

## Modelado dinámico y control predictivo de un sistema microfluídico.

Jorge Vicente Martínez<sup>a</sup>, Édgar Ramírez Laboreo<sup>a,\*</sup>, Pablo Calderón Gil<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas (DIIS) e Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A),  
Universidad de Zaragoza, Calle María de Luna 1, 50018, Zaragoza, España

<sup>b</sup>Instituto Tecnológico de Aragón (ITAINNOVA), Calle María de Luna 7, 50018, Zaragoza, España

**To cite this article:** Vicente Martínez, J., Ramírez Laboreo, É., Calderón Gil, P. 2024. Dynamic modeling and predictive control of a microfluidic system. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* 00, 1-5. <https://doi.org/10.4995/riai.2024.19953>

### Resumen

La microfluídica, disciplina que estudia el comportamiento de fluidos en canales microscópicos, ha permitido importantes avances en campos tan diversos como la microelectrónica, la biotecnología o la química. La investigación en microfluídica se basa fundamentalmente en el uso de chips microfluídicos, dispositivos de bajo coste que permiten realizar experimentos de laboratorio utilizando una cantidad reducida de fluido. Estos sistemas, no obstante, requieren mecanismos avanzados de control para poder alcanzar con precisión los caudales y presiones necesarios en los experimentos. En este artículo presentamos el diseño de un controlador predictivo basado en modelo destinado a regular los flujos de fluido en uno de estos sistemas. Los resultados obtenidos, tanto mediante simulaciones como en experimentos reales realizados sobre el dispositivo, demuestran que el control predictivo es una técnica idónea para controlar estos sistemas, especialmente teniendo en cuenta todas las restricciones existentes.

*Palabras clave:* Control predictivo basado en modelo, Estimación y filtrado, Microfluídica, Modelado.

### Dynamic modeling and predictive control of a microfluidic system

#### Abstract

Microfluidics, a discipline that studies the behavior of fluids in microscopic channels, has led to important advances in fields as diverse as microelectronics, biotechnology and chemistry. Microfluidic research is mainly based on the use of microfluidic chips, low-cost devices that can be used to perform laboratory experiments using small amounts of fluid. These systems, however, require advanced control mechanisms in order to accurately achieve the flow rates and pressures required in the experiments. In this paper we present the design of a model predictive controller intended to regulate the fluid flows in one of these systems. The results obtained, both through simulations and real experiments performed on the device, demonstrate that predictive control is an ideal technique to control these systems, especially taking into account all the existing constraints.

*Keywords:* Estimation and filtering, Model predictive control, Microfluidics, Modeling.

### 1. Introducción

Se conoce como microfluídica al estudio de los fluidos en condiciones en las que estos discurren a través de una red de canales de tamaño micrométrico. Los sistemas microfluídicos se basan principalmente en la utilización de chips de tamaño reducido, conocidos como *lab on a chip*, dentro de los cuales se pueden recrear una gran variedad de procesos físicos, quí-

micos y/o biológicos. Estos sistemas se aplican en multitud de ámbitos, tales como la química, la biotecnología o la investigación médica (Ohno et al., 2008; Gómez et al., 2016; Méndez Pérez et al., 2011). La microfluídica ha permitido avanzar, por ejemplo, en el diagnóstico de enfermedades o en la simulación del comportamiento de órganos dentro de pequeños dispositivos (Wang et al., 2021; Li et al., 2022). También hace posible recrear de forma más realista el entorno de determinados micro-

\*Autor para correspondencia: ramirlab@unizar.es

organismos, permitiendo estudiar cultivos más complejos. Así, otra de las aplicaciones donde destacan estos dispositivos es en el cultivo celular en tres dimensiones, que recrea de una forma más fidedigna las condiciones fisiológicas (Duinen et al., 2015). En definitiva, esta tecnología permite realizar ensayos que proporcionan resultados más precisos, reduciendo y refinando la experimentación animal. Además, con el uso de estos dispositivos se reduce el coste de llevar a cabo determinados ensayos, ya que la cantidad de reactivos necesaria es muy pequeña, disminuyendo también la cantidad de residuo generado.

La dinámica de los sistemas microfluídicos depende generalmente de numerosas variables. Por tanto, para poder sacarles el máximo partido, resulta prácticamente imprescindible desarrollar e implementar métodos avanzados de control. En concreto, el control predictivo basado en modelo (MPC, por sus siglas en inglés) se presenta como una potencial estrategia de control para estos dispositivos, pues permite controlar sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas. Su principal virtud es que permite predecir la evolución del proceso en los instantes futuros, involucrando en el cálculo de la acción de control todas las restricciones físicas del proceso, ya sean estas en la acción, en el estado, en la salida o todas ellas al mismo tiempo. No obstante, la utilización de este tipo de control conlleva un desarrollo y una implementación más compleja que la de controladores clásicos, ya que es indispensable realizar tareas como la construcción de un modelo o la definición de la función de coste a minimizar. En la literatura se pueden encontrar aplicaciones muy diversas de este tipo de control, desde su uso en convertidores de potencia resonantes (Lucia et al., 2021), hasta en la industria cementera (Clarke, 1988), pasando por la mejora de la eficiencia energética de sistemas de climatización (Marchante et al., 2021), el control de plantas solares (Gallego Len et al., 2022), o la aplicación de anestesia clínica (Gómez et al., 2016; Méndez Pérez et al., 2011), por citar algunos ejemplos. Además, también se están llevando a cabo desarrollos más novedosos, como la combinación del control predictivo con redes neuronales para sistemas no lineales (Calle Chojeda et al., 2022). Todas estas referencias evidencian que el control predictivo basado en modelo es cada vez más utilizado en numerosos ámbitos tanto científicos como industriales.

Volviendo al ámbito concreto de la microfluídica, en la literatura es posible encontrar diversos trabajos relacionados con el desarrollo de controladores para estos sistemas. Por ejemplo, en Kim et al. (2013) se propone un sistema de control para un componente mecánico de un dispositivo microfluídico, y en Kuczynski et al. (2007) se describe un procedimiento para regular la interfaz entre dos fluidos en un canal microscópico. La mayoría de estos sistemas, no obstante, se basan en el uso de controladores PID, cuyas limitaciones a la hora de gestionar restricciones son ampliamente conocidas. En Heo et al. (2016), por ejemplo, se presenta el diseño de un algoritmo de control de caudales y su comparación con un PID convencional, y en Miller et al. (2010) se presenta un control PID para un dispositivo microfluídico de generación de gotas. La alternativa que proponen algunos autores es, precisamente, la de desarrollar sistemas de control predictivo basados en modelo. Se pueden encontrar, entre otros, ejemplos en sistemas microfluídicos basados en gotas (Maddala and Rengaswamy, 2013) o sistemas de electroporación (Ghadami et al., 2013), aunque ninguna de

estas propuestas aplica específicamente técnicas MPC para el control de caudales. También merecen una mención especial algunos trabajos, como el de García-Camprubí et al. (2020), centrados específicamente en el diseño de algoritmos de estimación orientados a su uso en controladores MPC.

En este artículo presentamos el diseño de un controlador predictivo basado en modelo para un sistema microfluídico. El objetivo del mismo es controlar de forma independiente los caudales que circulan por tres canales microscópicos, los cuales se unen en un mismo punto para dar lugar a un flujo común de salida. Esta configuración es la que se puede utilizar en técnicas como el *Flow Focusing*, que consiste en la generación de gotas y que se utiliza en campos como el encapsulado de fármacos o el diseño de partículas (Martín-Banderas et al., 2005; Gañán Calvo, 1998). El sistema presenta numerosas restricciones, tanto en los caudales como en las presiones aplicadas. Además, el acoplamiento entre las distintas variables junto con la propia complejidad del sistema dificulta su control mediante técnicas clásicas y justifica la necesidad del control MPC. Puesto que únicamente se dispone de medidas parciales, el controlador se apoya en un observador de estado cuyo diseño también se presenta en el trabajo. Los resultados obtenidos, tanto por simulación como sobre el sistema real, demuestran los beneficios del sistema de control propuesto.

La estructura del artículo se resume a continuación. Tras esta sección introductoria, la Sección 2 describe el sistema microfluídico con el que se ha trabajado. Después, en la Sección 3, presentamos el modelo dinámico del sistema completo, así como una versión simplificada del mismo utilizada por los algoritmos de estimación y control. Las Secciones 4 y 5 describen, respectivamente, el observador de estado y el controlador MPC diseñados. Los resultados obtenidos con la implementación completa, primero en simulación y posteriormente sobre el sistema real, se incluyen en la Sección 6. Finalmente, la Sección 7 presenta las principales conclusiones del trabajo.

## 2. Descripción del sistema

El sistema microfluídico utilizado (ver Figura 1) consta de tres reguladores de presión (A), tres líneas de aire comprimido (B), tres depósitos de líquido (C), tres líneas de fluido con sus respectivos caudalímetros (D), el chip microfluídico (E), una línea de salida (F) y un depósito de líquido final (G).

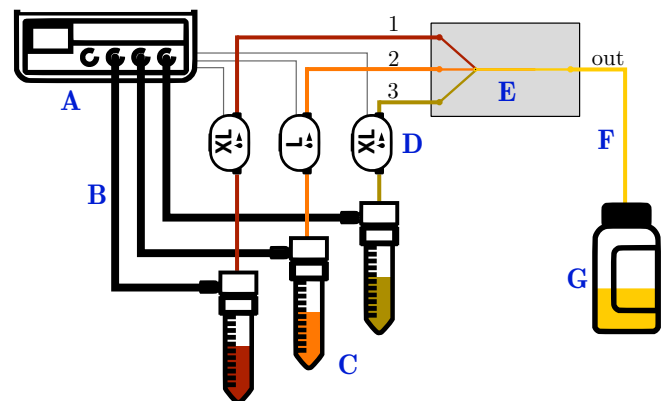


Figura 1: Esquema del sistema microfluídico utilizado.

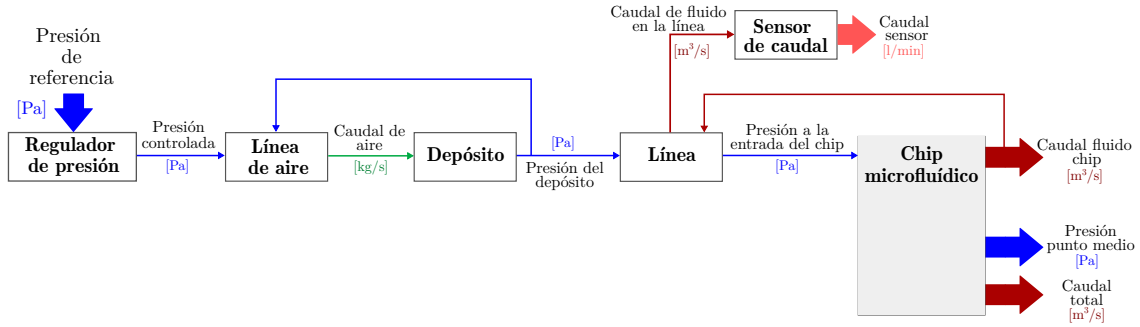


Figura 2: Diagrama de bloques conceptual para una de las líneas.

En la Figura 2 se presenta el diagrama de bloques conceptual para una de las líneas, que es análogo para las tres existentes en el sistema. A continuación se describe el funcionamiento del mismo. Las entradas son unas referencias de presión introducidas a los reguladores. Estos reguladores actúan sobre el sistema, consiguiendo tras cierto periodo transitorio las presiones solicitadas en el inicio de las líneas de aire comprimido. Esta presión se transmite a los depósitos, los cuales contienen un fluido formado por una mezcla de agua (74 % en volumen) y glicerina (26 %), igual para las tres líneas. Gracias a la presión introducida, el líquido contenido en los mismos comienza a circular por las líneas de fluido hacia el chip. A continuación, el líquido entra en el chip, donde los tres canales se unen en un punto común. Finalmente, todo el fluido sale por el canal de salida del chip hasta una línea que lo conecta con un depósito a presión atmosférica. En la Figura 3 se muestra una imagen real del chip utilizado. Es importante destacar que, en cada una de las tres líneas de fluido entre los depósitos y el chip, los caudalímetros permiten conocer el caudal de líquido en tiempo real. Estas medidas son las únicas que se utilizarán para cerrar el bucle de control.

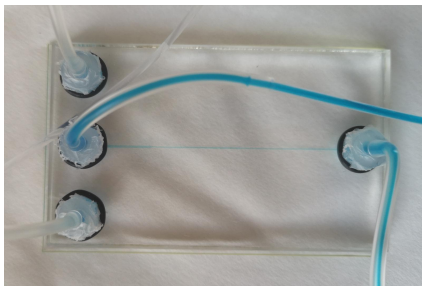


Figura 3: Fotografía del chip microfluídico.

### 3. Modelado del sistema

En esta sección se presentan las ecuaciones del modelo dinámico del sistema completo presentado en la sección anterior. Este modelo está formado por la unión de diversos submodelos descritos en los siguientes apartados, cada uno de ellos asociado a una parte concreta del sistema. Cabe destacar que, para la programación tanto del observador como del controlador, se utilizará una versión simplificada obtenida a partir de dicho modelo. El modelo simplificado se describe al final de la sección.

#### 3.1. Preliminares teóricos

Los parámetros más relevantes en una línea microfluídica son la resistencia hidráulica,  $\mathcal{R}$ , y la inercia,  $I$ . La siguiente expresión permite calcular la inercia de una determinada línea,

$$I = \frac{\rho l}{A}, \quad (1)$$

donde  $l$  y  $A$  son, respectivamente, la longitud y la sección transversal de la línea y  $\rho$  es la densidad del fluido. La resistencia hidráulica en canales rectangulares se puede calcular según la siguiente expresión (Rapp, 2017),

$$\mathcal{R} = \frac{12\mu l}{h^3 w} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{192h}{\pi^5 w}\right) \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2j+1)^5} \tanh\left(\frac{(2j+1)\pi w}{2h}\right)\right)}, \quad (2)$$

siendo  $\mu$  la viscosidad dinámica del fluido,  $h$  la altura de la sección transversal del canal y  $w$  su anchura. Por otro lado, para líneas de sección circular se utiliza la siguiente expresión (Rapp, 2017),

$$\mathcal{R} = \mu \cdot \frac{8l}{\pi r^4}, \quad (3)$$

donde  $r$  es el radio de la sección transversal de la línea.

Partiendo de la ley de Poiseuille y con ayuda de la analogía hidráulica-eléctrica, se puede formular la variación del caudal en los canales en función de la diferencia de presión entre dos puntos del canal,  $\Delta P$ , de la resistencia hidráulica,  $\mathcal{R}$ , del caudal por el canal,  $Q$ , y de la inercia del fluido por el canal,  $I$ . La analogía hidráulica-eléctrica permite formular algunas ecuaciones referidas a fluidos mediante analogías con ecuaciones eléctricas. De esta forma, la equivalencia se establece entre la resistencia hidráulica,  $\mathcal{R}$ , y la resistencia eléctrica,  $R_e$ ; entre el caudal,  $Q$ , y la intensidad eléctrica,  $I_e$ ; entre la diferencia de presión entre dos puntos,  $\Delta P$ , y la caída de tensión,  $V_e$ , y entre la inercia del fluido en el canal,  $I$ , y la inductancia,  $L$ , de un circuito eléctrico.

$$\Delta P = \mathcal{R} Q + I \dot{Q} \quad \longleftrightarrow \quad V_e = R_e I_e + L \dot{I}_e \quad (4)$$

Otra ecuación relevante en estos sistemas es la que describe la dinámica de las presiones. Se expresa la variación de la presión en un volumen como el balance de caudales en ese volumen dividido por la compresibilidad (Bruus, 2007),

$$\dot{P} = \frac{\Delta Q}{C}, \quad (5)$$

siendo  $\Delta Q$  la diferencia entre el caudal que entra y sale de ese volumen, y donde  $C$  es la compresibilidad del fluido en la cámara estudiada, dado por

$$C = \frac{V_{tot}}{E}, \quad (6)$$

siendo  $V_{tot}$  el volumen total de la cámara en la que se encuentra el fluido y  $E$  el módulo de compresibilidad de dicho fluido.

### 3.2. Modelado del chip microfluídico

El chip (ver Figura 4) consta de tres canales de entrada de sección rectangular con sus respectivos caudales,  $Q_1^{chip}$ ,  $Q_2^{chip}$  y  $Q_3^{chip}$ , y uno de salida,  $Q_{out}$ . El control de los caudales para cada línea de entrada se realiza actuando sobre las presiones de entrada al chip,  $P_1^{chip}$ ,  $P_2^{chip}$  y  $P_3^{chip}$ . Se define además una variable  $P_M$  para la presión en el punto medio donde se unen los tres canales de entrada. Debe destacarse que esta variable no se puede medir directamente. La salida del chip se encuentra a presión atmosférica,  $P_{atm}$ .

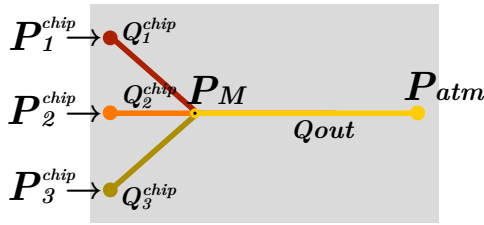


Figura 4: Esquema del chip utilizado.

Particularizando (4) para cada uno de los tres canales de entrada del chip y despejando, se obtienen las expresiones de las derivadas de los caudales,

$$\dot{Q}_i^{chip} = \frac{P_i^{chip} - P_M - \mathcal{R}_i^{chip} Q_i^{chip}}{I_i^{chip}}, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (7)$$

donde  $I_i^{chip}$  y  $\mathcal{R}_i^{chip}$  son la inercia y la resistencia hidráulica del  $i$ -ésimo canal del chip, calculadas respectivamente mediante (1) y (2). De igual manera se obtiene la ecuación dinámica para el canal de salida, en este caso con presión atmosférica a la salida,

$$\dot{Q}_{out} = \frac{P_M - P_{atm} - \mathcal{R}_{out} Q_{out}}{I_{out}}, \quad (8)$$

donde  $I_{out}$  y  $\mathcal{R}_{out}$  son respectivamente la inercia y la resistencia hidráulica de dicho canal.

A partir de (6) se obtiene la compresibilidad del fluido en el chip,  $C^{chip}$ . En este caso, el volumen total es la suma de los volúmenes de cada uno de los canales de entrada,  $V_i^{chip}$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$ , y el canal de salida,  $V_{out}$ .

$$C^{chip} = \frac{V_1^{chip} + V_2^{chip} + V_3^{chip} + V_{out}}{E} \quad (9)$$

Particularizando la expresión (5) se obtiene la variación de presión en el punto de unión de las líneas dentro del chip.

$$\dot{P}_M = \frac{Q_1^{chip} + Q_2^{chip} + Q_3^{chip} - Q_{out}}{C^{chip}} \quad (10)$$

### 3.3. Modelado de las líneas de fluido y caudalímetros

Para las líneas que unen los depósitos con el chip, se considera que el sensor de caudal es parte de la línea. Esto implica que, para cada línea, la inercia, el volumen y la resistencia serán la suma de las correspondientes a la línea y al caudalímetro.

En este caso, se necesita dividir el esquema en dos partes. Por un lado, la obtención del caudal en la línea a partir de la diferencia de presiones entre los dos extremos de la línea. A partir de (4), se obtienen las siguientes expresiones para cada una de las tres líneas,

$$\dot{Q}_i^{línea} = \frac{P_i^{dep} - P_i^{chip} - \mathcal{R}_i^{línea} Q_i^{línea}}{I_i^{línea}}, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (11)$$

donde  $Q_i^{línea}$  es el caudal de la  $i$ -ésima línea de fluido,  $I_i^{línea}$  y  $\mathcal{R}_i^{línea}$  son la inercia y la resistencia hidráulica de dicha línea, calculadas en este caso mediante (1) y (3) por tener sección circular, y  $P_i^{dep}$  indica la presión del  $i$ -ésimo depósito. La variación de la presión al final de cada línea a partir de los caudales se puede obtener aplicando (5) a este caso,

$$\dot{P}_i^{chip} = \frac{Q_i^{línea} - Q_i^{chip}}{C_i^{línea}}, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (12)$$

donde  $C_i^{línea}$  es la compresibilidad del fluido en la  $i$ -ésima línea, obtenida a partir de (6) como

$$C_i^{línea} = \frac{V_i^{línea} + V_i^{caud} + V_i^{chip}}{E} \approx \frac{V_i^{línea} + V_i^{caud}}{E}. \quad (13)$$

En la expresión anterior,  $V_i^{línea}$  y  $V_i^{caud}$  son, respectivamente, los volúmenes la  $i$ -ésima línea y su correspondiente caudalímetro. Para el cálculo de la compresibilidad del fluido  $C_i^{línea}$  se puede despreciar la influencia del volumen de cada uno de los canales del chip,  $V_i^{chip}$ , al ser estos mucho más pequeños que los de las líneas de fluido y los caudalímetros.

### 3.4. Modelado de los depósitos y las líneas de aire

A los tres depósitos donde se encuentra el líquido llega el aire a presión a través de unos conductos. Este aire hace al líquido salir por las líneas anteriormente descritas. Para modelar la dinámica de esta parte, se utiliza la ecuación de estado de los gases ideales,

$$\dot{P}_i^{dep} V_i^{dep} = \dot{m}_i R T, \quad (14)$$

siendo  $\dot{m}_i$  el flujo másico de gas que trascurre por el  $i$ -ésimo conducto de aire y que llega a cada uno de los depósitos, y  $V_i^{dep}$  el volumen del correspondiente depósito. Tanto el volumen ocupado por el aire en cada depósito,  $V_i^{dep}$ , como la temperatura,  $T$ , se consideran constantes. Para el caso del aire, se considera  $R = 287,14$  J/(kg·K).

El flujo másico de aire por el tubo se calcula usando el modelo de flujo isoentrópico con índice adiabático  $\gamma = 1,4$  (Çengel et al., 2018; White, 2008),

$$\dot{m}_i = \frac{A^{cond} P_i^{reg}}{\sqrt{RT}} \sqrt{7 \left( \frac{P_i^{dep}}{P_i^{reg}} \right)^{10/7} \left[ 1 - \left( \frac{P_i^{dep}}{P_i^{reg}} \right)^{2/7} \right]}, \quad (15)$$

donde  $A^{cond}$  es el área del conducto,  $P_i^{reg}$  es la presión al principio de la  $i$ -ésima línea de aire (regulada mediante el correspondiente controlador de presión) y  $P_i^{dep}$  la presión al final de la misma (presión en el  $i$ -ésimo depósito).

### 3.5. Modelado de los reguladores de presión

En el sistema utilizado se dispone de tres reguladores de presión cuya dinámica interna es *a priori* desconocida. Estos reguladores no proporcionan instantáneamente la presión requerida, sino que tienen una dinámica propia que es necesario modelar. En este caso se ha propuesto utilizar modelos dinámicos lineales de caja negra en los que la entrada es una referencia de presión,  $u_i$ , y la salida la presión controlada,  $P_i^{reg}$ .

Para llevar a cabo la identificación de estos sistemas se ha utilizado la *System Identification Toolbox* de Matlab, a través de la cual se ha obtenido una función de transferencia para cada tipo de regulador mediante el análisis de diferentes grupos de datos experimentales. Las pruebas se han basado en pedir distintas consignas en el rango de 0 a 150.000 Pa, y registrar la respuesta frente al escalón de los reguladores. Observando la salida del sistema, se ha determinado que el modelo más apropiado para el regulador de la línea 2 es un modelo lineal de segundo orden. Para el de las otras dos líneas se ha observado un comportamiento diferente, que ajusta mejor con una dinámica de tercer orden. Es decir, sus dinámicas vienen dadas por:

$$u_1 = P_1^{reg} + a_1 \dot{P}_1^{reg} + a_2 \ddot{P}_1^{reg} + a_3 \dddot{P}_1^{reg}, \quad (16)$$

$$u_2 = P_2^{reg} + b_1 \dot{P}_2^{reg} + b_2 \ddot{P}_2^{reg}, \quad (17)$$

$$u_3 = P_3^{reg} + c_1 \dot{P}_3^{reg} + c_2 \ddot{P}_3^{reg} + c_3 \dddot{P}_3^{reg}, \quad (18)$$

donde los coeficientes  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, c_1, c_2$  y  $c_3$  de las expresiones también han sido estimados con la citada herramienta.

### 3.6. Modelo completo del sistema para simulación

A partir de todas las ecuaciones anteriores, es posible construir un modelo dinámico del sistema completo con las 22 variables de estado que se indican en la Tabla 1. Este modelo, cuya dinámica no es lineal debido al uso de la ecuación (15), tiene como entradas las tres referencias de presión que se le indican a los reguladores de presión y, como salidas, las tres lecturas de caudal de los tres caudalímetros instalados en las líneas.

Con el fin de realizar simulaciones realistas, este modelo se ha implementado en Matlab Simulink, incluyendo ciertos efectos tales como el posible ruido en la medida o la dinámica de los propios caudalímetros. Esta implementación es la que se ha utilizado para validar por simulación tanto el observador como el controlador predictivo propuestos en este trabajo.

Tabla 1: Variables de estado del sistema completo.

Nombre	Descripción
$Q_1^{chip}, Q_2^{chip}, Q_3^{chip}$	Caudales a la entrada del chip
$Q_{out}$	Caudal a la salida del chip
$P_M$	Presión en el punto medio
$Q_1^{línea}, Q_2^{línea}, Q_3^{línea}$	Caudales en las líneas
$P_1^{chip}, P_2^{chip}, P_3^{chip}$	Presiones a la entrada del chip
$P_1^{dep}, P_2^{dep}, P_3^{dep}$	Presiones en los depósitos
$P_1^{reg}, \dot{P}_1^{reg}, \ddot{P}_1^{reg}$	Presión controlada 1 y sus derivadas
$P_2^{reg}, \dot{P}_2^{reg}$	Presión controlada 2 y su derivada
$P_3^{reg}, \dot{P}_3^{reg}, \ddot{P}_3^{reg}$	Presión controlada 3 y sus derivadas

### 3.7. Simplificación del sistema para observación y control

Partiendo del modelo completo, se ha llevado a cabo una simplificación agrupando todo el sistema en un modelo en espacio de estados de menor orden y con dinámica lineal. En este sentido, se ha comprobado por simulación que la influencia de despreciar el efecto del depósito de aire y las posibles pérdidas que pueda haber en él es mínima. En concreto, para una referencia con un escalón de 10.000 Pa igual para las tres líneas, la diferencia entre los caudales en régimen permanente es menor del 0,5 %, calculada esta como la diferencia entre el caudal con el modelo completo y el simplificado con respecto al caudal del sistema completo. Esto permite reducir la complejidad del modelo que se utilizará para diseñar el observador y el controlador haciendo que, al simplificar la parte no lineal, el resto quede con una dinámica lineal. De esta forma, se asumirán iguales las presiones  $P_i^{reg}$  y  $P_i^{dep}$  para las tres líneas. Asimismo se considera que el caudal que circula por las líneas es igual al caudal que circula por el interior de los canales del chip ( $Q_i^{línea} = Q_i^{chip}$ ). Como el caudalímetro se considera que forma parte de la línea (ver sección 3.3), el caudal leído por estos será directamente el mismo que circula por las líneas y por el interior del chip.

Con todo esto, se decide unir las líneas que unen los depósitos y el chip con los propios canales del chip, considerando todo como un conjunto y simplificando así las presiones a la entrada del chip,  $P_i^{chip}$ . Es decir, el modelo simplificado asume que la presión a la entrada del sistema línea+canal interno del chip es la presión controlada  $P_i^{reg}$ . Al realizar esta unión, las propiedades de resistencia e inercia del conjunto se modifican como se indica a continuación:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_i = (\mathcal{R}_i^{chip} + \mathcal{R}_i^{línea}) \\ I_i = (I_i^{chip} + I_i^{línea}) \end{cases} \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (19)$$

Con la simplificación, se dejan de utilizar variables para las presiones intermedias y caudales intermedios en las líneas, pasando de 22 variables de estado a 13 (ver Tabla 2). Además, en los posteriores análisis, para simplificar las operaciones se considera que se trabaja con presiones relativas a la atmosférica, de manera que en el modelo se considera  $P_{atm} = 0$  Pa. El modelo resultante se puede representar de forma compacta como

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{u}(t), \quad (20)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m(t), \quad (21)$$

donde  $\mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n$ , con  $n = 13$ , es el vector de estado, formado por las variables de estado de la Tabla 2 (en dicho orden), y donde  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ , con  $m = 3$ , e  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ , con  $p = 3$ , son, respectivamente, los vectores de entrada y salida del sistema, definidos como

$$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T, \quad \mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [Q_1 \ Q_2 \ Q_3]^T.$$

Las matrices de estado ( $\mathbf{A}_m$ ), entrada ( $\mathbf{B}_m$ ) y salida ( $\mathbf{H}_m$ ) del modelo no se muestran explícitamente en este artículo por razones de espacio. No obstante, su obtención es directa a partir de las ecuaciones (7)–(19).

Con respecto a la precisión de la simplificación realizada, se ha comprobado por simulación que, ante una entrada escalón de 150.000 Pa (el máximo que soporta el sistema) la diferencia máxima en régimen permanente entre el caudal del modelo completo y el simplificado es menor del 6,5 % (con respecto al sistema sin simplificar). En el transitorio puede presentar



diferencias algo mayores, pero se ha considerado que el comportamiento es lo suficientemente aceptable como para utilizar el modelo simplificado.

Este modelo simplificado es el utilizado en el diseño del controlador y el observador. En concreto, la implementación realizada utiliza la versión en tiempo discreto del mismo,

$$\mathbf{x}_m(k+1) = \mathbf{F}_m \mathbf{x}_m(k) + \mathbf{G}_m \mathbf{u}(k), \quad (22)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_m(k), \quad (23)$$

donde  $\mathbf{F}_m$  y  $\mathbf{G}_m$  son, respectivamente, la matriz de transición de estados y de entrada en tiempo discreto.

Tabla 2: Variables de estado del sistema simplificado.

Nombre	Descripción
$Q_1, Q_2, Q_3$	Caudales en el conjunto línea + canal
$Q_{out}$	Caudal a la salida del chip
$P_M$	Presión en el punto medio
$P_1^{reg}, \dot{P}_1^{reg}, \ddot{P}_1^{reg}$	Presión controlada 1 y sus derivadas
$P_2^{reg}, \dot{P}_2^{reg}$	Presión controlada 2 y sus derivadas
$P_3^{reg}, \dot{P}_3^{reg}, \ddot{P}_3^{reg}$	Presión controlada 3 y sus derivadas

## 4. Observador de estado

### 4.1. Diseño del observador

El modelo del sistema desarrollado cuenta con trece variables de estado, las cuales es necesario conocer para llevar a cabo el control. En la práctica no es posible medir todas ellas, ya que los tres caudalímetros de los que se dispone solamente permiten medir tres de esas variables de estado. Por esta razón, es necesario implementar un observador que permita estimar las variables no medidas y poder reconstruir así el estado en cada instante. En este trabajo se ha realizado la observación del estado mediante un filtro de Kalman. El filtro utilizado se basa en la formulación clásica descrita en Kalman (1960) y Welch and Bishop (2006), y viene descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}'_m(k) = \mathbf{F}_m \hat{\mathbf{x}}_m(k-1) + \mathbf{G}_m \mathbf{u}(k-1), \quad (24)$$

$$\mathbf{P}'(k) = \mathbf{F}_m \cdot \hat{\mathbf{P}}(k-1) \cdot \mathbf{F}_m^T + \mathbf{Q}_{KF}, \quad (25)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}'(k) \cdot \mathbf{H}_m^T \cdot [\mathbf{H}_m \cdot \mathbf{P}'(k) \cdot \mathbf{H}_m^T + \mathbf{R}_{KF}]^{-1}, \quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_m(k) = \mathbf{x}'_m(k) + \mathbf{K}(k) \cdot [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}_m \mathbf{x}'_m(k)], \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k) = \mathbf{P}'(k) - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{H}_m \cdot \mathbf{P}'(k), \quad (28)$$

donde  $\mathbf{x}'_m$  y  $\hat{\mathbf{x}}_m$  son las estimaciones *a priori* y *a posteriori* del estado  $\mathbf{x}_m$ ,  $\mathbf{P}'$  y  $\hat{\mathbf{P}}$  son las matrices de covarianza correspondientes a dichas estimaciones, y  $\mathbf{K}$  es la ganancia de Kalman. Además, hay parámetros que son la clave del buen funcionamiento del filtro: las matrices de covarianza del ruido, tanto de la medición,  $\mathbf{R}_{KF} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ , como del proceso,  $\mathbf{Q}_{KF} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

### 4.2. Simulación y ajuste del observador

Para verificar el correcto diseño del filtro se han realizado una serie de simulaciones con el software Matlab Simulink, utilizando como planta el sistema completo, modelado como ya se

ha indicado. El modelo en el que se basa el observador es, no obstante, el simplificado. De esta forma, se parte de un caso en el que el modelo del sistema del que dispone el observador no es exactamente igual que la planta.

En base a ensayos preliminares sobre el sistema, se ha determinado que el ruido de medida de los caudalímetros está en el rango de  $\pm 0,3 \mu\text{l/s}$ . Asumiendo gaussianidad y que el citado valor se corresponde con tres desviaciones típicas, se concluyó que la varianza del ruido de medida debía estar en el entorno de  $10^{-20} (\text{m}^3/\text{s})^2$ . Como consecuencia, considerando que los tres sensores son independientes, y que por tanto las medidas no estarán correladas, se decidió fijar el valor  $\mathbf{R}_{KF} = \mathbf{I}_p \cdot 10^{-20}$ , donde  $\mathbf{I}_p$  es la matriz identidad de tamaño  $p = 3$ .

Para la definición de la matriz  $\mathbf{Q}_{KF}$  se ha supuesto que el ruido que afecta a cada variable de estado en (22) es independiente de los demás. Es decir, se fija que  $\mathbf{Q}_{KF}$  sea diagonal. Además, para establecer su valor se ha supuesto que dichos ruidos son gaussianos, con media nula y desviación típica proporcional a un valor característico de la correspondiente variable. La covarianza del ruido del proceso toma por tanto la forma

$$\mathbf{Q}_{KF} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{KFQ} & \mathbf{0}_{4 \times 9} \\ \mathbf{0}_{9 \times 4} & \mathbf{Q}_{KFP} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

donde

$$\mathbf{Q}_{KFQ} = \beta \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \cdot 10^{-18}$$

es el bloque de  $\mathbf{Q}_{KF}$  asociado a las variables de tipo caudal,  $\mathbf{Q}_{KFP} = \beta \cdot \mathbf{I}_9 \cdot 10^8$  es la parte correspondiente a las presiones y sus derivadas,  $\beta$  es un factor adimensional que permite ajustar el comportamiento del filtro, y  $\mathbf{0}_{p \times n}$  es una matriz de ceros con  $p$  filas y  $n$  columnas. Nótese que los distintos órdenes de magnitud se deben a trabajar con distintas magnitudes (presiones y caudales) en rangos numéricos muy diferentes.

A la hora de fijar el valor de  $\beta$  se ha de tomar una decisión entre reducir al máximo el efecto del ruido, confiando solamente en el modelo de la planta del que dispone el filtro y perdiendo algo de información en la medida, o permitir un mínimo nivel del efecto del ruido y mejorar la respuesta frente a discrepancias en la planta. En la Figura 5 se presenta la evolución del caudal  $Q_1$  para varios valores de  $\beta$ . En todas estas simulaciones se ha introducido artificialmente ruido de medida con la citada varianza, es decir,  $10^{-20} (\text{m}^3/\text{s})^2$ . Sucesivas simulaciones han permitido determinar que el valor de  $\beta = 10^{-4}$  permite mantener el comportamiento real con un efecto reducido del ruido. Para valores superiores se empieza a dar excesiva confianza al modelo simplificado y comienzan a aparecer errores (zonas resaltadas en amarillo en la figura), mientras que para valores más pequeños se observa demasiado ruido.

Las simulaciones realizadas permiten concluir que el observador diseñado es válido para observar las variables de estado del sistema aun con un cierto ruido en la medición. A la vista de los resultados se determina que, para obtener el mejor comportamiento, lo mejor sería llevar a cabo un ajuste de las matrices durante la calibración del sistema, para adecuarse al máximo a las condiciones de operación específicas. En el caso en el que el sistema presente cambios significativos en sus parámetros más

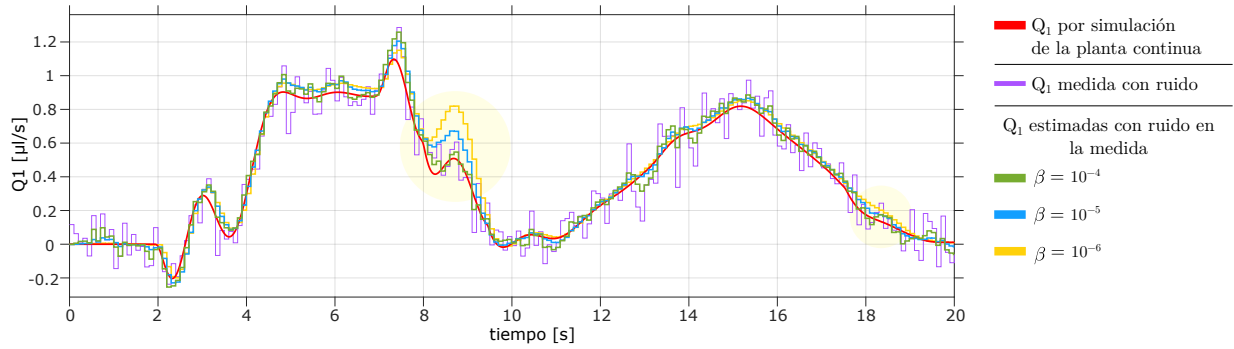


Figura 5: Resultados para distintos casos de simulación del filtro de Kalman con ruido.

importantes, sería conveniente utilizar unas matrices de modelo del sistema diferentes, adecuadas al caso concreto.

## 5. Controlador MPC

### 5.1. Diseño del controlador

A continuación se describe el diseño del controlador predictivo basado en modelo que se ha utilizado para este sistema. Uno de los principales puntos fuertes de este tipo de control es que la formulación permite controlar sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas, incluyendo en la formulación restricciones tales como limitaciones en la acción o en la salida del sistema. Además, el MPC permite llevar a cabo una optimización en tiempo real, incluyendo el uso explícito de un modelo de la planta para predecir la evolución del proceso en los instantes futuros mediante la minimización de una función objetivo.

La formulación usada en la implementación del controlador MPC en este sistema se basa en la descrita en Wang (2009) y en Camacho and Bordons (2010). Esta formulación usa el siguiente modelo ampliado del sistema,

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F} \mathbf{x}(k) + \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}(k), \quad (30)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H} \mathbf{x}(k), \quad (31)$$

donde  $\mathbf{x}$  es el estado ampliado, definido como

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(k) - \mathbf{x}_m(k-1) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Es importante observar que la entrada de este modelo son los incrementos de acción de control, es decir,  $\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)$ , en lugar de las acciones propiamente dichas. Esto hace que la formulación del MPC cuente de forma implícita con un integrador por salida, lo que permite alcanzar el valor deseado en régimen permanente incluso aunque existan perturbaciones o errores de modelado. Las matrices  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$  y  $\mathbf{H}$ , que se pueden obtener operando con (22)–(23), tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m & \mathbf{0}_{p \times n}^T \\ \mathbf{H}_m \mathbf{F}_m & \mathbf{I}_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_m \\ \mathbf{H}_m \mathbf{G}_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = [\mathbf{0}_{p \times n} \quad \mathbf{I}_p].$$

En este trabajo consideramos iguales el horizonte de control y el de predicción, al que llamaremos simplemente horizonte y denotaremos como  $N$ . En base a este horizonte, es posible definir los siguientes vectores:

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N-1) \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{Y}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k+1|k) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k+N|k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_d(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_d(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_d(k+N) \end{bmatrix}, \quad (34)$$

donde  $\mathbf{y}(j|k) \in \mathbb{R}^p$  es la predicción de la salida del sistema en el instante  $j$ -ésimo en base a la información disponible en el instante  $k$ -ésimo, e  $\mathbf{y}_d(j) \in \mathbb{R}^p$  es el valor deseado (consigna) para dicha salida en dicho instante. Es decir, los vectores  $\Delta \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{Np}$ ,  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{Np}$  e  $\mathbf{Y}_d \in \mathbb{R}^{Np}$  contienen, respectivamente, los incrementos de acción, las salidas predichas y las consignas para todo el horizonte. Trabajando con estos vectores y el modelo (30)–(31), se puede llegar a expresar el vector  $\mathbf{Y}(k)$  como

$$\mathbf{Y}(k) = \Psi \mathbf{x}(k) + \Phi \Delta \mathbf{U}(k), \quad (35)$$

donde  $\Psi$  y  $\Phi$  son matrices constantes definidas como

$$\Psi = \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{F} \\ \mathbf{H}\mathbf{F}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}\mathbf{F}^N \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{G} & \mathbf{0}_{p \times m} & \cdots & \mathbf{0}_{p \times m} \\ \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{G} & \mathbf{H}\mathbf{G} & \cdots & \mathbf{0}_{p \times m} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}\mathbf{F}^{N-1}\mathbf{G} & \mathbf{H}\mathbf{F}^{N-2}\mathbf{G} & \cdots & \mathbf{H}\mathbf{G} \end{bmatrix}.$$

Con todo esto, se plantea una función de coste a minimizar,  $J$ , que se formula como la suma de un término de error entre salida y referencia, que permite tener en cuenta cuánto se alejan los caudales de los valores deseados, y otro término asociado al incremento de la variable de control,

$$J(k) = \tilde{\mathbf{Y}}(k)^T \cdot \mathbf{W}_y \cdot \tilde{\mathbf{Y}}(k) + \Delta \mathbf{U}(k)^T \cdot \mathbf{W}_u \cdot \Delta \mathbf{U}(k), \quad (36)$$

donde  $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_d$  es el vector que contiene los errores de seguimiento. La matriz diagonal  $\mathbf{W}_y \in \mathbb{R}^{Np \times Np}$ , por tanto, es la que determina la importancia del error  $\tilde{\mathbf{Y}}$  en  $J$ . Además, también establece las ponderaciones relativas entre los errores de las tres salidas. En este caso, las tres salidas son caudales que se mueven en los mismos rangos de valores. Puesto que la importancia del error es la misma para las tres, se ha decidido fijar todos estos valores en la unidad. Es decir,  $\mathbf{W}_y = \mathbf{I}_{Np}$ . Por otro lado, la matriz diagonal  $\mathbf{W}_u \in \mathbb{R}^{Nm \times Nm}$  permite fijar el peso relativo de las acciones de control, tanto entre ellas como con respecto al término asociado al error  $\tilde{\mathbf{Y}}$ . Como en el sistema estudiado las tres acciones son presiones en los mismos rangos de valores, y la importancia relativa es la misma para las tres, se ha decidido que todos los elementos de la diagonal tomen el mismo valor.

Es decir,  $\mathbf{W}_u = \alpha \mathbf{I}_{Nm}$ , donde  $\alpha$  es un parámetro que permite ajustar el comportamiento del controlador.

Además de esto, se ha implementado en la formulación del controlador la posibilidad de añadir restricciones en las acciones (las presiones a aplicar) tanto en su amplitud como en su velocidad de variación, así como en los tres caudales a controlar. Esta implementación requiere expresar todos los límites en función de los incrementos de la variable de control, siguiendo la siguiente formulación,

$$\mathbf{M} \cdot \Delta \mathbf{U}(k) \leq \gamma(k), \quad (37)$$

donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{I}_{mN} \\ \mathbf{I}_{mN} \\ -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix}, \quad \gamma(k) = \begin{bmatrix} -\mathbf{U}_{min} + \mathbf{C}_1 \mathbf{u}(k-1) \\ +\mathbf{U}_{max} - \mathbf{C}_1 \mathbf{u}(k-1) \\ -\Delta \mathbf{U}_{min} \\ +\Delta \mathbf{U}_{max} \\ -\mathbf{Y}_{min} + \Psi \mathbf{x}(k) \\ +\mathbf{Y}_{max} - \Psi \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}.$$

La matriz  $\mathbf{M}$  establece la relación de las restricciones con el incremento de la variable de control, y el vector  $\gamma$  formula cada una de las restricciones en términos de la variación de la acción. Los vectores  $\mathbf{U}_{min}$ ,  $\mathbf{U}_{max}$ ,  $\Delta \mathbf{U}_{min}$ ,  $\Delta \mathbf{U}_{max}$ ,  $\mathbf{Y}_{min}$  e  $\mathbf{Y}_{max}$  establecen los límites máximos y mínimos para las acciones, la velocidad de variación de las acciones y las salidas, respectivamente. Por otro lado,  $\mathbf{C}_1$  y  $\mathbf{C}_2$  son matrices auxiliares formadas por ceros y unos en la disposición apropiada para relacionar las restricciones con el incremento de la variable de control.

Una vez definida la función de coste a minimizar y las restricciones a cumplir, el problema se convierte en una optimización de una función cuadrática con restricciones.

$$\min_{\Delta \mathbf{U}(k)} J(k) \quad \text{sujeto a: } (37) \quad (38)$$

## 5.2. Simulación y ajuste del controlador

El objetivo de las simulaciones presentadas a continuación es verificar el correcto diseño del controlador. Por ello, estas se han llevado a cabo sin utilizar el observador, asumiendo que el estado al completo está accesible. El funcionamiento del sistema completo con observador se analizará posteriormente.

Las simulaciones se han realizado en el entorno de Matlab-Simulink. En concreto, el problema de optimización (38) se ha resuelto mediante la *toolbox* de optimización de Matlab, con la función *quadprog* destinada a tal efecto. Al aplicar esta función se obtiene el vector de incrementos de acciones de control,  $\Delta \mathbf{U}$ , a aplicar para todos los instantes siguientes del horizonte de control. Sin embargo, siguiendo la filosofía del control predictivo, solamente se aplicará la acción calculada para el instante siguiente, rehaciendo este cálculo en cada paso.

Para la elección de la frecuencia de muestreo y la discretización del controlador se ha tenido en cuenta la relación directa entre el periodo de muestreo,  $T$ , el número de pasos del horizonte,  $N$ , y la duración del horizonte,  $T \cdot N$ . Esto implica llegar a un equilibrio entre coste computacional y prestaciones del controlador. Para su elección se ha llevado a cabo un proceso iterativo tras el que se ha llegado a establecer un horizonte de  $N = 10$  pasos y un periodo de muestreo de  $T = 0,1$  segundos.

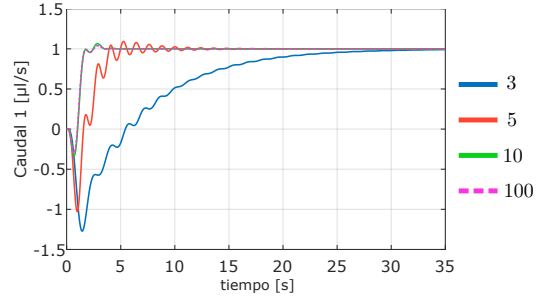


Figura 6: Respuesta de  $Q_1$  para  $T = 0,1$  s y diferentes valores del horizonte  $N$ . La referencia para este caudal se ha fijado en  $1 \mu\text{l/s}$  y el parámetro  $\alpha$  en  $10^{-7}$ .

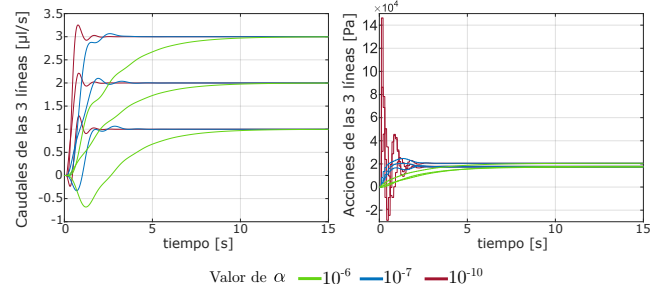


Figura 7: Respuesta del sistema para  $T = 0,1$  s, horizonte  $N = 10$  y diferentes valores del parámetro  $\alpha$ .

Con el objetivo de demostrar la validez de estos valores, se han realizado varias simulaciones sin restricciones en ninguna de las variables, estableciendo una referencia de  $1 \mu\text{l/s}$  para el caudal  $Q_1$ ,  $2 \mu\text{l/s}$  para el caudal  $Q_2$  y  $3 \mu\text{l/s}$  para el caudal  $Q_3$ . El resultado para distintos horizontes se puede observar en la Figura 6. Solo se muestra el resultado para la línea 1, ya que es similar en las tres. Se comprueba que el mejor valor es  $N = 10$ , pues a partir de este un aumento no proporciona más que un mayor coste computacional sin beneficio en el comportamiento. Este será el horizonte utilizado en el resto de los casos. Fijado el horizonte, en la Figura 7 se muestra el comportamiento del sistema para distintos valores del parámetro  $\alpha$  de ajuste del controlador. Se observa que con  $\alpha = 10^{-7}$  se obtiene el mejor compromiso entre tiempo de respuesta y sobreoscilación.

Se han realizado también simulaciones implementando distintas restricciones. Se ha comprobado el funcionamiento para tres casos diferentes. En el primer caso (Figura 8) se ha establecido un límite de  $9.500$  Pa en la presión a aplicar. El objetivo es tratar de evitar que se produzca un pico en la acción ante la referencia escalón. Al no permitir este pico, la respuesta se hace ligeramente más lenta, pero el caudal alcanza igualmente el valor deseado. En el segundo caso (Figura 9) se ha analizado la respuesta ante una limitación en la variación de las acciones de  $2.000$  Pa/s. Ante una entrada escalón, la respuesta se hace más lenta pero alcanza la referencia. Con una rampa, como la pendiente no es lo suficientemente pronunciada, el comportamiento es el mismo que sin limitaciones. Finalmente, se ha comprobado el comportamiento ante una limitación distinta para cada uno de los caudales de entrada al chip, haciendo que el controlador ajuste las presiones para no sobrepasar las limitaciones. Este último caso se muestra en la Figura 10. A la vista de estos resultados, se concluye que el diseño del controlador es correcto.



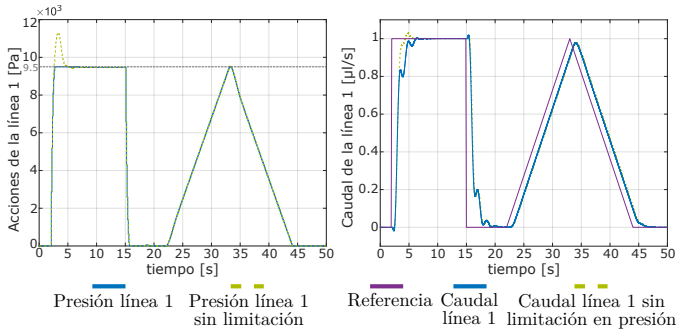


Figura 8: Simulaciones con restricciones en la presión a aplicar.

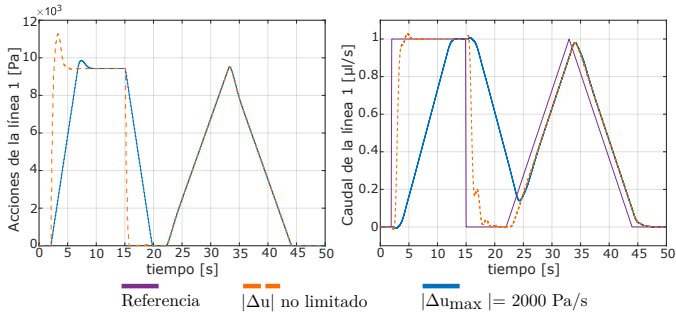


Figura 9: Simulaciones del comportamiento del controlador con restricciones en la variación de la acción a aplicar.

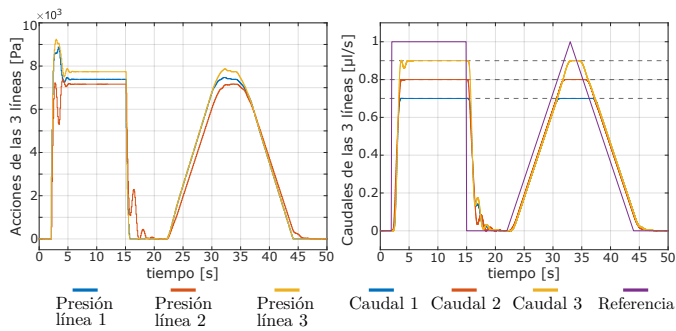


Figura 10: Simulaciones del comportamiento del controlador con distintas restricciones en el caudal de cada una de las líneas.

## 6. Resultados de la implementación completa

Tras el modelado y el diseño del controlador y el observador por separado, a continuación se muestran los resultados obtenidos para las pruebas realizadas con el sistema completo, tanto por simulación como en ensayos realizados en el sistema real.

### 6.1. Validación por simulación

De cara a simular las condiciones más realistas posibles se utiliza el software Matlab Simulink, en el que, como se ha descrito anteriormente, se ha modelado la planta en tiempo continuo para obtener unos resultados realistas de la respuesta del sistema físico. Trabajar en un entorno de simulación con la planta modelada permite medir todas las variables de estado. Sin embargo, conviene destacar que solamente se utilizan para realimentar al controlador las lecturas de los caudalímetros. Las lecturas de estos caudalímetros, a los que se les puede añadir ruido simulado en la medida, son las entradas del observador, que estima el resto de variables de estado, necesarias para

el controlador MPC. Al controlador se le indican, además, las referencias para los caudales de las tres líneas. El controlador lleva a cabo las operaciones y, una vez calculada la acción, se la aplica a la planta cerrando el bucle. Las simulaciones se han realizado con un horizonte  $N = 10$ , un periodo de muestreo  $T = 0,1$  s y unos valores de  $\alpha = 10^{-7}$  y  $\beta = 10^{-4}$  para los parámetros de ajuste del controlador y el observador.

Para las restricciones a imponer en el controlador, se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La presión máxima de los controladores está limitada por la presión que soportan los recipientes de cristal utilizados en los ensayos (150.000 Pa relativos a la presión atmosférica). La presión mínima está limitada a la atmosférica.
2. La velocidad de cambio máxima se ha determinado en base a los datos proporcionados de diferentes ensayos realizados. Se fija en 100.000 Pa/s.
3. El caudal en las líneas de entrada al chip solamente tiene la restricción de que sea positivo, para que no pueda introducirse fluido de una línea a otra.

Fijados todos estos valores, la Figura 11 muestra los caudales y presiones de las líneas para una simulación en la que se han establecido unas referencias de tipo escalón, distintas para cada uno de los caudales. Al igual que en la validación del observador, en este caso también se ha introducido ruido en las medidas de varianza  $10^{-20}$  (m<sup>3</sup>/s)<sup>2</sup>. Se puede ver que el sistema presenta un tiempo de respuesta de aproximadamente 1,8 segundos para las líneas 1 y 3, y 1,5 segundos para la línea 2. Además, los resultados muestran que el sistema alcanza la referencia de forma correcta con una pequeña sobreoscilación. Queda comprobado por lo tanto que el sistema completo funciona correctamente.

### 6.2. Validación en el sistema real

Para poder llevar a cabo las pruebas en el sistema real, se ha trasladado el código del observador y el controlador de Matlab a Python. El fabricante de los aparatos utilizados (Fluigent) proporciona una serie de herramientas para comunicarse de forma sencilla y controlar estos aparatos desde código Python, razón por la cual se ha elegido este lenguaje. A continuación se muestran algunos de los resultados obtenidos en los ensayos. Las restricciones generales impuestas son las mismas que en las simulaciones mostradas anteriormente, aunque por seguridad, en el sistema real se intenta no sobrepasar los 100.000 Pa.

Los parámetros del controlador MPC son los mismos que los de las simulaciones previas. Es decir,  $N = 10$ ,  $T = 0,1$  s y  $\alpha = 10^{-7}$ . Sin embargo, tras unas pruebas preliminares, se observó que el sistema real presentaba más diferencias de las esperadas con el modelo, especialmente en la línea 1, en la que se detectó un comportamiento oscilante no esperado. Así, para poder lidiar con esta incertidumbre, se consideró que la matriz  $\mathbf{Q}_{KF}$  del filtro requería cierto ajuste manual. Los valores de cada uno de los bloques finalmente utilizados son los siguientes:

$$\mathbf{Q}_{KFQ} = \text{diag}([50 \ 1 \ 10 \ 100]) \cdot 10^{-20},$$

$$\mathbf{Q}_{KFP} = \text{diag}([10 \ 10 \ 10 \ 10 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]) \cdot 10^5,$$

donde el operador  $\text{diag}(\cdot)$  construye una matriz diagonal con los elementos del vector argumento en la diagonal. La covarianza del ruido de medida se ha mantenido igual ( $\mathbf{R}_{KF} = \mathbf{I}_p \cdot 10^{-20}$ ).

La Figura 12 muestra los caudales y presiones para el caso ya estudiado por simulación, con referencias de tipo escalón

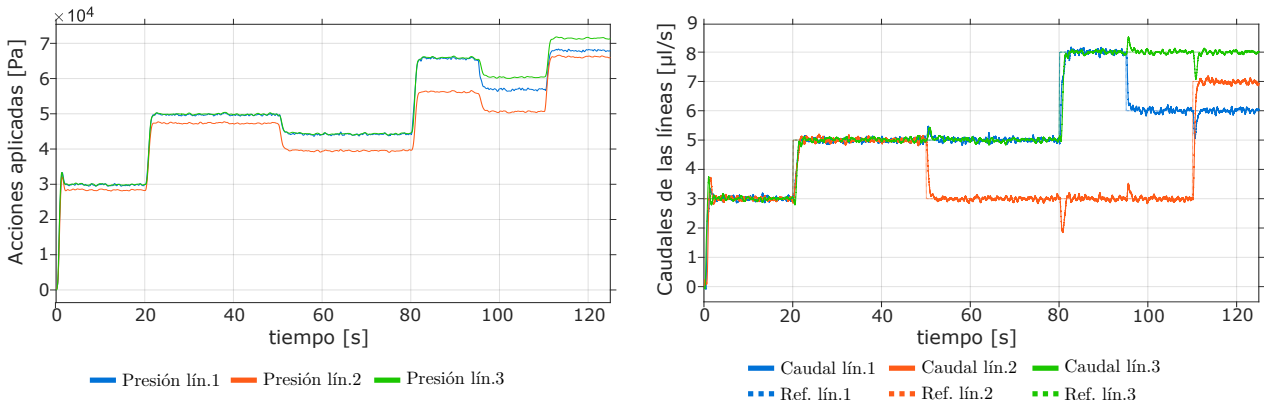


Figura 11: Simulación del sistema de control MPC completo. Presiones (izda.) y caudales (dcha.) ante referencias de tipo escalón distintas para cada línea.

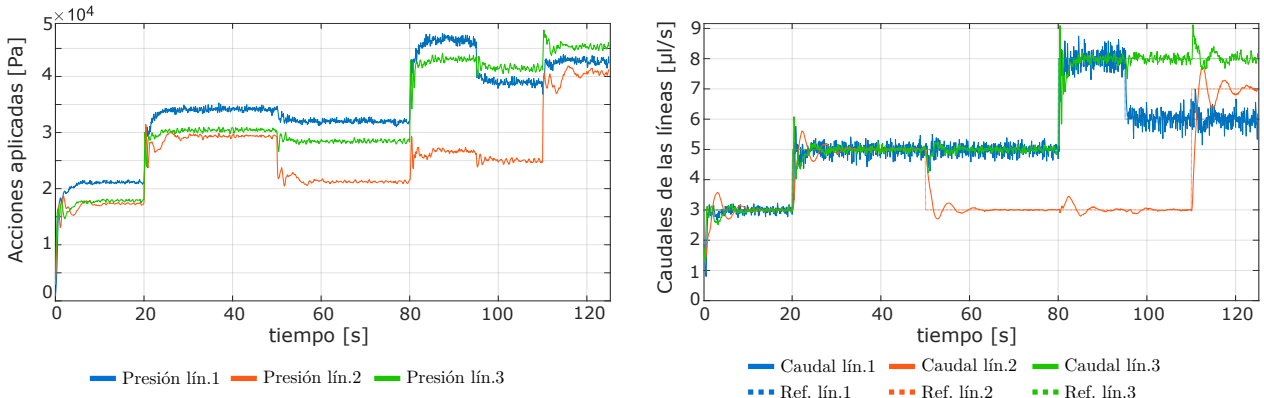


Figura 12: Operación real del sistema de control MPC completo. Presiones (izda.) y caudales (dcha.) ante referencias de tipo escalón distintas para cada línea.

distintas para cada línea. Los resultados permiten ver claramente que el comportamiento de la línea central (línea 2), como era de esperar, es distinto al de las otras dos. En la gráfica de caudales de este caso, al igual que en los que se presentarán posteriormente, se pueden ver las oscilaciones en la línea 1 (en azul) previamente mencionadas, las cuales se hacen más pronunciadas con caudales más grandes. Tras varias pruebas en el laboratorio, se llegó a la conclusión de que esto se trata de una dinámica no modelada de ese regulador de presión en concreto. Existen otras diferencias significativas con respecto a la simulación, especialmente en la gráfica de presiones, pero aún así se puede comprobar que el controlador es capaz de conseguir los caudales deseados en régimen permanente. También puede verse que aparecen perturbaciones en las líneas cuando alguna de las otras cambia su valor, pero estas se corrigen rápidamente.

Además de este ensayo, se han realizado algunos otros experimentos. En la Figura 13, por ejemplo, se muestra la respuesta del sistema cuando las referencias son escalones iguales para las tres líneas. Al igual que en el primer caso, se observa que la línea central tarda más que las otras dos en alcanzar la referencia. También se observa que las tres líneas alcanzan el permanente de forma adecuada tras los escalones. Algunos experimentos han servido simplemente para ilustrar el cumplimiento de las restricciones impuestas por código. En la Figura 14 se muestra uno de los ensayos realizados, en el que se ha impuesto una restricción de 60.000 Pa a la presión máxima en los reguladores de presión. Esta presión límite se establece a modo de comprobación, ya que en el funcionamiento normal

el límite es 150.000 Pa. Se puede ver que los caudales siguen la referencia hasta el momento en el que la limitación de presión no permite alcanzar los caudales más altos.

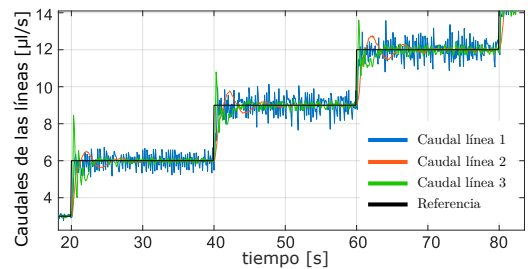


Figura 13: Operación real del sistema de control MPC completo. Respuesta de los caudales ante referencias de tipo escalón iguales para las tres líneas.

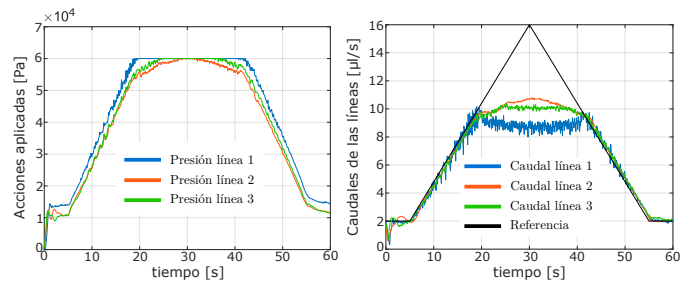


Figura 14: Operación real del sistema de control MPC completo. Presiones (izda.) y caudales (dcha.) ante referencias de tipo triángulo iguales para las tres líneas. Se ha impuesto un valor máximo de 60.000 Pa a las acciones.

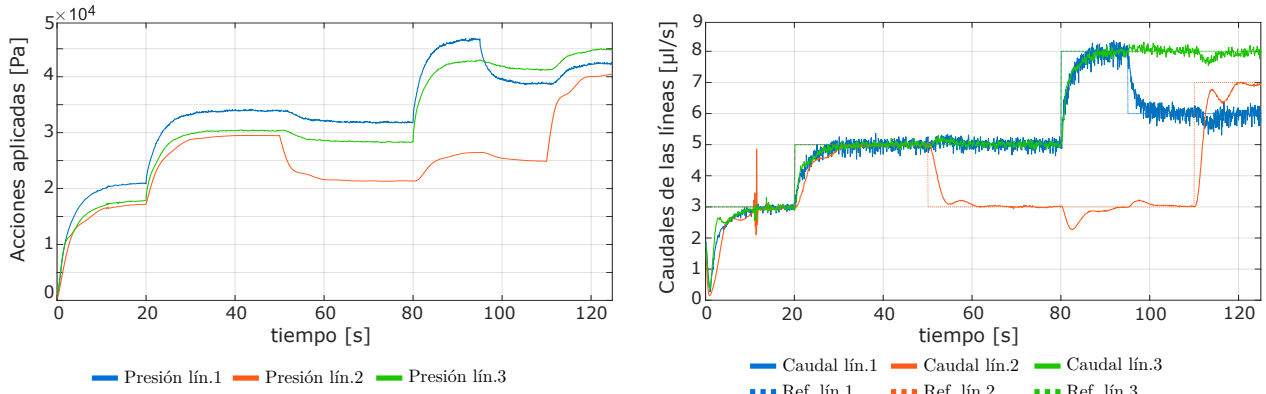


Figura 15: Operación real del sistema de control clásico. Presiones (izda.) y caudales (dcha.) ante referencias de tipo escalón distintas para cada línea.

Tras los diferentes ensayos llevados a cabo en el sistema real, se concluye que el controlador diseñado permite obtener unos caudales a la entrada del chip que siguen de forma adecuada las referencias pedidas, respetando las restricciones indicadas. Los ensayos también han permitido observar que, aunque se haya utilizado una simplificación con un modelo lineal, el controlador es capaz de funcionar en el rango de trabajo necesario, incluso ante comportamientos no esperados como el de la línea 1. También se ha observado que el modelado de la dinámica de los reguladores de presión es muy importante y que incluso dos reguladores del mismo modelo y aparentemente iguales pueden mostrar un comportamiento diferente.

### 6.3. Comparativa con un controlador clásico

Para finalizar, se ha realizado una comparativa del controlador desarrollado con un controlador clásico, repitiendo los experimentos anteriores pero usando en cada línea un controlador proporcional-integral (PI) independiente en forma paralela. Se ha descartado la posibilidad de incluir acción derivativa por la excesiva presencia de ruido en el sistema. Para llevar a cabo una comparación objetiva, se han optimizado los controladores mediante la herramienta *PID Tuner* de Matlab, ajustando las ganancias proporcional e integral,  $k_p$  y  $k_i$ , para obtener una respuesta lo más rápida posible sin sobreoscilación. Para las líneas 1 y 3, las ganancias son  $k_p = 5 \cdot 10^{11}$  Pa/(m<sup>3</sup>/s) y  $k_i = 2,5 \cdot 10^{12}$  Pa/m<sup>3</sup>; para la línea 2,  $k_p = 8,5 \cdot 10^{10}$  Pa/(m<sup>3</sup>/s) y  $k_i = 1,5 \cdot 10^{12}$  Pa/m<sup>3</sup>. Los controladores incluyen un algoritmo anti-*windup* por limitación del término integral.

En las Figuras 15 y 16 se presentan los resultados obtenidos para las dos referencias de tipo escalón. Se observa que la respuesta del sistema con los controladores PI es más lenta que la obtenida en los ensayos equivalentes con el controlador MPC, tanto en el seguimiento de la referencia como en la corrección en una línea al producirse un cambio en las otras. En concreto, el tiempo de respuesta con el controlador clásico es entre tres y cinco veces mayor que con el MPC. La Figura 17 muestra la respuesta frente a la referencia triangular, incluyendo la citada limitación de 60.000 Pa a la acción máxima. Puede verse que los caudales no consiguen seguir con exactitud la referencia incluso antes de llegar a la saturación de la acción, al contrario de lo que ocurría con el MPC (Figura 14). En este ensayo, el control MPC también es más rápido en el momento de terminar la

saturación en presión y volver a seguir la referencia descendente. Finalmente, la Tabla 3 muestra los errores de seguimiento de cada uno de los caudales para las tres referencias analizadas usando cada uno de los controladores. Se comprueba que el controlador MPC consigue menores errores en todos los casos.

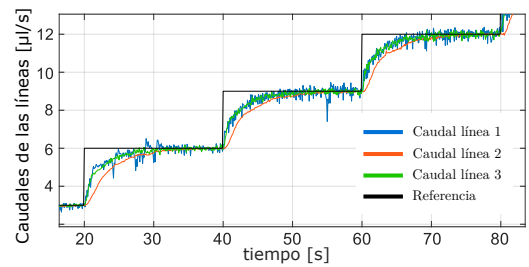


Figura 16: Operación real del sistema de control clásico. Respuesta de los caudales ante referencias de tipo escalón iguales para las tres líneas.

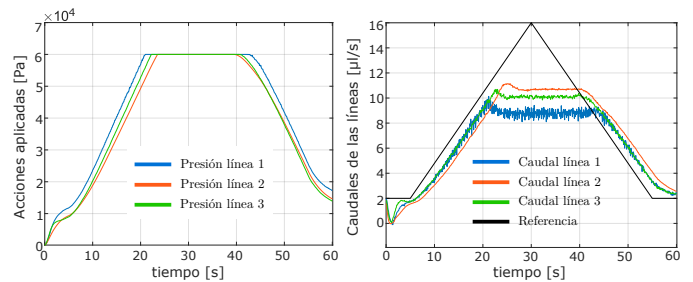


Figura 17: Operación real del sistema de control clásico. Presiones (izda.) y caudales (dcha.) ante referencias de tipo triángulo iguales para las tres líneas. Se ha impuesto un valor máximo de 60.000 Pa a las acciones.

Tabla 3: Comparativa de resultados de los controladores MPC y clásico. Raíces de los errores cuadráticos medios (RMSE) en μl/s.

Referencia		RMSE Q <sub>1</sub>	RMSE Q <sub>2</sub>	RMSE Q <sub>3</sub>
Escalones distintos	MPC	0,325	0,384	0,262
	PI	0,490	0,705	0,425
Escalones iguales	MPC	0,566	0,475	0,411
	PI	0,723	0,980	0,681
Triángulo	MPC	2,743	1,862	2,065
	PI	2,857	2,218	2,200

## 7. Conclusiones

En este artículo se ha descrito el diseño de un controlador predictivo para un sistema de microfluídica. Para ello, inicialmente ha sido necesario desarrollar un modelo que describa la dinámica del fluido a través de los distintos canales y líneas, así como el comportamiento de los sensores y reguladores de bajo nivel presentes en el sistema. A partir de este se ha diseñado un observador de estado y el propio controlador, que posteriormente han sido validados tanto por simulación como en el sistema real. Los resultados demuestran que el controlador es eficaz al regular independientemente los tres caudales que circulan por el interior del chip microfluídico, incluso en presencia de ruido y de ciertas simplificaciones e incertidumbres inherentes al modelo, y que los resultados mejoran lo que se podría conseguir con tres controladores clásicos independientes. Se ha observado que pequeñas variaciones en las condiciones de operación, *e.g.*, la deformación de uno de los conductos de las líneas, pueden tener un impacto significativo en la dinámica del sistema. Por ello, la investigación futura estará orientada al desarrollo de algoritmos de estimación en línea de los parámetros, de modo que el sistema de control se pueda adaptar a los citados cambios.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Gobierno de Aragón, mediante subvenciones destinadas a fomentar la actividad investigadora de los grupos de investigación (grupos T45\_23R y T73\_23R), por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) y por el Programa de Becas y Ayudas del Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A).

Los autores agradecen al grupo de investigación "Diseño, desarrollo y Modelado cOMputacional de Materiales avanzados (DIAMOMD)" de ITAINNOVA, cuyo banco de ensayos ha permitido realizar los experimentos presentados en este trabajo.

## Referencias

- Bruus, H., 2007. Theoretical Microfluidics. Oxford Master Series in Physics. OUP Oxford.
- Calle Chojeda, E., Oliden Semino, J., Ipanaqué Alama, W., 2022. Control de un sistema multivariable no lineal y en fase no mínima empleando un controlador predictivo neuronal. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 20 (1), 32–43. DOI: 10.4995/riai.2022.17375
- Camacho, E. F., Bordons, C., oct. 2010. Control Predictivo: Pasado, Presente y Futuro. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 1 (3), 5–28.
- Clarke, D., 1988. Application of generalized predictive control to industrial processes. *IEEE Control Systems Magazine* 8 (2), 49–55. DOI: 10.1109/37.1874
- Duinen, V. v., Trietsch, S. J., Joore, J., Vulto, P., Hankemeier, T., 2015. Microfluidic 3d cell culture: from tools to tissue models. *Current Opinion in Biotechnology* 35, 118–126. DOI: 10.1016/j.copbio.2015.05.002
- Gañán Calvo, A. M., Jan 1998. Generation of steady liquid microthreads and micron-sized monodisperse sprays in gas streams. *Phys. Rev. Lett.* 80, 285–288. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.285
- Gallego Len, A. J., Sánchez del Pozo, A. J., F. Camacho, E., mar. 2022. Aplicaciones de control predictivo en plantas solares ccp. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 19 (3), 309–317. DOI: 10.4995/riai.2022.16664
- García-Camprubí, M., Bengochea-Cuadrado, C., Izquierdo, S., 2020. Virtual sensor development for continuous microfluidic processes. *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 16 (12), 7774–7781. DOI: 10.1109/TII.2020.2972111
- Ghadami, M., Shagoshtasbi, H., Mahjoob, M., Lee, Y.-K., 2013. Comparative study of pid control and model predictive control for a microfluidic electroporation system. In: *The 8th Annual IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems*. pp. 895–898. DOI: 10.1109/NEMS.2013.6559867
- Gómez, J. F., Barragán, A. J., Andújar, J. M., Reboso, J. A., Pérez, G. A., Méndez, J. A., Torres, J. M., Martínez, M. A., 2016. Control Predictivo basado en Modelo Borroso con EKF para el control de anestesia. In: *XII Simposio CEA de Control Inteligente*. pp. 7–11. DOI: 10.13140/RG.2.2.21901.33764
- Heo, Y. J., Kang, J., Kim, M. J., Chung, W. K., 2016. Tuning-free controller to accurately regulate flow rates in a microfluidic network. *Scientific Reports* 6 (1), 23273. DOI: 10.1038/srep23273
- Kalman, R. E., Mar. 1960. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering* 82 (1), 35–45. DOI: 10.1115/1.3662552
- Kim, Y., LeDuc, P., Messner, W., Jan. 2013. Modeling and Control of a Nonlinear Mechanism for High Performance Microfluidic Systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21 (1), 203–211, conference Name: *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. DOI: 10.1109/TCST.2011.2172445
- Kuczenski, B., LeDuc, P. R., Messner, W. C., 2007. Pressure-driven spatiotemporal control of the laminar flow interface in a microfluidic network. *Lab Chip* 7, 647–649. DOI: 10.1039/B617065J
- Li, Z., Hui, J., Yang, P., Mao, H., 2022. Microfluidic organ-on-a-chip system for disease modeling and drug development. *Biosensors* 12 (6). DOI: 10.3390/bios12060370
- Lucia, S., Navarro, D., Karg, B., Sarnago, H., Lucía, O., 2021. Deep learning-based model predictive control for resonant power converters. *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 17 (1), 409–420. DOI: 10.1109/TII.2020.2969729
- Maddala, J., Rengaswamy, R., 2013. Droplet digital signal generation in microfluidic networks using model predictive control. *Journal of Process Control* 23 (2), 132–139, IFAC World Congress Special Issue. DOI: 10.1016/j.jprocont.2012.08.014
- Marchante, G., Acosta, A., González, A., Zamarreño, J., Álvarez, V., abr. 2021. Evaluación de restricciones de confort en controlador predictivo para la eficiencia energética. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 18 (2), 146–159. DOI: 10.4995/riai.2020.13937
- Martín-Banderas, L., Flores-Mosquera, M., Riesco-Chueca, P., Rodríguez-Gil, A., Cebolla, A., Chávez, S., Gañán Calvo, A. M., 2005. Flow focusing: A versatile technology to produce size-controlled and specific-morphology microparticles. *Small* 1 (7), 688–692. DOI: 10.1002/smll.200500087
- Miller, E., Rotea, M., Rothstein, J. P., 2010. Microfluidic device incorporating closed loop feedback control for uniform and tunable production of microdroplets. *Lab Chip* 10, 1293–1301. DOI: 10.1039/B925497H
- Méndez Pérez, J. A., Torres, S., Reboso, J. A., Reboso, H., 2011. Estrategias de control en la práctica de anestesia. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 8 (3), 241–249. DOI: 10.1016/j.riai.2011.06.011
- Ohno, K.-i., Tachikawa, K., Manz, A., 2008. Microfluidics: Applications for analytical purposes in chemistry and biochemistry. *ELECTROPHORESIS* 29 (22), 4443–4453. DOI: 10.1002/e1ps.200800121
- Rapp, B. E., 2017. Chapter 17 - hydraulic resistance. In: *Rapp, B. E. (Ed.), Microfluidics: Modelling, Mechanics and Mathematics. Micro and Nano Technologies*. Elsevier, Oxford, pp. 351–370. DOI: 10.1016/B978-1-4557-3141-1.50017-4
- Wang, L., 2009. *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Springer.
- Wang, Y., Wang, P., Qin, J., 2021. Microfluidic organs-on-a-chip for modeling human infectious diseases. *Accounts of Chemical Research* 54 (18), 3550–3562. DOI: 10.1021/acs.accounts.1c00411
- Welch, G., Bishop, G., 2006. *An Introduction to the Kalman Filter*. Tech. rep., University of North Carolina at Chapel Hill.
- White, F. M., 2008. *Mecánica de fluidos*, 6th Edition. McGraw-Hill.
- Çengel, Y. A., Cimbala, J. M., Balderas Tapia, L., 2018. *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones*, 4th Edition. McGraw-Hill Interamericana.