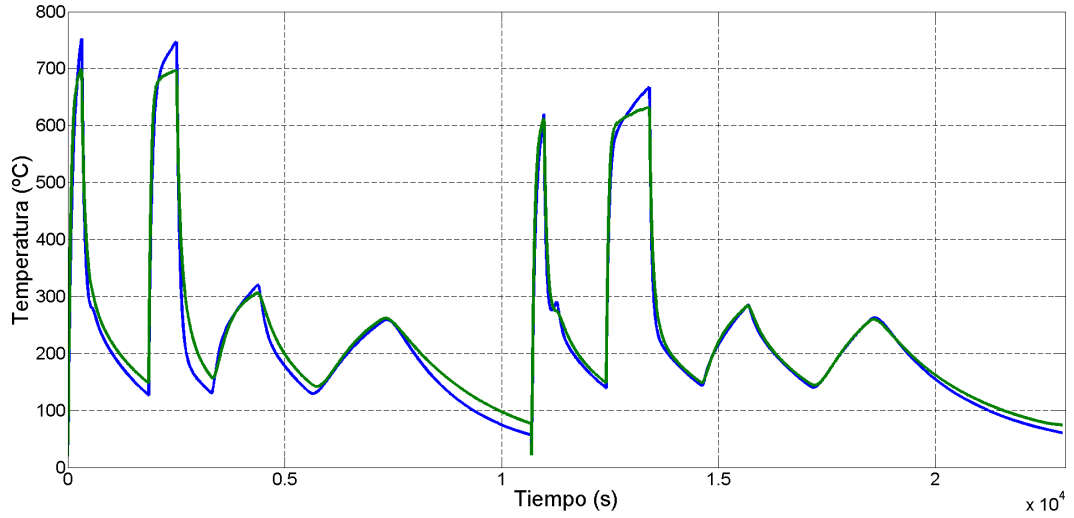


Figura C.1: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de bóveda ($T1b$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

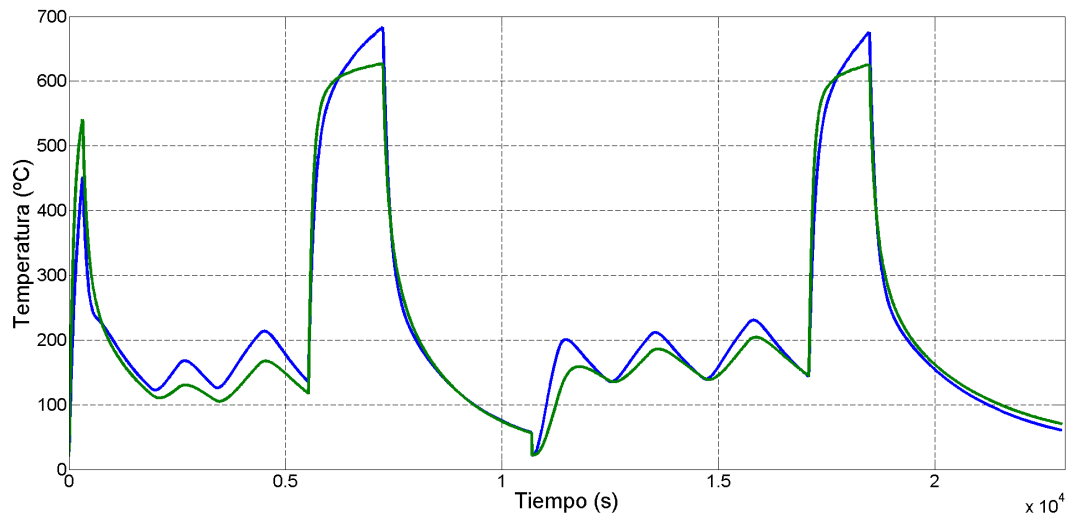


Figura C.2: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de solera ($T1s$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

C.1. RESULTADOS DEL AJUSTE

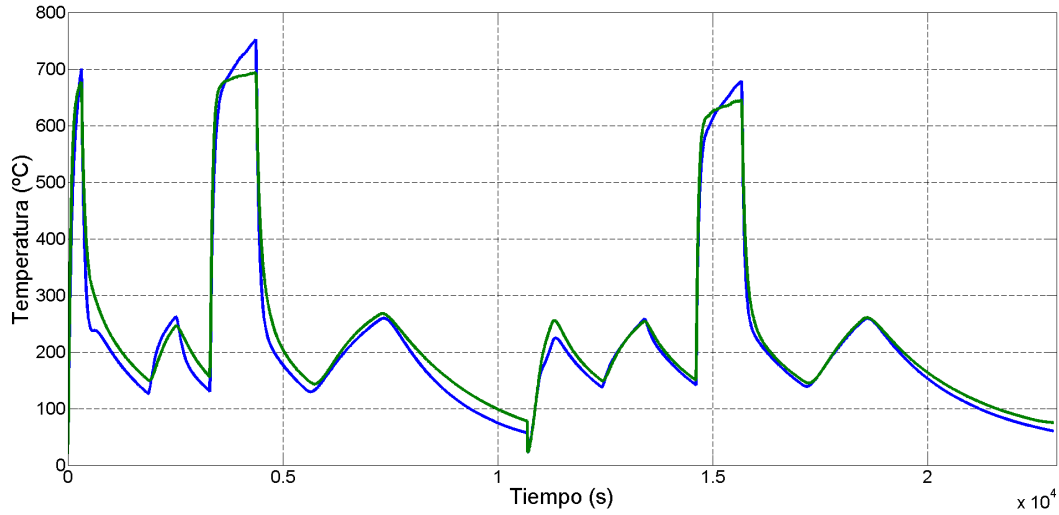


Figura C.3: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia de grill ($T1g$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

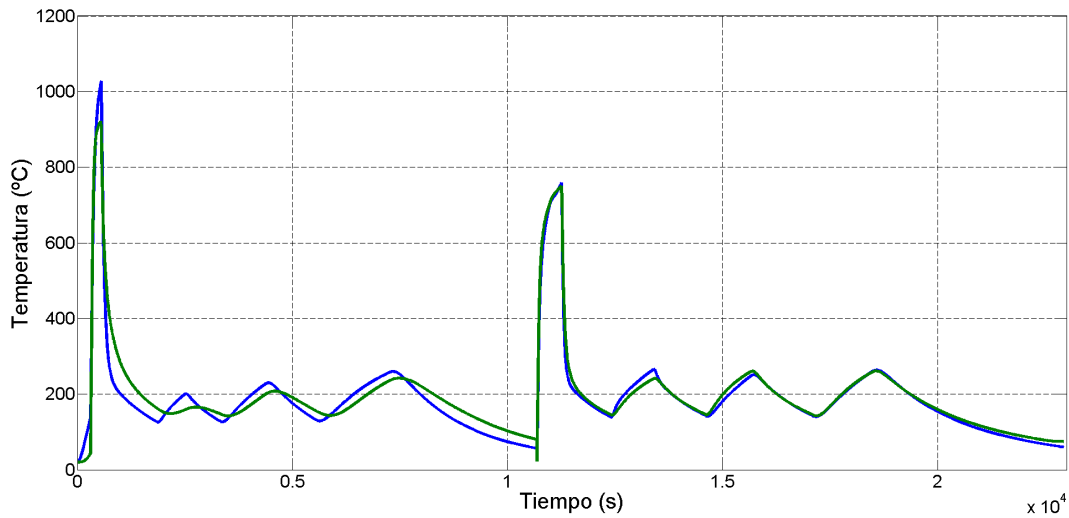


Figura C.4: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de la resistencia circular ($T1c$ en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

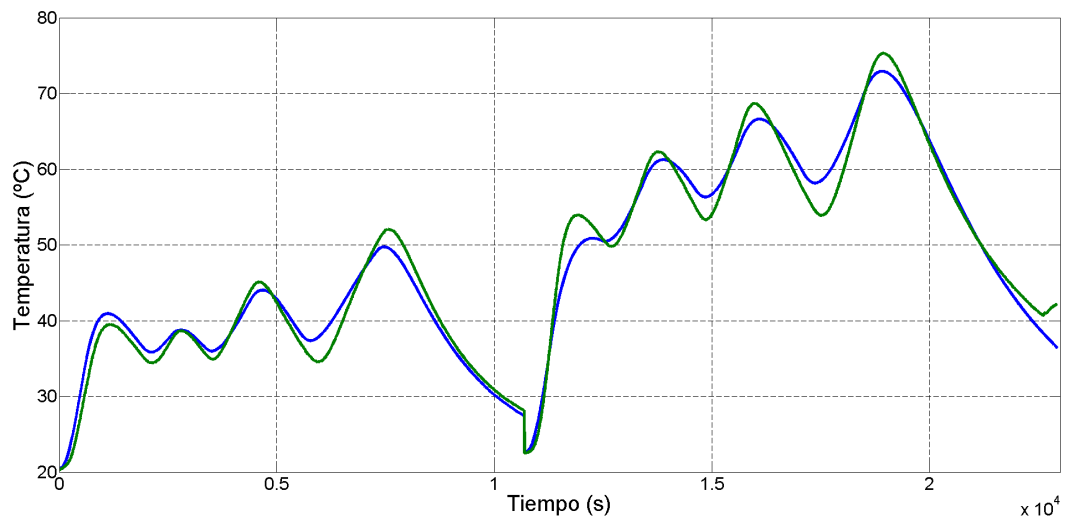


Figura C.5: Ajuste (azul) y datos reales (verde) de la temperatura de las chapas exteriores (T_3 en el modelo). La identificación se ha realizado sobre el modelo completo (horno con carga). Se muestran dos ensayos concatenados.

C.2. Simulación del control

En esta sección del anexo están recogidas aquellas gráficas que, por menor relevancia, no se mostraron en la sección de simulación del control en espacio de estados (sección 5.3.3). Recuérdese que se han realizado dos simulaciones, una con el modelo del horno en vacío y la otra con el modelo del horno con el ladrillo *Hipor*. Las gráficas se presentan emparejadas para que puedan ser comparadas fácilmente.

La temperatura de la resistencia de bóveda se muestra en las figuras C.6 y C.7. La de la resistencia de solera, en las figuras C.8 y C.9. Las gráficas C.10 y C.11 muestran la evolución de la temperatura de la resistencia de grill. La temperatura del cuarto elemento calefactor, la resistencia circular, está reflejada en las gráficas C.12 y C.13. Por último, la evolución de la temperatura de las chapas exteriores se muestra en las figuras C.14 y C.15.

En todas las temperaturas representadas se puede observar que la estimación es peor en el caso del horno con ladrillo que en el caso de vacío. Esto puede estar debido a la perturbación q , que es mucho mayor y crece mucho más rápidamente en el segundo caso. De hecho, se puede observar que la estimación mejora mucho a partir de los 500 segundos, que es precisamente cuando la perturbación q se estabiliza (véase de nuevo la figura 5.13).

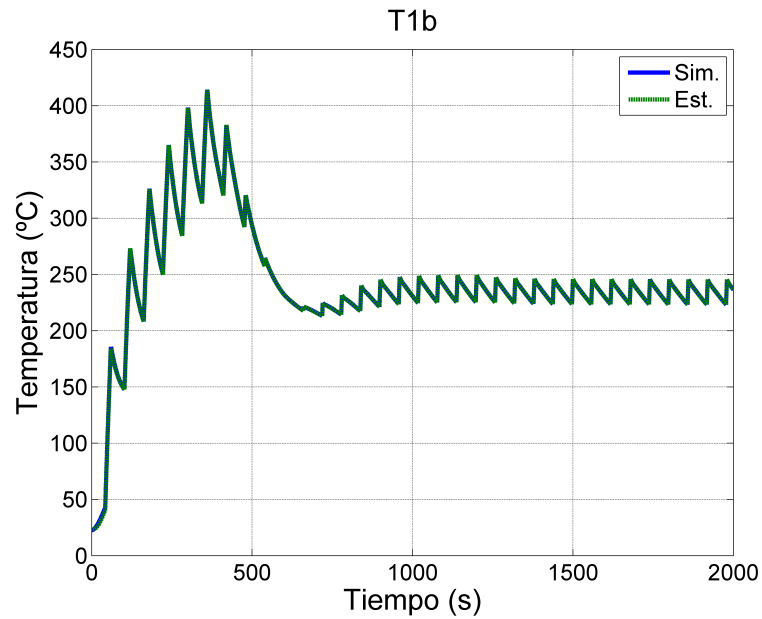


Figura C.6: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de bóveda (azul) y su estimación (verde).

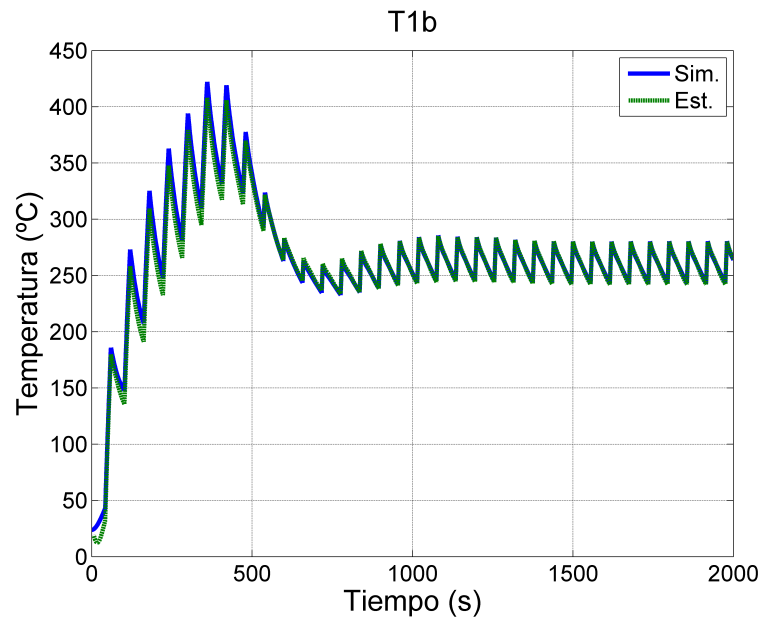


Figura C.7: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de bóveda (azul) y su estimación (verde).

C.2. SIMULACIÓN DEL CONTROL

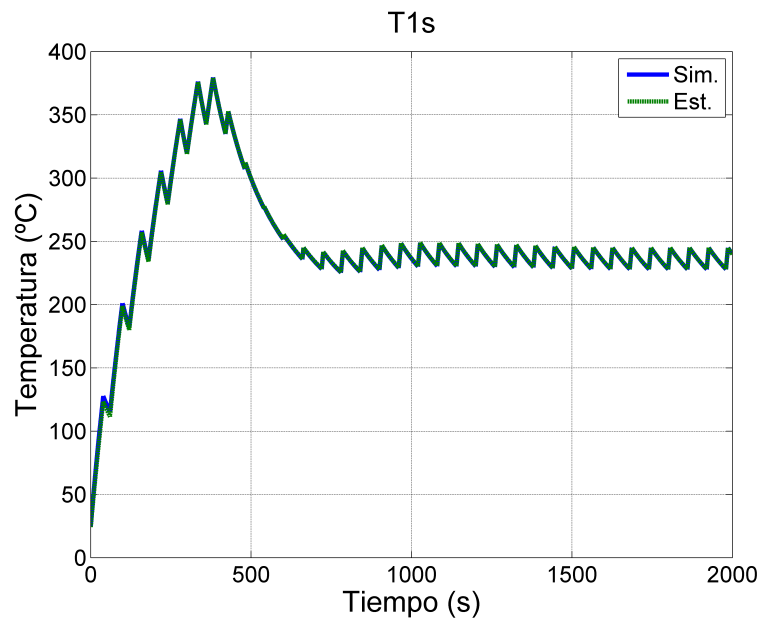


Figura C.8: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de solera (azul) y su estimación (verde).

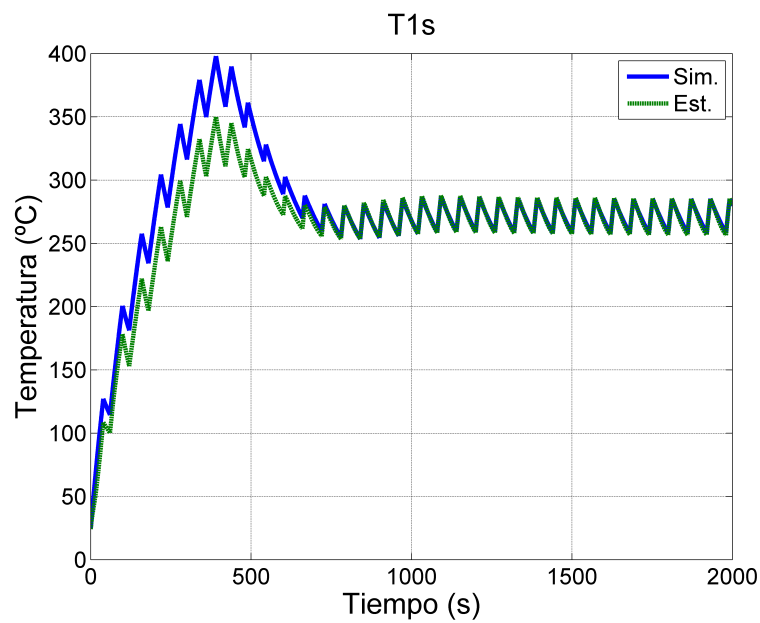


Figura C.9: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de solera (azul) y su estimación (verde).

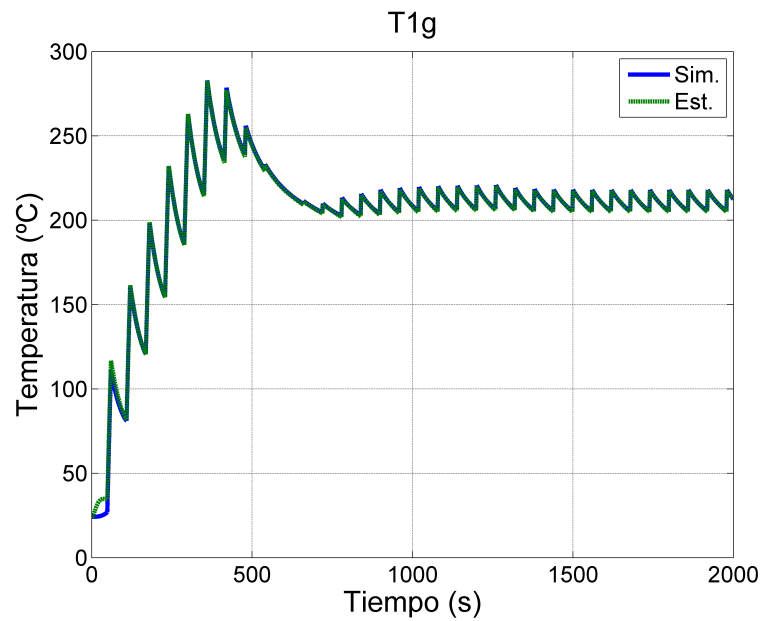


Figura C.10: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia de grill (azul) y su estimación (verde).

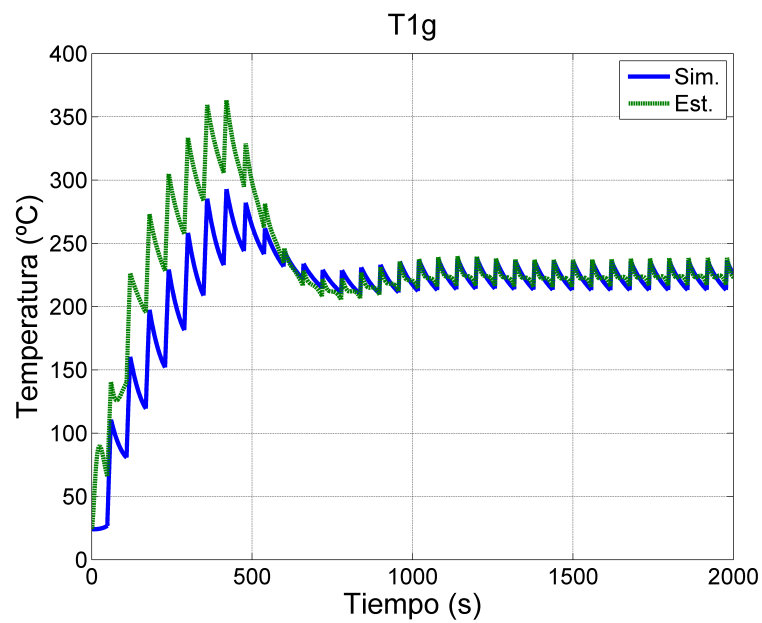


Figura C.11: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia de grill (azul) y su estimación (verde).

C.2. SIMULACIÓN DEL CONTROL

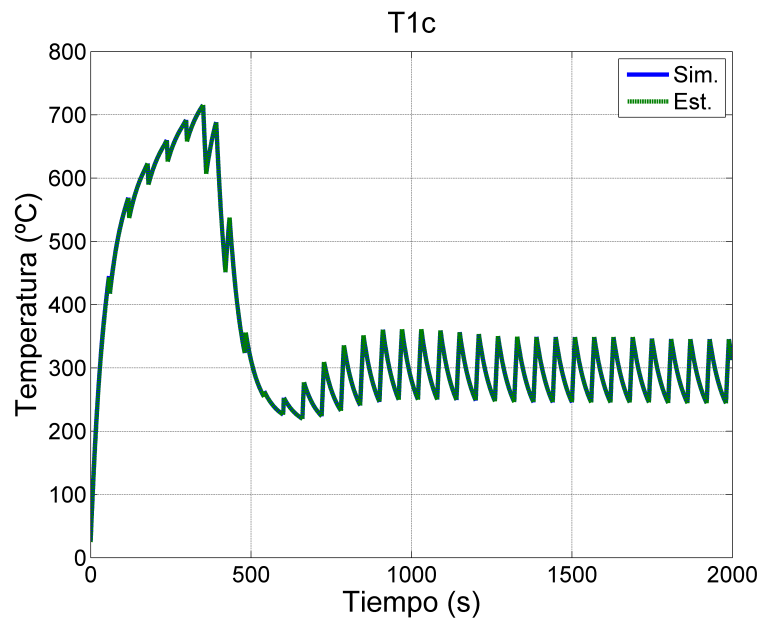


Figura C.12: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de la resistencia circular (azul) y su estimación (verde).

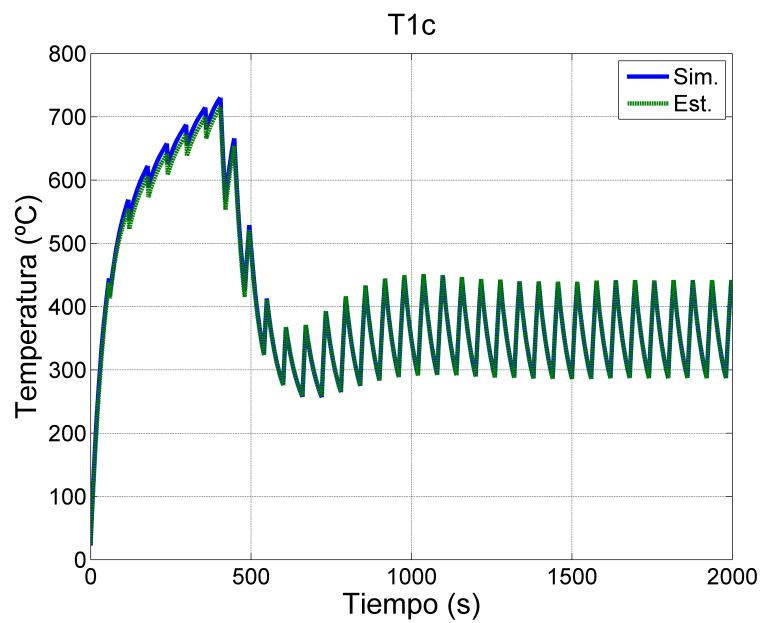


Figura C.13: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de la resistencia circular (azul) y su estimación (verde).

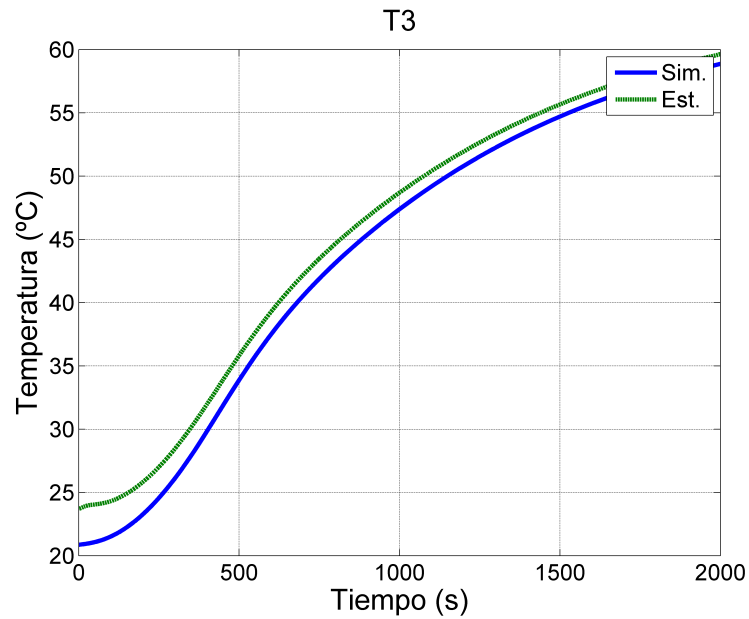


Figura C.14: Simulación sobre el modelo del horno en vacío. Temperatura de las chapas exteriores (azul) y su estimación (verde).

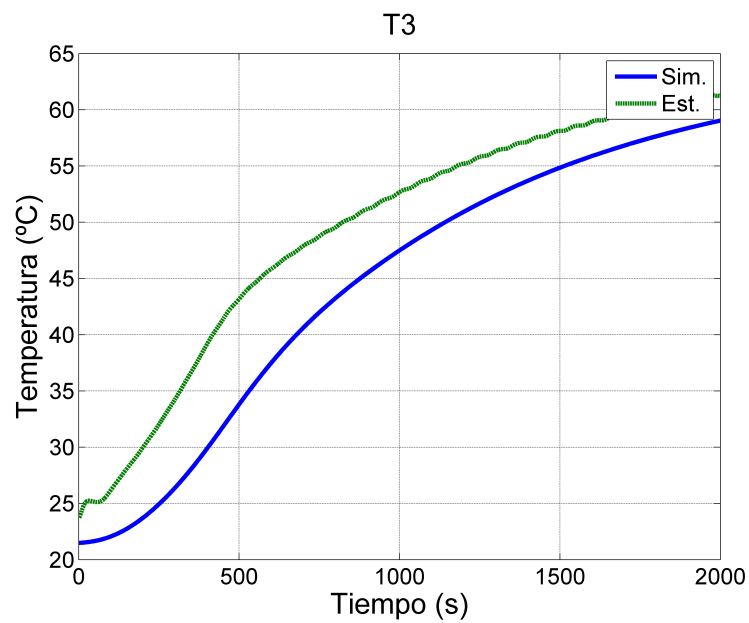


Figura C.15: Simulación sobre el modelo del horno con ladrillo. Temperatura de las chapas exteriores (azul) y su estimación (verde).

Anexo D

Coeficientes de las matrices de estado

En el presente anexo se detallan las expresiones que permiten calcular las matrices de estado del modelo completo y del modelo usado en observación.

D.1. Modelo completo

En esta sección se incluyen las expresiones que permiten calcular las matrices de estado del modelo completo del horno, presentado en la sección 2.2.

Recuérdese la configuración de variables de estado, entradas y perturbaciones del sistema:

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= (T1b, T1s, T1g, T1c, T2, T3, Tc1, Tc2)^T \\ \mathbf{u} &= (pb, ps, pg, pc)^T \\ \mathbf{p} &= (Tamb, q_{ev})^T\end{aligned}\tag{D.1}$$

y su representación en espacio de estados:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + B_p\mathbf{p} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} \end{cases}\tag{D.2}$$
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 & 0 \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & 0 & a_{77} & a_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & a_{88} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_p = \begin{pmatrix} b_{p11} & b_{p12} \\ b_{p21} & b_{p22} \\ b_{p31} & b_{p32} \\ b_{p41} & b_{p42} \\ b_{p51} & b_{p52} \\ b_{p61} & 0 \\ 0 & b_{p72} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Se presentan a continuación las expresiones que permiten calcular los coeficientes a_{ij} , b_{ij} y b_{pij} , los cuales dependen del valor de las resistencias y capacidades del modelo:

$$a_{11} = - \left(\frac{1}{R_{bs}} + \frac{1}{R_{bg}} + \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{1b}} + \frac{1}{R_{4b}} + \frac{1}{R_{5b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \right) \frac{1}{C_{1b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} R_{c1b} C_{1b} \quad (D.3)$$

$$a_{12} = \frac{1}{R_{bs} C_{1b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} R_{c1s} C_{1b} \quad (D.4)$$

$$a_{13} = \frac{1}{R_{bg} C_{1b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} R_{c1g} C_{1b} \quad (D.5)$$

$$a_{14} = \frac{1}{R_{bc} C_{1b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} R_{c1c} C_{1b} \quad (D.6)$$

$$a_{15} = \frac{1}{R_{1b} C_{1b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} R_6 C_{1b} \quad (D.7)$$

$$a_{16} = \frac{1}{R_{4b} C_{1b}} \quad (D.8)$$

D.1. MODELO COMPLETO

$$a_{17} = \frac{\frac{1}{R_{c1b}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2}C_{1b}} \quad (D.9)$$

$$a_{21} = \frac{1}{R_{bs}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1s}} \quad (D.10)$$

$$a_{22} = - \left(\frac{1}{R_{bs}} + \frac{1}{R_{sc}} + \frac{1}{R_{sg}} + \frac{1}{R_{1s}} + \frac{1}{R_{4s}} + \frac{1}{R_{5s}} + \frac{1}{R_{c1s}} \right) \frac{1}{C_{1s}} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1s}} \quad (D.11)$$

$$a_{23} = \frac{1}{R_{sg}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1s}} \quad (D.12)$$

$$a_{24} = \frac{1}{R_{sc}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1s}} \quad (D.13)$$

$$a_{25} = \frac{1}{R_{1s}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6C_{1s}} \quad (D.14)$$

$$a_{26} = \frac{1}{R_{4s}C_{1s}} \quad (D.15)$$

$$a_{27} = \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2}C_{1s}} \quad (D.16)$$

$$a_{31} = \frac{1}{R_{bg}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1g}} \quad (D.17)$$

$$a_{32} = \frac{1}{R_{sg}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1g}} \quad (D.18)$$

$$a_{33} = - \left(\frac{1}{R_{bg}} + \frac{1}{R_{sg}} + \frac{1}{R_{gc}} + \frac{1}{R_{1g}} + \frac{1}{R_{4g}} + \frac{1}{R_{5g}} + \frac{1}{R_{c1g}} \right) \frac{1}{C_{1g}} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1g}} \quad (D.19)$$

$$a_{34} = \frac{1}{R_{gc}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1g}} \quad (D.20)$$

$$a_{35} = \frac{1}{R_{1g}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6C_{1g}} \quad (D.21)$$

$$a_{36} = \frac{1}{R_{4g}C_{1g}} \quad (D.22)$$

$$a_{37} = \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2}C_{1g}} \quad (D.23)$$

$$a_{41} = \frac{1}{R_{bc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1c}} \quad (D.24)$$

$$a_{42} = \frac{1}{R_{sc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1c}} \quad (D.25)$$

$$a_{43} = \frac{1}{R_{gc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1c}} \quad (D.26)$$

D.1. MODELO COMPLETO

$$a_{44} = - \left(\frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{sc}} + \frac{1}{R_{gc}} + \frac{1}{R_{1c}} + \frac{1}{R_{4c}} + \frac{1}{R_{5c}} + \frac{1}{R_{c1c}} \right) \frac{1}{C_{1c}} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c} C_{1c}} \quad (D.27)$$

$$a_{45} = \frac{1}{R_{1c} C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6 C_{1c}} \quad (D.28)$$

$$a_{46} = \frac{1}{R_{4c} C_{1c}} \quad (D.29)$$

$$a_{47} = \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2} C_{1c}} \quad (D.30)$$

$$a_{51} = \frac{1}{R_{1b} C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b} C_2} \quad (D.31)$$

$$a_{52} = \frac{1}{R_{1s} C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s} C_2} \quad (D.32)$$

$$a_{53} = \frac{1}{R_{1g} C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g} C_2} \quad (D.33)$$

$$a_{54} = \frac{1}{R_{1c} C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c} C_2} \quad (D.34)$$

$$a_{55} = - \left(\frac{1}{R_{1b}} + \frac{1}{R_{1s}} + \frac{1}{R_{1g}} + \frac{1}{R_{1c}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right) \frac{1}{C_2} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6 C_2} \quad (D.35)$$

$$a_{56} = \frac{1}{R_2 C_2} \quad (D.36)$$

$$a_{57} = \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2} C_2} \quad (D.37)$$

$$a_{61} = \frac{1}{R_{4b} C_3} \quad (D.38)$$

$$a_{62} = \frac{1}{R_{4s} C_3} \quad (D.39)$$

$$a_{63} = \frac{1}{R_{4g} C_3} \quad (D.40)$$

$$a_{64} = \frac{1}{R_{4c} C_3} \quad (D.41)$$

$$a_{65} = \frac{1}{R_2 C_3} \quad (D.42)$$

$$a_{66} = - \left(\frac{1}{R_{4b}} + \frac{1}{R_{4s}} + \frac{1}{R_{4g}} + \frac{1}{R_{4c}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \frac{1}{C_3} \quad (D.43)$$

$$a_{71} = \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b} C_{c1}} \quad (D.44)$$

$$a_{72} = \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s} C_{c1}} \quad (D.45)$$

$$a_{73} = \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g} C_{c1}} \quad (D.46)$$

$$a_{74} = \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c} C_{c1}} \quad (D.47)$$

D.1. MODELO COMPLETO

$$a_{75} = \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6 C_{c1}} \quad (D.48)$$

$$a_{77} = - \left(\frac{1}{R_{c2}} + \frac{1}{R_{c3}} \right) \frac{1}{C_{c1}} + \frac{\frac{1}{R_{c2}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2} C_{c1}} \quad (D.49)$$

$$a_{78} = \frac{1}{R_{c3} C_{c1}} \quad (D.50)$$

$$a_{87} = \frac{1}{R_{c3} C_{c2}} \quad (D.51)$$

$$a_{88} = - \frac{1}{R_{c3} C_{c2}} \quad (D.52)$$

$$b_{11} = \frac{1}{C_{1b}} \quad (D.53)$$

$$b_{22} = \frac{1}{C_{1s}} \quad (D.54)$$

$$b_{33} = \frac{1}{C_{1g}} \quad (D.55)$$

$$b_{44} = \frac{1}{C_{1c}} \quad (D.56)$$

$$b_{p11} = \frac{1}{R_{5b} C_{1b}} \quad (D.57)$$

$$b_{p12} = - \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1b} C_{1b}} \quad (D.58)$$

$$b_{p21} = \frac{1}{R_{5s} C_{1s}} \quad (D.59)$$

$$b_{p22} = - \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1s} C_{1s}} \quad (D.60)$$

$$b_{p31} = \frac{1}{R_{5g}C_{1g}} \quad (D.61)$$

$$b_{p32} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1g}} \quad (D.62)$$

$$b_{p41} = \frac{1}{R_{5c}C_{1c}} \quad (D.63)$$

$$b_{p42} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1c}} \quad (D.64)$$

$$b_{p51} = \frac{1}{R_7C_2} \quad (D.65)$$

$$b_{p52} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_6C_2} \quad (D.66)$$

$$b_{p61} = \frac{1}{R_3C_3} \quad (D.67)$$

$$b_{p72} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}} + \frac{1}{R_{c2}}} \frac{1}{R_{c2}C_{c1}} \quad (D.68)$$

D.2. Modelo usado en observación

En esta sección del anexo se incluyen las expresiones que permiten calcular las matrices de estado del modelo propuesto para observación, presentado en la sección 5.3.

Recuérdese la configuración de variables de estado, entradas y perturbaciones de este modelo:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}' &= (T1b, T1s, T1g, T1c, T2, T3)^T \\ \mathbf{u}' &= (pb, ps, pg, pc)^T \\ \mathbf{p}' &= (Tamb, q)^T\end{aligned}\tag{D.69}$$

y su representación en espacio de estados:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}' &= A'\mathbf{x}' + B'\mathbf{u}' + B'_p\mathbf{p}' \\ \mathbf{y}' &= C'\mathbf{x}' \end{cases}\tag{D.70}$$

$$A' = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & a'_{15} & a'_{16} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} & a'_{25} & a'_{26} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} & a'_{35} & a'_{36} \\ a'_{41} & a'_{42} & a'_{43} & a'_{44} & a'_{45} & a'_{46} \\ a'_{51} & a'_{52} & a'_{53} & a'_{54} & a'_{55} & a'_{56} \\ a'_{61} & a'_{62} & a'_{63} & a'_{64} & a'_{65} & a'_{66} \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} b'_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b'_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b'_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b'_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B'_p = \begin{pmatrix} b'_{p11} & b'_{p12} \\ b'_{p21} & b'_{p22} \\ b'_{p31} & b'_{p32} \\ b'_{p41} & b'_{p42} \\ b'_{p51} & b'_{p52} \\ b'_{p61} & 0 \end{pmatrix} \quad C' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se presentan a continuación las expresiones que permiten calcular los coeficientes a'_{ij} , b'_{ij} y b'_{pij} , los cuales dependen del valor de las resistencias y capacidades del modelo:

$$\begin{aligned}a'_{11} &= - \left(\frac{1}{R_{bs}} + \frac{1}{R_{bg}} + \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{1b}} + \frac{1}{R_{4b}} + \frac{1}{R_{5b}} + \frac{1}{R_{c1b}} \right) \frac{1}{C_{1b}} + \\ &\quad + \frac{1}{R_{c1b}} \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1b}}\end{aligned}\tag{D.71}$$

$$a'_{12} = \frac{1}{R_{bs}C_{1b}} + \frac{\frac{1}{R_{c1b}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1b}} \quad (D.72)$$

$$a'_{13} = \frac{1}{R_{bg}C_{1b}} + \frac{\frac{1}{R_{c1b}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1b}} \quad (D.73)$$

$$a'_{14} = \frac{1}{R_{bc}C_{1b}} + \frac{\frac{1}{R_{c1b}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1b}} \quad (D.74)$$

$$a'_{15} = \frac{1}{R_{1b}C_{1b}} + \frac{\frac{1}{R_{c1b}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6C_{1b}} \quad (D.75)$$

$$a'_{16} = \frac{1}{R_{4b}C_{1b}} \quad (D.76)$$

$$a'_{21} = \frac{1}{R_{bs}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1s}} \quad (D.77)$$

$$a'_{22} = - \left(\frac{1}{R_{bs}} + \frac{1}{R_{sc}} + \frac{1}{R_{sg}} + \frac{1}{R_{1s}} + \frac{1}{R_{4s}} + \frac{1}{R_{5s}} + \frac{1}{R_{c1s}} \right) \frac{1}{C_{1s}} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1s}} \quad (D.78)$$

$$a'_{23} = \frac{1}{R_{sg}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1s}} \quad (D.79)$$

$$a'_{24} = \frac{1}{R_{sc}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1s}} \quad (D.80)$$

D.2. MODELO USADO EN OBSERVACIÓN

$$a'_{25} = \frac{1}{R_{1s}C_{1s}} + \frac{\frac{1}{R_{c1s}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6C_{1s}} \quad (D.81)$$

$$a'_{26} = \frac{1}{R_{4s}C_{1s}} \quad (D.82)$$

$$a'_{31} = \frac{1}{R_{bg}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1g}} \quad (D.83)$$

$$a'_{32} = \frac{1}{R_{sg}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1g}} \quad (D.84)$$

$$a'_{33} = - \left(\frac{1}{R_{bg}} + \frac{1}{R_{sg}} + \frac{1}{R_{gc}} + \frac{1}{R_{1g}} + \frac{1}{R_{4g}} + \frac{1}{R_{5g}} + \frac{1}{R_{c1g}} \right) \frac{1}{C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1g}} \quad (D.85)$$

$$a'_{34} = \frac{1}{R_{gc}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1g}} \quad (D.86)$$

$$a'_{35} = \frac{1}{R_{1g}C_{1g}} + \frac{\frac{1}{R_{c1g}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6C_{1g}} \quad (D.87)$$

$$a'_{36} = \frac{1}{R_{4g}C_{1g}} \quad (D.88)$$

$$a'_{41} = \frac{1}{R_{bc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b}C_{1c}} \quad (D.89)$$

$$a'_{42} = \frac{1}{R_{sc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1c}} \quad (D.90)$$

$$a'_{43} = \frac{1}{R_{gc}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1c}} \quad (D.91)$$

$$a'_{44} = - \left(\frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{sc}} + \frac{1}{R_{gc}} + \frac{1}{R_{1c}} + \frac{1}{R_{4c}} + \frac{1}{R_{5c}} + \frac{1}{R_{c1c}} \right) \frac{1}{C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1c}} \quad (D.92)$$

$$a'_{45} = \frac{1}{R_{1c}C_{1c}} + \frac{\frac{1}{R_{c1c}}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6C_{1c}} \quad (D.93)$$

$$a'_{46} = \frac{1}{R_{4c}C_{1c}} \quad (D.94)$$

$$a'_{51} = \frac{1}{R_{1b}C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b}C_2} \quad (D.95)$$

$$a'_{52} = \frac{1}{R_{1s}C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_2} \quad (D.96)$$

$$a'_{53} = \frac{1}{R_{1g}C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_2} \quad (D.97)$$

$$a'_{54} = \frac{1}{R_{1c}C_2} + \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_2} \quad (D.98)$$

D.2. MODELO USADO EN OBSERVACIÓN

$$a'_{55} = - \left(\frac{1}{R_{1b}} + \frac{1}{R_{1s}} + \frac{1}{R_{1g}} + \frac{1}{R_{1c}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right) \frac{1}{C_2} +$$

$$+ \frac{\frac{1}{R_6}}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6 C_2} \quad (D.99)$$

$$a'_{56} = \frac{1}{R_2 C_2} \quad (D.100)$$

$$a'_{61} = \frac{1}{R_{4b} C_3} \quad (D.101)$$

$$a'_{62} = \frac{1}{R_{4s} C_3} \quad (D.102)$$

$$a'_{63} = \frac{1}{R_{4g} C_3} \quad (D.103)$$

$$a'_{64} = \frac{1}{R_{4c} C_3} \quad (D.104)$$

$$a'_{65} = \frac{1}{R_2 C_3} \quad (D.105)$$

$$a'_{66} = - \left(\frac{1}{R_{4b}} + \frac{1}{R_{4s}} + \frac{1}{R_{4g}} + \frac{1}{R_{4c}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \frac{1}{C_3} \quad (D.106)$$

$$b'_{11} = \frac{1}{C_{1b}} \quad (D.107)$$

$$b'_{22} = \frac{1}{C_{1s}} \quad (D.108)$$

$$b'_{33} = \frac{1}{C_{1g}} \quad (D.109)$$

$$b'_{44} = \frac{1}{C_{1c}} \quad (D.110)$$

$$b'_{p11} = \frac{1}{R_{5b} C_{1b}} \quad (D.111)$$

$$b'_{p12} = - \frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1b} C_{1b}} \quad (D.112)$$

$$b'_{p21} = \frac{1}{R_{5s}C_{1s}} \quad (D.113)$$

$$b'_{p22} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1s}C_{1s}} \quad (D.114)$$

$$b'_{p31} = \frac{1}{R_{5g}C_{1g}} \quad (D.115)$$

$$b'_{p32} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1g}C_{1g}} \quad (D.116)$$

$$b'_{p41} = \frac{1}{R_{5c}C_{1c}} \quad (D.117)$$

$$b'_{p42} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_{c1c}C_{1c}} \quad (D.118)$$

$$b'_{p51} = \frac{1}{R_7C_2} \quad (D.119)$$

$$b'_{p52} = -\frac{1}{\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{c1b}} + \frac{1}{R_{c1s}} + \frac{1}{R_{c1g}} + \frac{1}{R_{c1c}}} \frac{1}{R_6C_2} \quad (D.120)$$

$$b'_{p61} = \frac{1}{R_3C_3} \quad (D.121)$$

Anexo E

Simulador *Excel*

El presente anexo recoge varias imágenes del simulador del horno que se ha desarrollado en *Excel*. Como se ha comentado anteriormente, la idea es hacer más accesible y comprensible al personal del laboratorio el modelo y los parámetros del sistema, así como el efecto de la variación de los mismos.

El fichero está dividido en varias pestañas, cada una de ellas con una función específica. La primera de ellas permite introducir todos los parámetros del modelo, cuyos valores provienen del proceso de identificación. El fichero contiene actualmente los parámetros del horno que ha sido identificado en el proyecto, pero podría usarse como plantilla para cualquier otro horno que se desee simular, simplemente introduciendo sus correspondientes parámetros. También permite modificar el periodo de muestreo si se desea. El aspecto general de esta pestaña puede observarse en la figura E.1.

Los parámetros introducidos se utilizan posteriormente para calcular las matrices del modelo en espacio de estados. En total se han incluido cuatro modelos distintos, resultado de combinar los dos estados de la turbina (*On* y *Off*) y las dos cargas identificadas (vacío y ladrillo *Hipor*). Estos cálculos se realizan en dos pestañas distintas, una de las cuales se muestra en la figura E.2.

Las dos pestañas siguientes son las que realizan la simulación del horno con el control actual. Una de ellas es para el caso del horno en vacío, y la otra para la simulación con el ladrillo *Hipor*. Las figuras E.3 y E.4 dan una visión general del aspecto de ambas.

Antes de realizar la simulación, deben introducirse los parámetros de la función seleccionada: *Power Factors*, periodo de la señal PWM, estado de la turbina, parámetros del controlador, etc. Además, debe elegirse la temperatura objetivo y las temperaturas iniciales del horno y del ladrillo *Hipor*. Todos estos parámetros se introducen en una parte de la tabla que se muestra en detalle

en la figura E.5a.

Además de los resultados gráficos, el simulador también proporciona algún resultado numérico. Un detalle de estos resultados está incluido en la figura E.5b.

Las últimas pestañas del fichero permiten realizar simulaciones del horno con otros controladores distintos al actual. En la figura E.6 se muestra una de ellas como ejemplo.

Q47

Sample time (seconds): 0.5

PARAMETERS

Oven general parameters				Oven parameters (fan ON)				Oven parameters (fan OFF)			
Parameter	Value	Units	1/Parameter	Parameter	Value	Units	1/Parameter	Parameter	Value	Units	1/Parameter
C1b	130	J/K	0.00769231	R1b	0.540	K/W	1.85185	R1b	0.697	K/W	1.43472
C1s	401	J/K	0.00249377	R1s	0.390	K/W	2.56410	R1s	0.381	K/W	2.62467
C1g	153	J/K	0.00653595	R1g	0.422	K/W	2.36967	R1g	0.522	K/W	1.91571
C1c	158	J/K	0.00632911	R1c	0.293	K/W	3.41297	R1c	0.439	K/W	2.27790
C2	4810	J/K	0.0002079	R2	0.285	K/W	3.50877	R2	0.252	K/W	3.96825
C3	14200	J/K	7.0423E-05	R3	0.081	K/W	12.31527	R3	0.033	K/W	29.94012
				R4b	130.000	K/W	0.00769	R4b	1800.000	K/W	0.00056
				R4s	5.750	K/W	0.17391	R4s	8.880	K/W	0.11261
				R4g	17.300	K/W	0.05780	R4g	801.000	K/W	0.00125
				R4c	1810.000	K/W	0.00055	R4c	1210.000	K/W	0.00083
				R5b	1330.000	K/W	0.00075	R5b	1560.000	K/W	0.00064
				R5s	4990.000	K/W	0.00020	R5s	2460.000	K/W	0.00041
				R5g	674.000	K/W	0.00148	R5g	751.000	K/W	0.00133
				R5c	1790.000	K/W	0.00056	R5c	964.000	K/W	0.00104
				R6s	1830.000	K/W	0.00055	R6s	1280.000	K/W	0.00078
				R6g	4.300	K/W	0.23256	R6g	2.740	K/W	0.36496
				R6c	2.840	K/W	0.35211	R6c	8.330	K/W	0.12005
				R2g	1240.000	K/W	0.00081	R2g	1060.000	K/W	0.00094
				R2c	1290.000	K/W	0.00078	R2c	1080.000	K/W	0.00093
				R2g	220.000	K/W	0.00455	R2g	305.000	K/W	0.00328
				R7	2150.000	K/W	0.00047	R7	2350.000	K/W	0.00043

Nominal brick general parameters				Nominal brick parameters (fan ON)				Nominal brick parameters (fan OFF)			
Parameter	Value	Units	1/Parameter	Parameter	Value	Units	1/Parameter	Parameter	Value	Units	1/Parameter
Rc2	0.736	K/W	1.35869565	R6	2.83E-08	K/W	35395689	R6	0.148	K/W	6.75675676
Rc3	0.984	K/W	1.01626016	Rc1b	1.09E+05	K/W	9.1743E-06	Rc1b	1.99E+05	K/W	5.0251E-06
C1i	3630	K/W	0.00027548	Rc1s	9.73E+04	K/W	1.0277E-05	Rc1s	1.27E+05	K/W	7.874E-06
C2i	1070	K/W	0.00093458	Rc1g	1.09E+05	K/W	9.1743E-06	Rc1g	1.20E+05	K/W	8.3333E-06
				Rc1c	1.12E+05	K/W	8.9286E-06	Rc1c	1.13E+05	K/W	8.8496E-06
				a	-6.39228775	K/W	-	a	-4.76077683	K/W	-
				b	0.8259854	K/W	-	b	0.44748631	K/W	-
				c	4.37E-02	K/W	-	c	2.58E-02	K/W	-
				d	-10.498502	K/W	-	d	-8.39315212	K/W	-

Brick volume / Brick nominal volume: 1

Figura E.1: Primera pestaña del simulador. Permite introducir los parámetros del modelo.

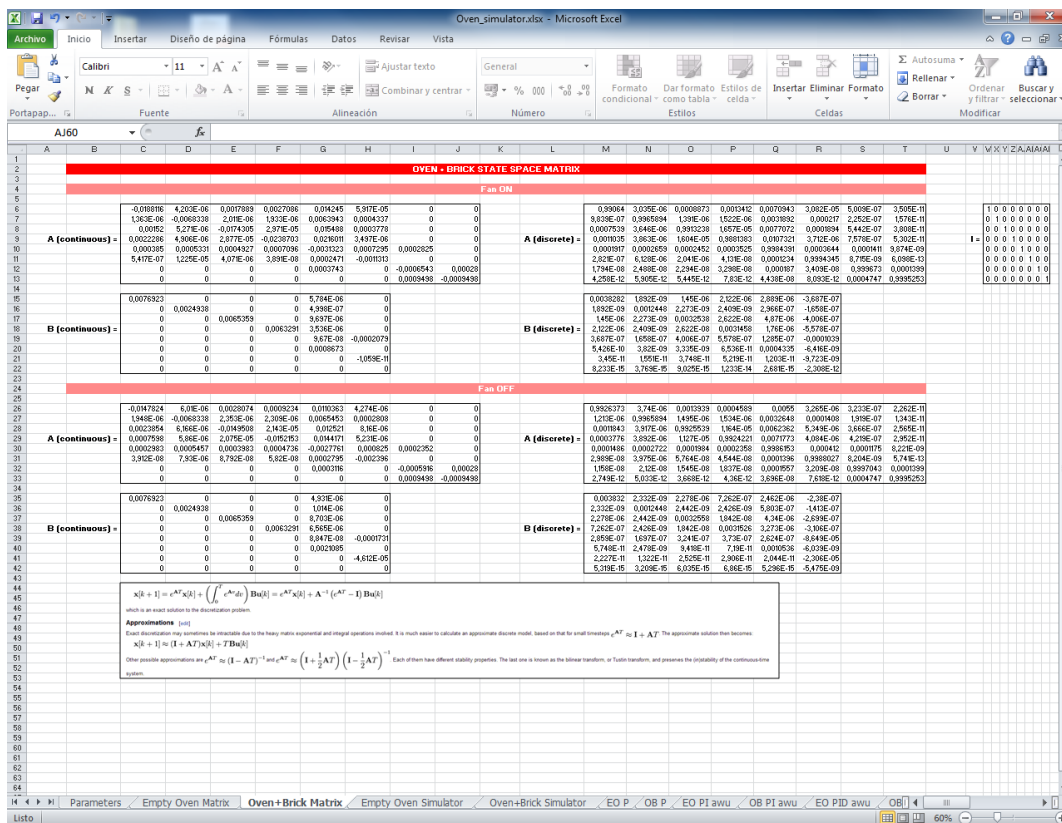


Figura E.2: Tercera pestaña del simulador. Calcula las matrices del modelo del horno con el ladrillo *Hipor*.

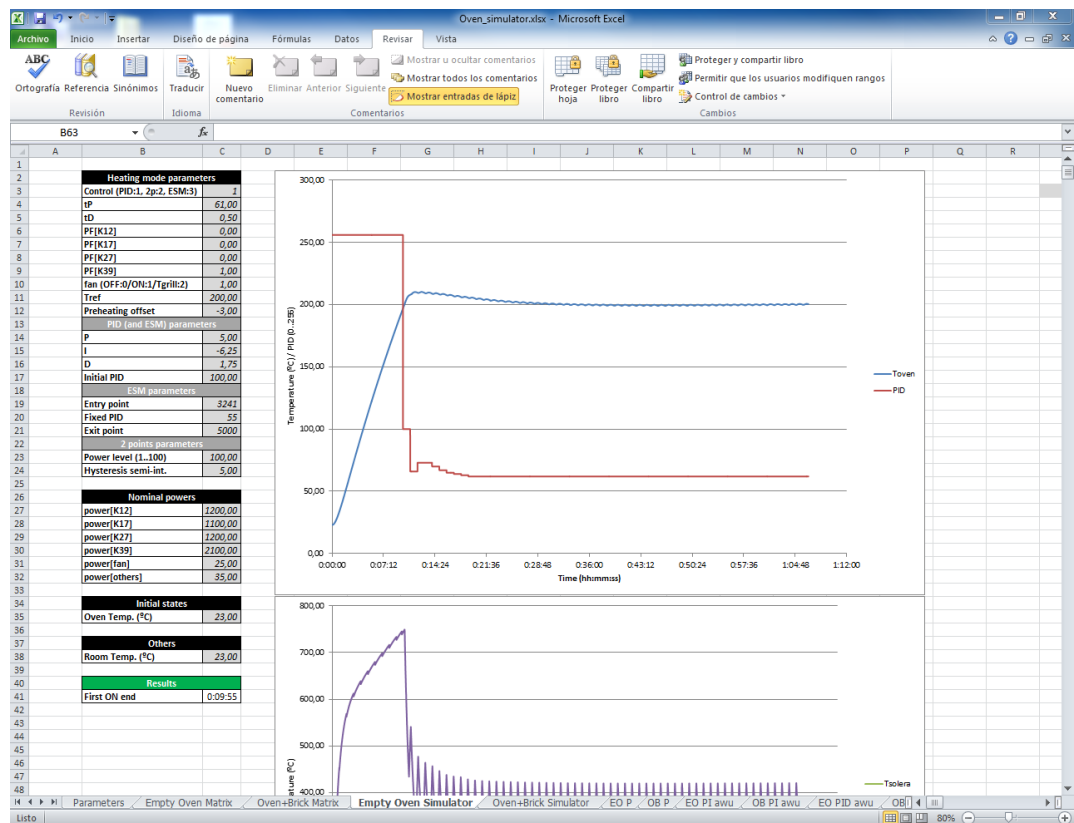


Figura E.3: Cuarta pestaña del simulador. Simula el horno en vacío con el control actual.

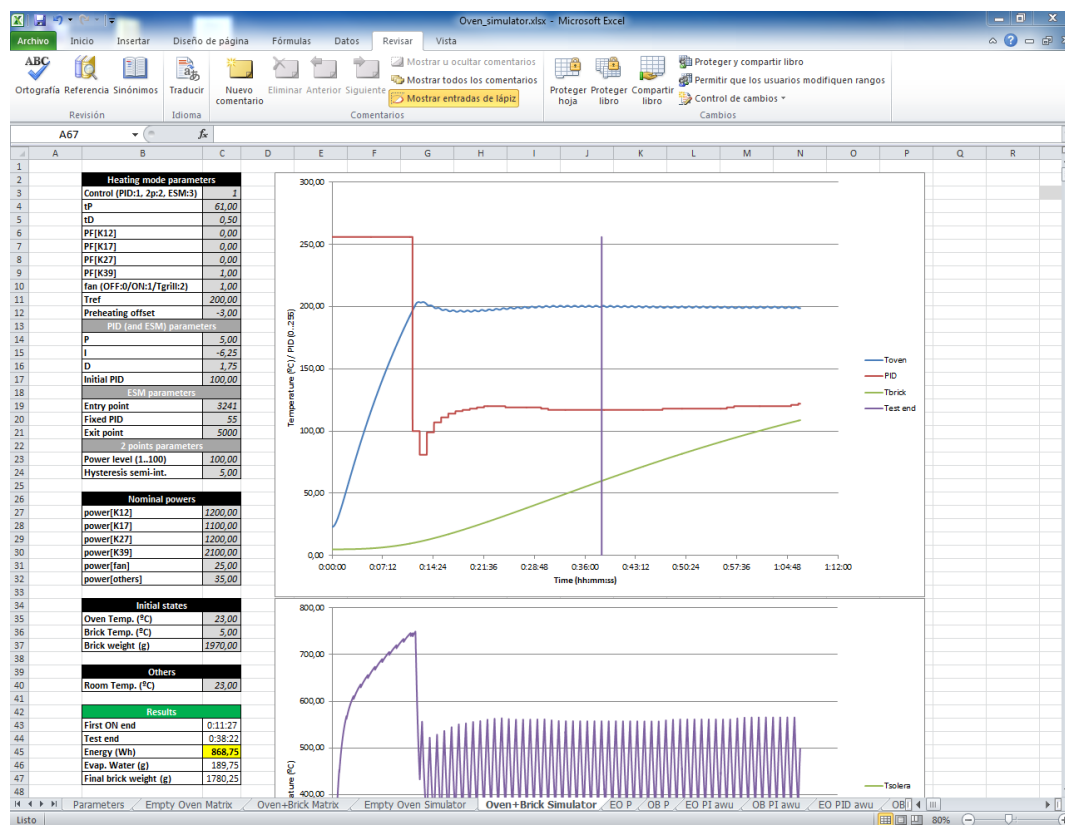


Figura E.4: Quinta pestaña del simulador. Simula el horno con el ladrillo *Hipor* con el control actual.

Heating mode parameters	
Control (PID:1, 2p:2, ESM:3)	1
tP	61,00
tD	0,50
PF[K12]	0,00
PF[K17]	0,00
PF[K27]	0,00
PF[K39]	1,00
fan (OFF:0/ON:1/Tgrill:2)	1,00
Tref	200,00
Preheating offset	-3,00
PID (and ESM) parameters	
P	5,00
I	-6,25
D	1,75
Initial PID	100,00
ESM parameters	
Entry point	3241
Fixed PID	55
Exit point	5000
2 points parameters	
Power level (1..100)	100,00
Hysteresis semi-int.	5,00
Nominal powers	
power[K12]	1200,00
power[K17]	1100,00
power[K27]	1200,00
power[K39]	2100,00
power[fan]	25,00
power[others]	35,00
Initial states	
Oven Temp. (°C)	23,00
Brick Temp. (°C)	5,00
Brick weight (g)	1970,00
Others	
Room Temp. (°C)	23,00

(a) Parámetros de la función y opciones de simulación.

Results	
First ON end	0:11:27
Test end	0:38:22
Energy (Wh)	868,75
Evap. Water (g)	189,75
Final brick weight (g)	1780,25

(b) Resultados numéricos.

Figura E.5: Algunos detalles de la quinta pestaña.

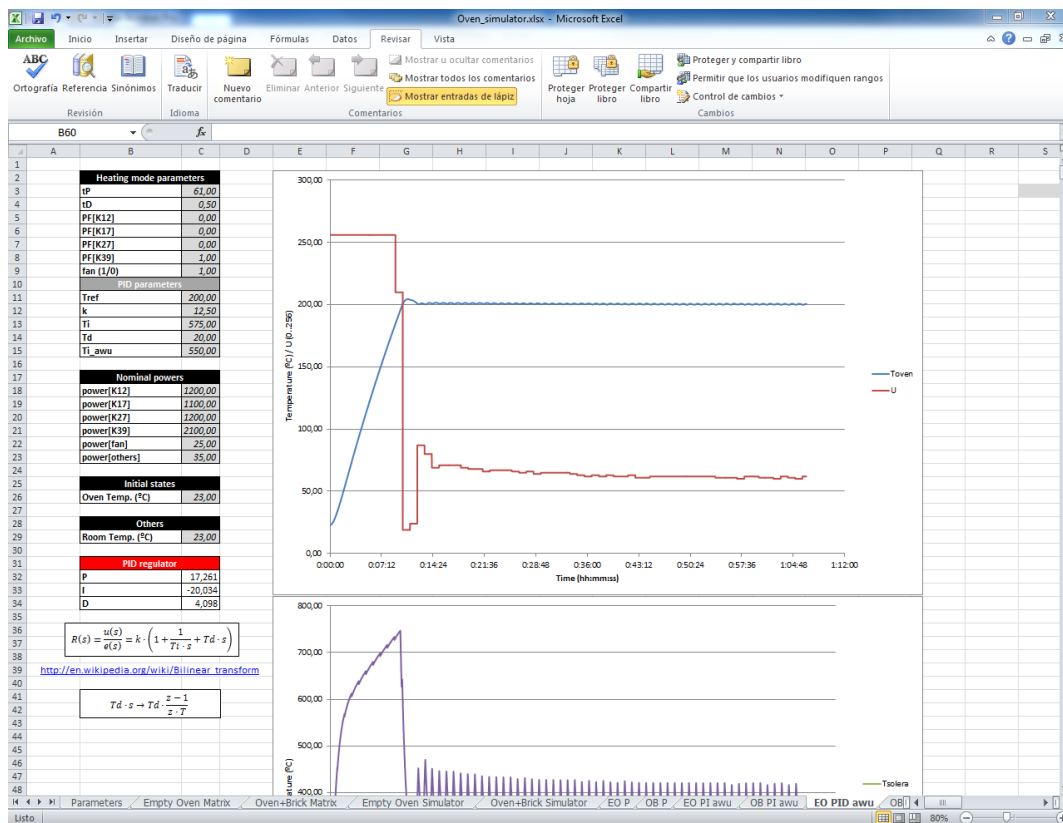


Figura E.6: Décima pestaña del simulador. Simula el horno en vacío usando un controlador PID con *anti-windup*.