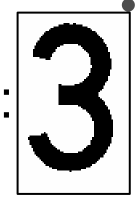
Lección 5: Morfología

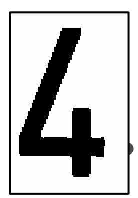
1. Introducción
2. Expansión y contracción
3. Dilatación y erosión
4. Apertura y cierre
5. Esqueletos
6. Mapas de distancia

1 / 6. Introducción

- **Morfología:** estudio de la **forma** de las componentes conexas.
- Operadores **algebráicos** aplicables a imágenes binarias para extraer componentes útiles en la representación de la forma
  - Contornos
  - Envolvente convexo
  - Esqueletos
- Se busca:
  - Simplificación de las imágenes
  - Eliminación de irrelevancias
  - Preservar características fundamentales

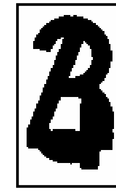
Técnicas paralelizables

A: 

B: 

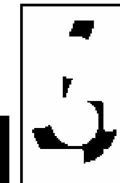
- **Definiciones:** Sean ***A*** y ***B*** imágenes binarias, ***p*** y ***q*** dos pixels con índices **[i,j]** y **[k,l]** respectivamente, y Ω la imagen binaria universal.
- **Unión:**

$$A \cup B = \{p | p \in A \vee p \in B\}$$



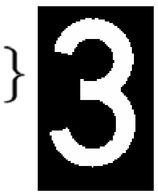
- **Intersección:**

$$A \cap B = \{p | p \in A \wedge p \in B\}$$



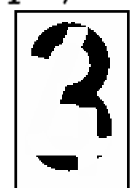
- **Complemento:**

$$\overline{A} = \{p | p \in \Omega \wedge p \notin A\}$$



- **Diferencia:**

$$A - B = A \cap \overline{B}$$



- **Traslación:**

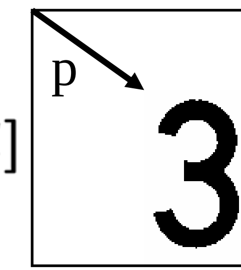
$$A_p = \{a + p | a \in A\}$$

  - **Suma vectorial:**

$$p + q = [i + k, j + l]$$

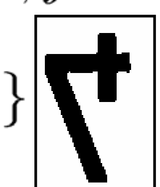
  - **Resta Vectorial:**

$$p - q = [i - k, j - l]$$



- **Reflejo:**

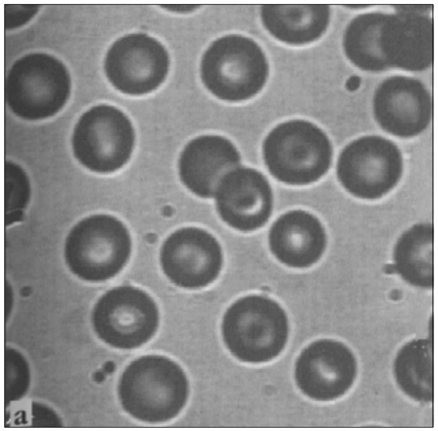
$$A' = \{-p | p \in A\}$$



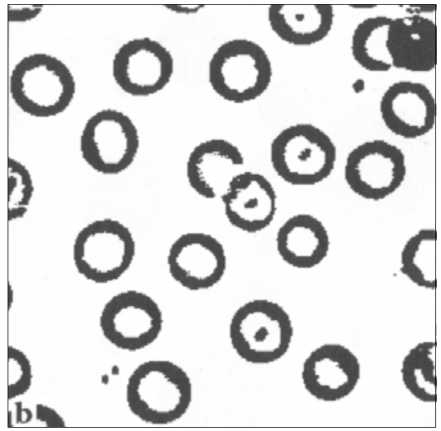
Introducción

- Ejemplo: umbralización

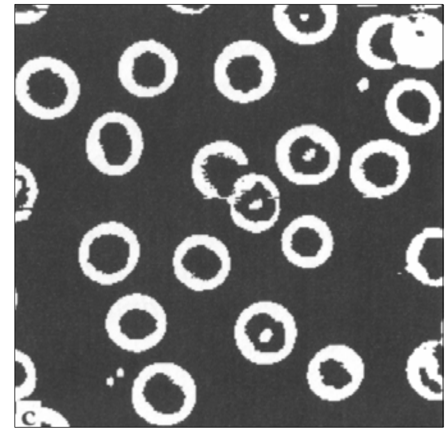
A



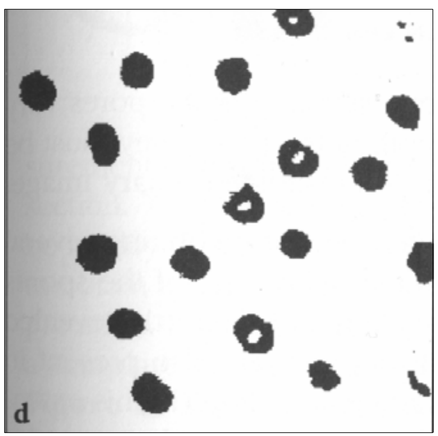
B



$\overline{B}$

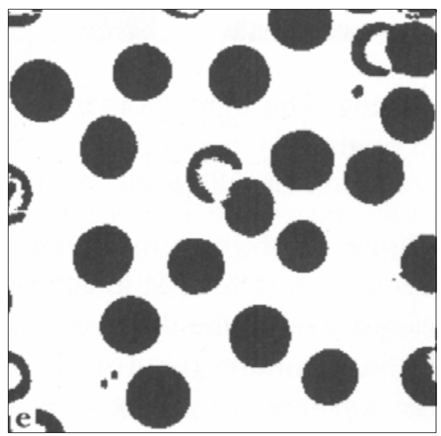


C

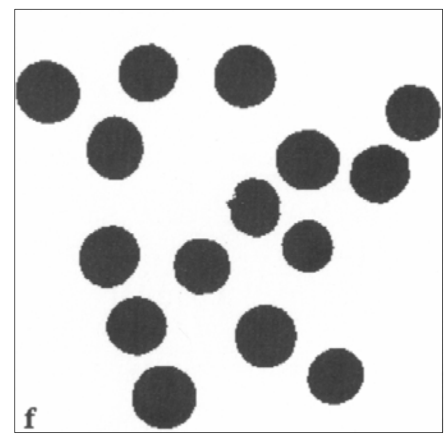


no tocan bordes

$B \cup C$



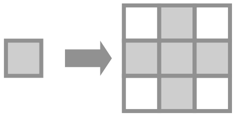
D



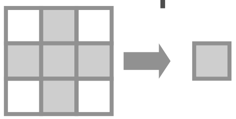
filtro tamaño

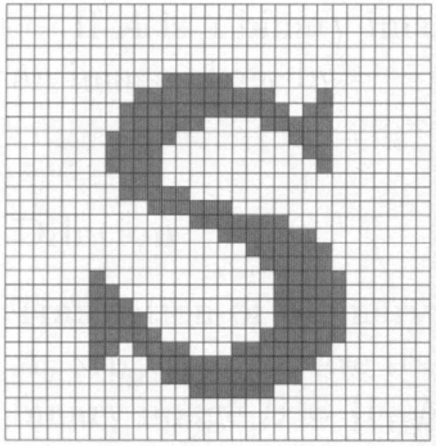
2 / 6. Expansión y contracción

- Transformaciones que convierten pixels de fondo en pixels objeto y viceversa.
- **Expansión**: cambiar un pixel de 0 a 1 si cualquier vecino es 1.

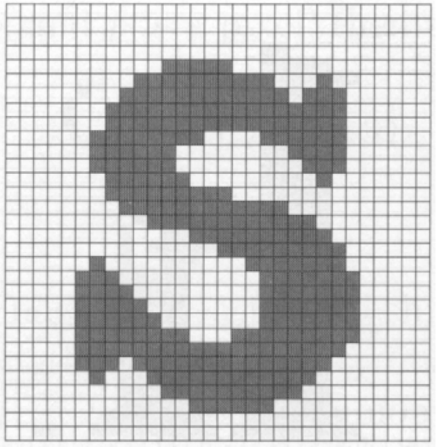


- **Contracción:** Cambiar un pixel de 1 a 0 si cualquier vecino es 0.

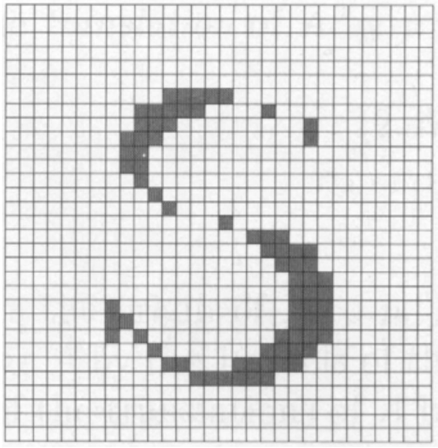




Expansión (4v)



Contracción (4v)



Expandir un blob es contraer el fondo.

S^k ***S*** expandido ***k*** veces

S^{-k} ***S*** contraído ***k*** veces

- No son conmutativas

$$(S^m)^{-n} \neq \left(S^{-n}\right)^m \neq S^{m-n}$$

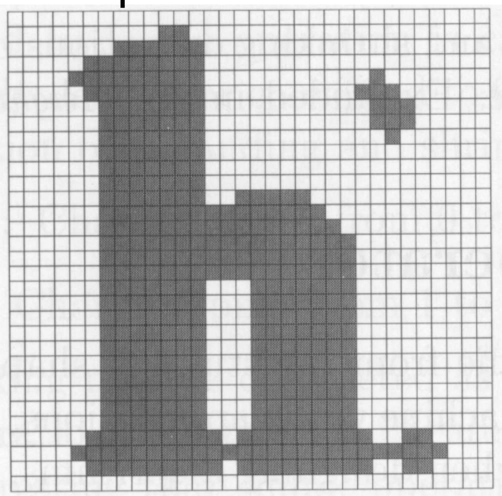
- Tampoco inversibles

$$S \subset \left(S^k\right)^{-k}$$

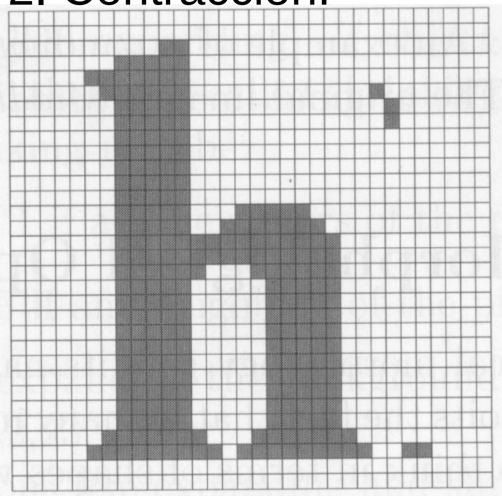
$$S \supset \left(S^{-k}\right)^k$$

Expansión y contracción

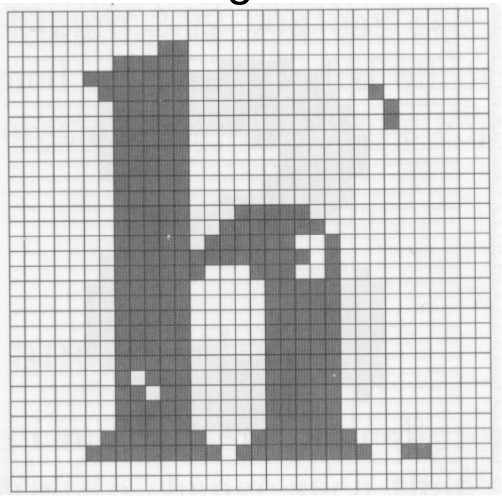
1. Expansión:



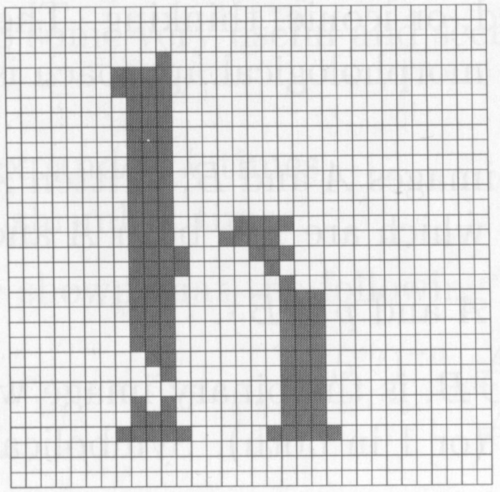
2. Contracción:



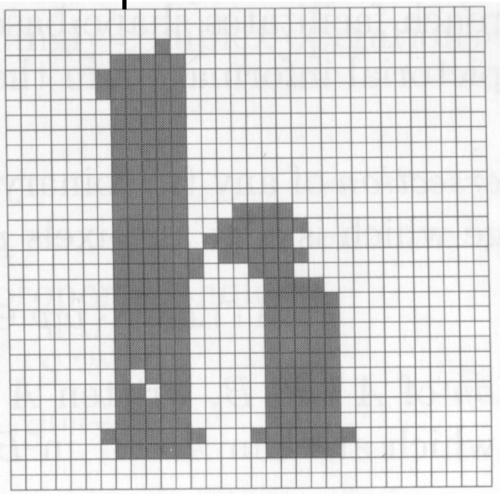
Original:



1. Contracción:



2. Expansión:

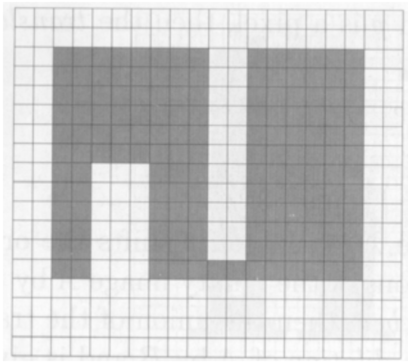


- **Expansión + Contracción**: eliminación de agujeros no deseados (sal).

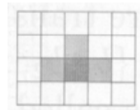
- **Contracción + Expansión:** Eliminación de ruido (pimienta).

3 / 6. Dilatación y erosión

A

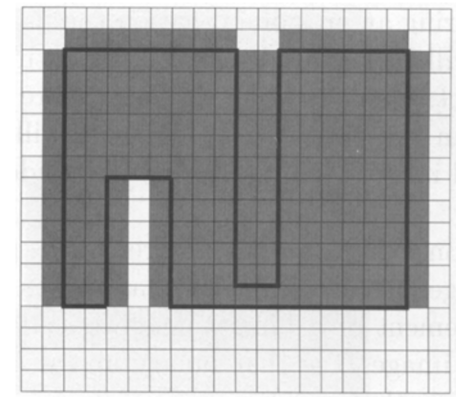


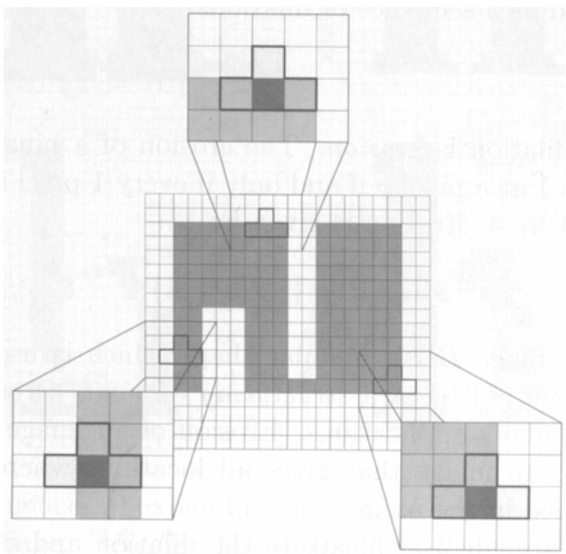
B



- **Dilatación:** unión de las traslaciones de una imagen ***A*** por cada pixel de una imagen ***B***, llamada ***elemento estructural*** o ***sonda***:

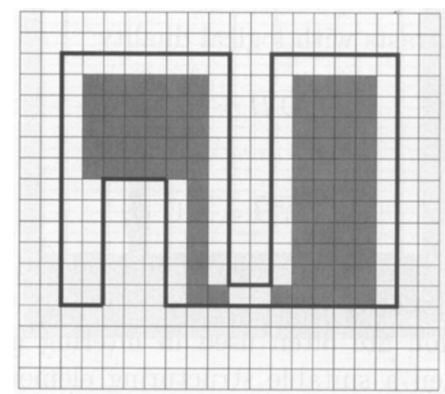
$$A \oplus B = \bigcup_{b_i \in B} A_{b_i}$$





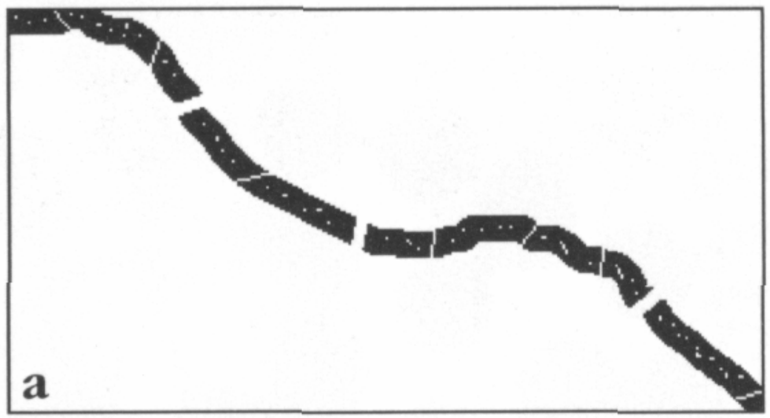
- **Erosión** Operación inversa a la dilatación:

$$A \ominus B = \{p | B_p \subseteq A\}$$

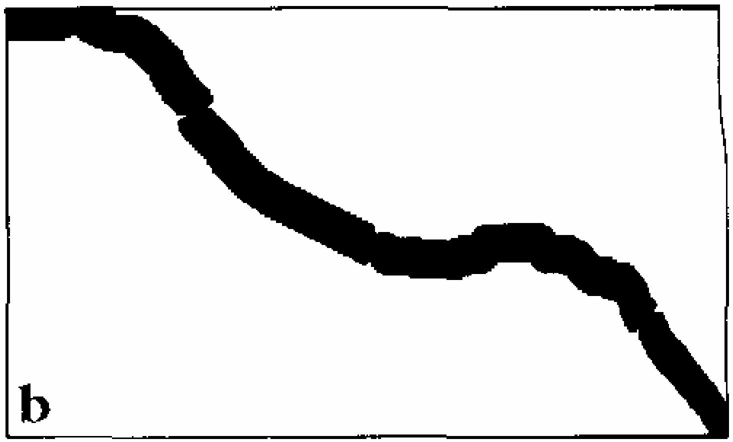


¿Asociativas y conmutativas?

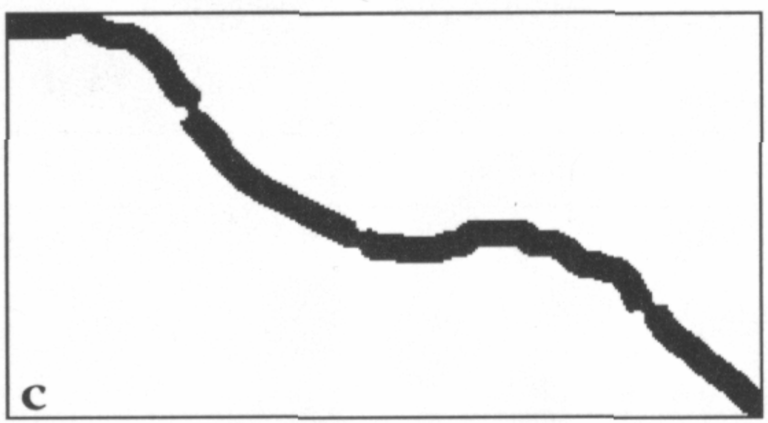
Conexión de objetos



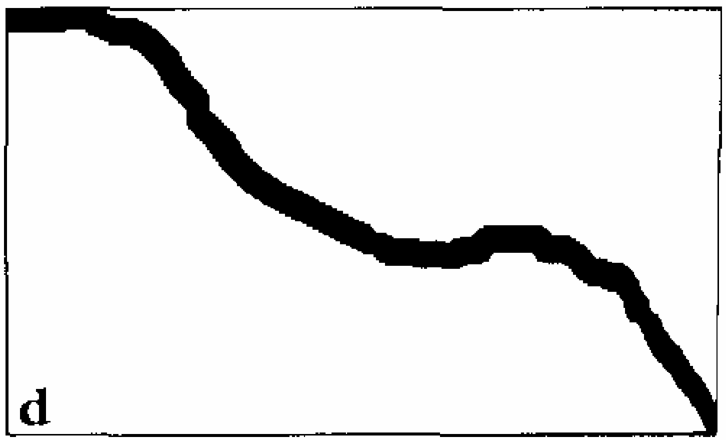
Original



Dilatada dos veces



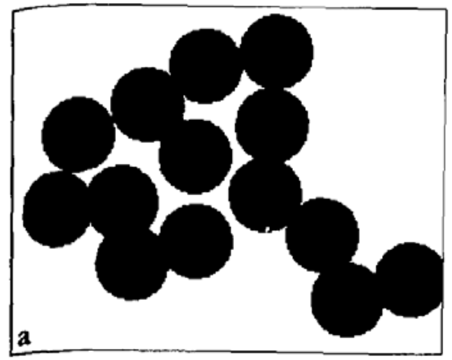
Erosionada dos veces



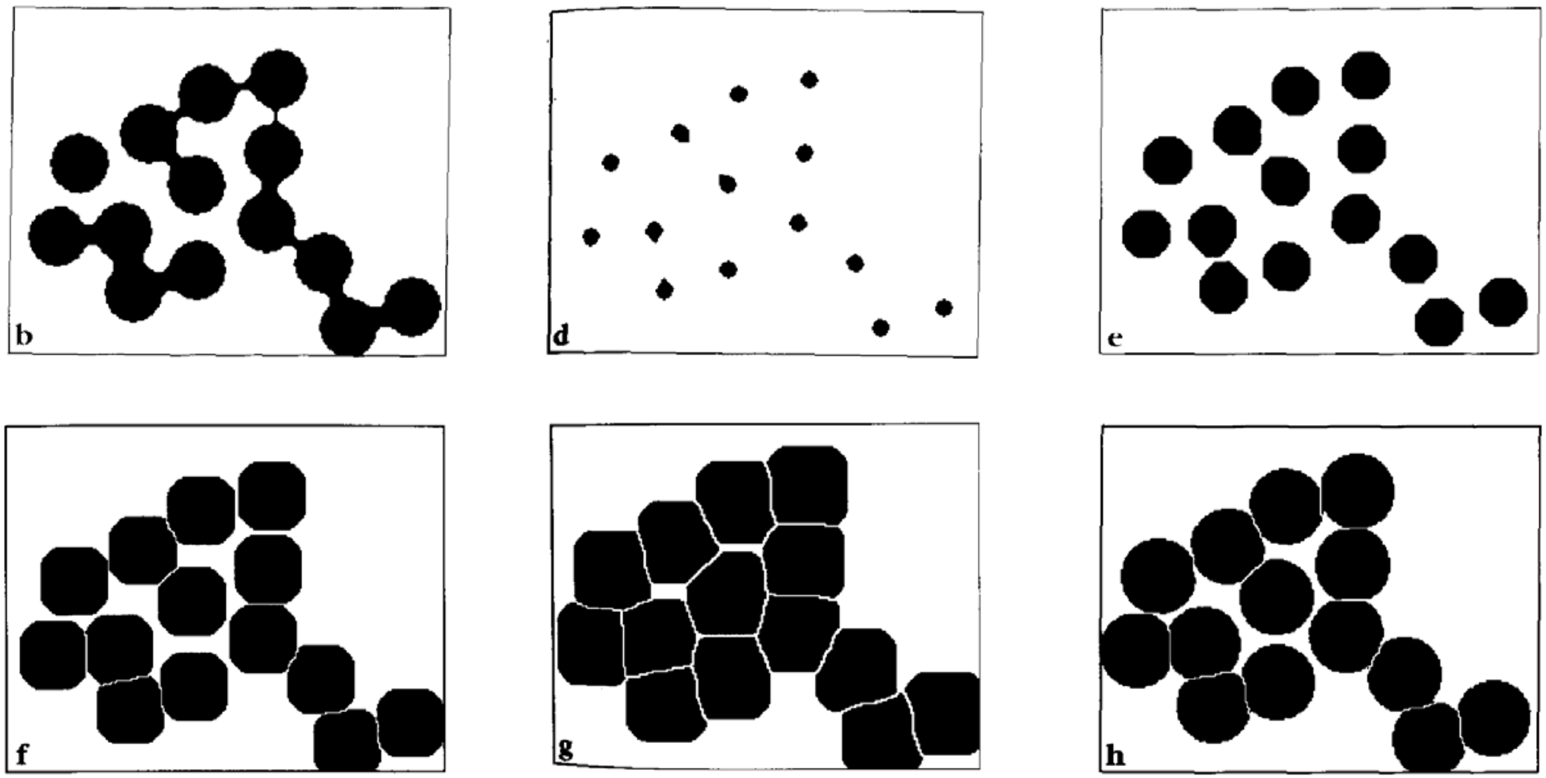
Dilatada y erosionada
cuatro veces

Separación de objetos

a. Original
b. Erosionada dos veces
d. Erosionada siete veces



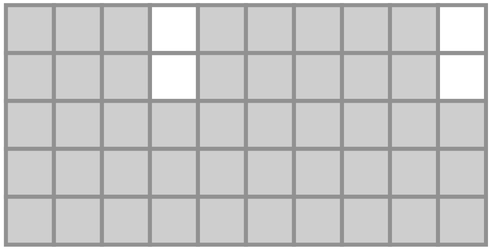
e. Dilatada cuatro veces con XOR
f. Dilatada siete veces con XOR
g. Dilatada nueve veces con XOR
h. AND con imagen original



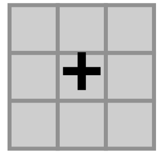
Extracción de contornos

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

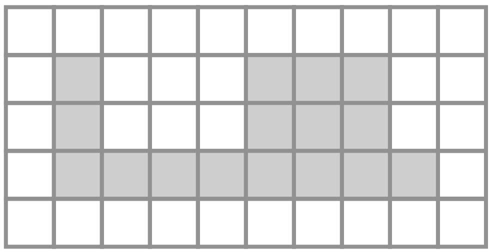
A



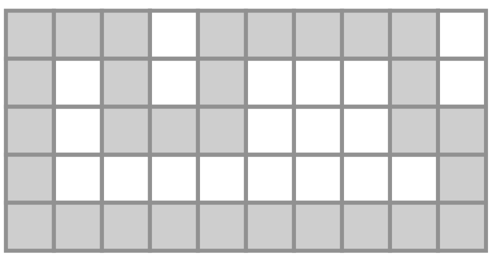
B



$A \ominus B$



$\beta(A)$



A

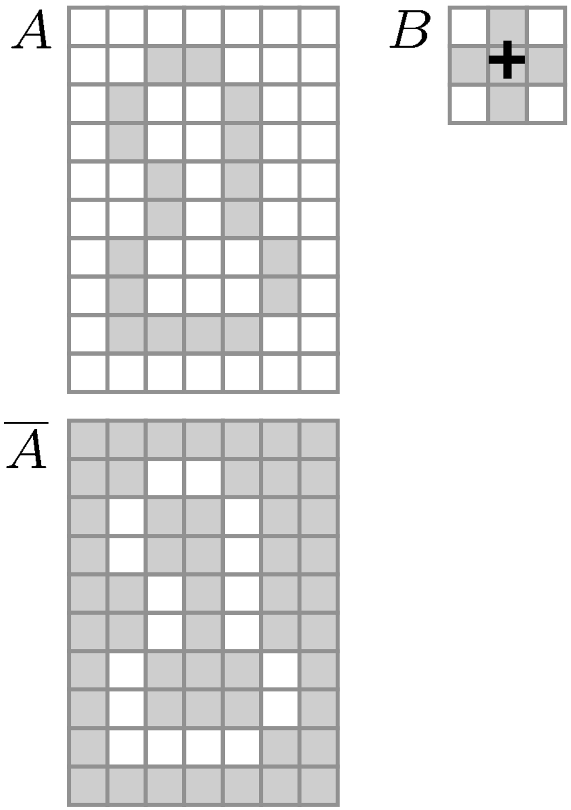
$A \ominus B$

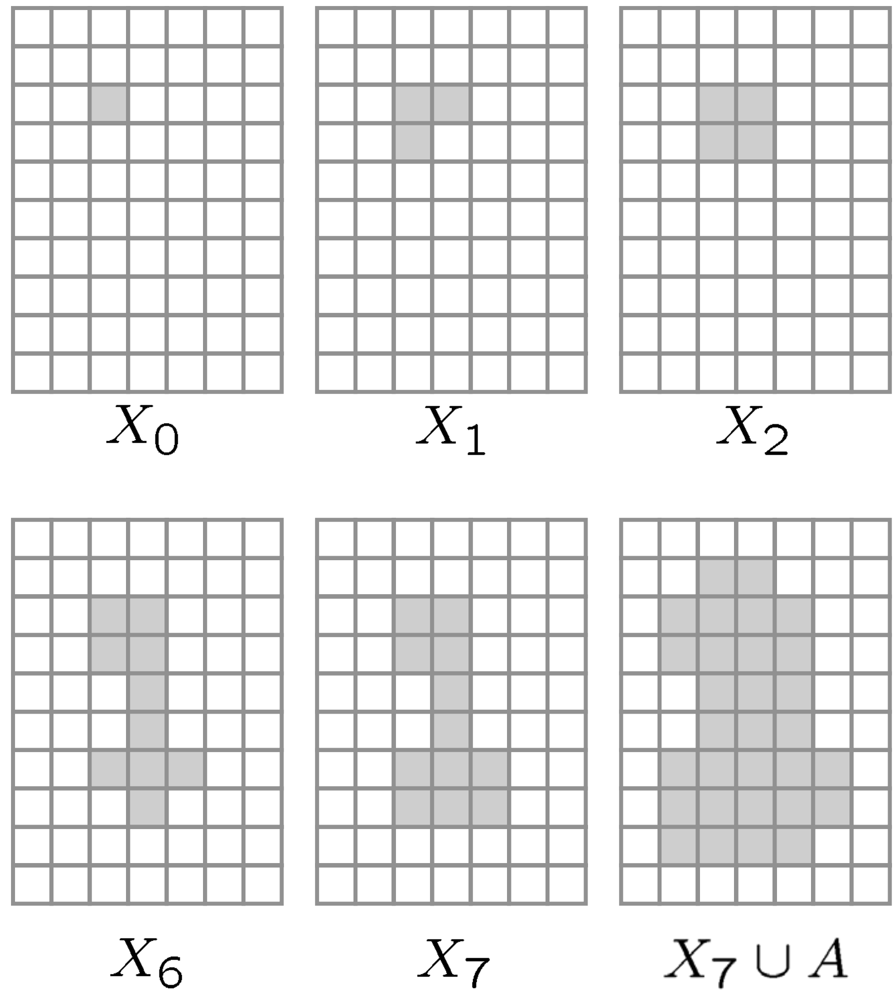
$\beta(A)$

Rellenado de regiones

$$X_0 = p$$

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap \overline{A}$$





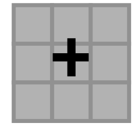
$$X_k = X_{k-1}$$

Agujeros

M

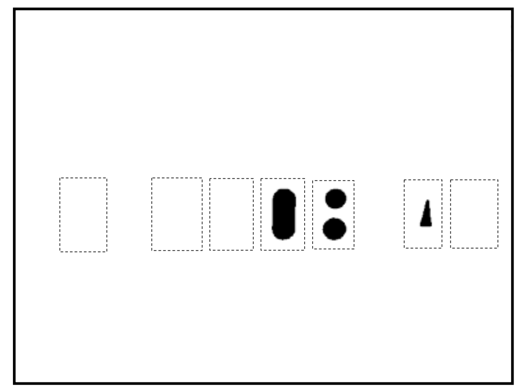
$A = \overline{M}$

B



X_0

X_n



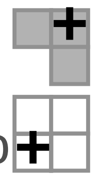
El área total puede ser menos sensible al ruido, aunque el número de Euler puede ser más discriminante.

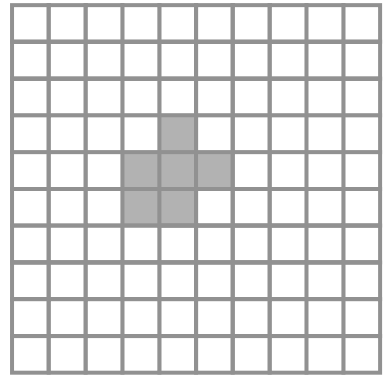
Hit or Miss

- Selección de pixels con ciertas propiedades (esquinas, aislados, bordes).

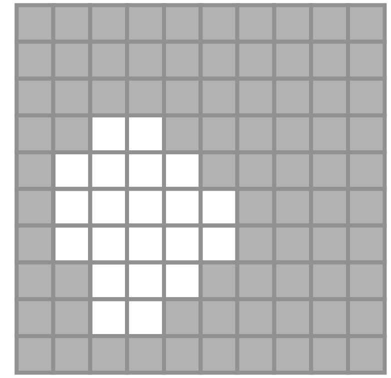
$$B = (J, K),\ \ J \cap K = \emptyset$$

$$A \otimes B = (A \ominus J) \cap (\overline{A} \ominus K)$$



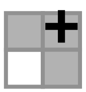
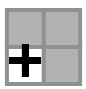
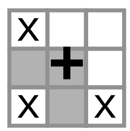


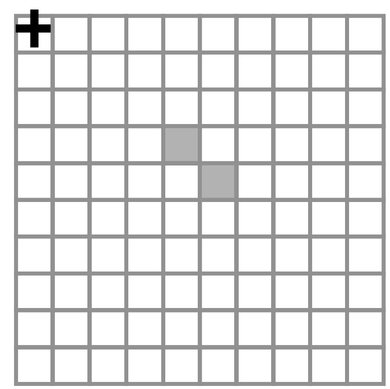
$A \ominus J$



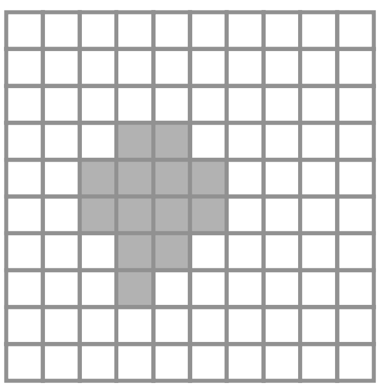
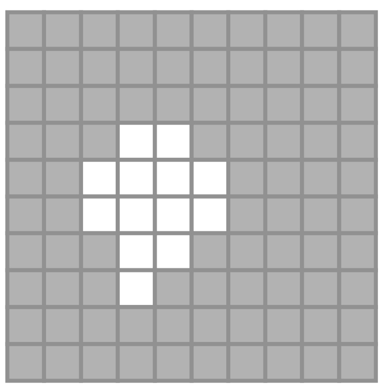
$\overline{A} \ominus K$

- Ejemplo: esquinas sup. der.
- ***J***: descripción de pixels objeto
- ***K***: descripción de pixels fondo

J  K  B 



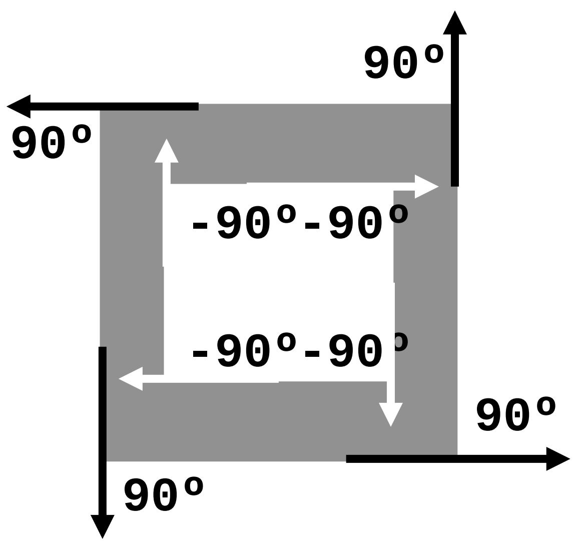
$(A \ominus J) \cap (\overline{A} \ominus K)$

A  $\overline{A}$ 

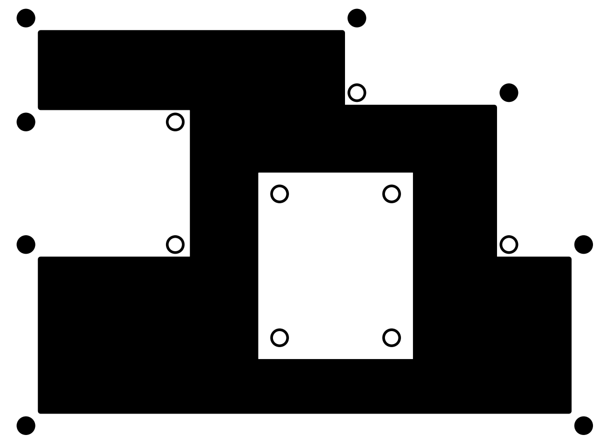
Cálculo del número de Euler

$$Eu = C - H$$

- Dada una línea poligonal cerrada, la suma de sus ángulos debe ser igual a +- 360º



- El número de Euler es igual al número de esquinas convexas menos el número de esquinas cóncavas, todo dividido por cuatro:



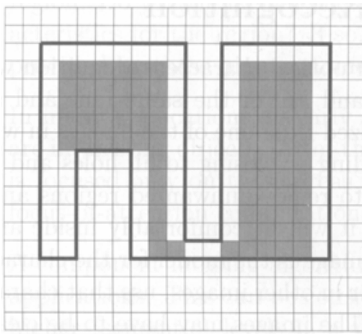
$$\frac{N_\bullet - N_\circ}{4} = 0$$

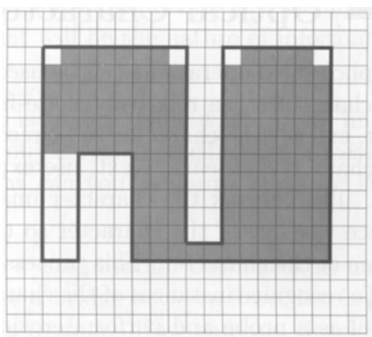
***C* y *H* no pueden calcularse separadamente**

4 / 6. Apertura y cierre

- **Apertura:** erosión + dilatación con la misma sonda

$$A \circ K = (A \ominus K) \oplus K$$



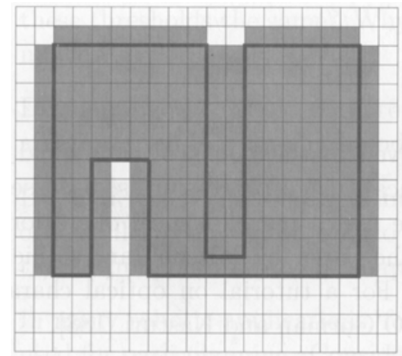


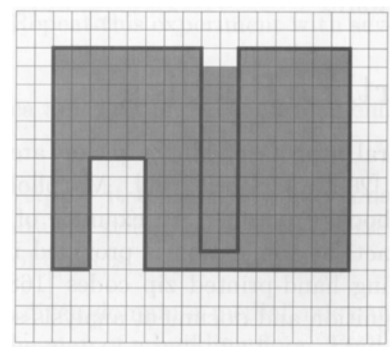
- Elimina todas las regiones demasiado pequeñas para contener la sonda

$$A \circ K \circ K = A \circ K$$

- **Cierre:** dilatación + erosión con la misma sonda.

$$A \bullet K = (A \oplus K) \ominus K$$





- Rellena todas los agujeros y cavidades más pequeños que la sonda

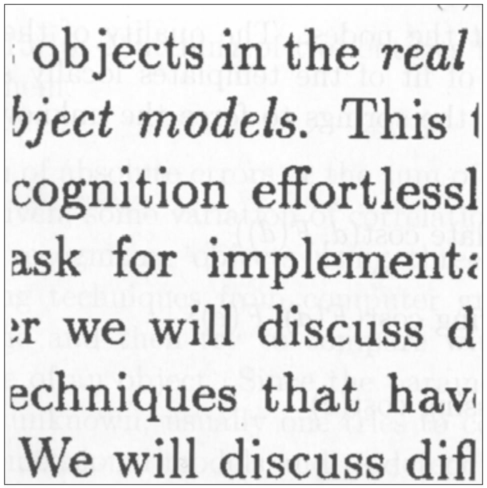
$$A \bullet K \bullet K = A \bullet K$$

Son idempotentes

Aplicaciones

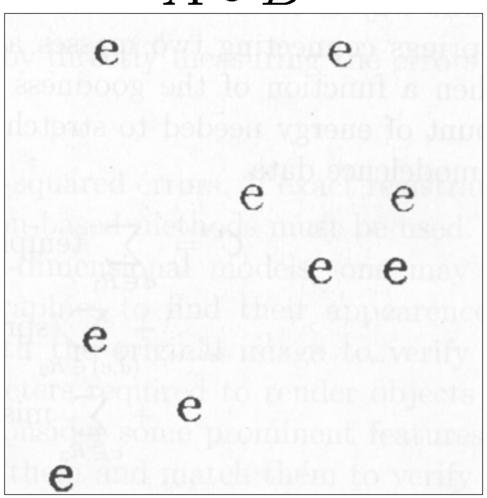
- **Template matching**

A

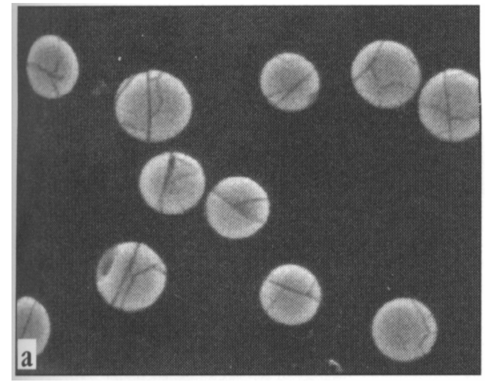


B

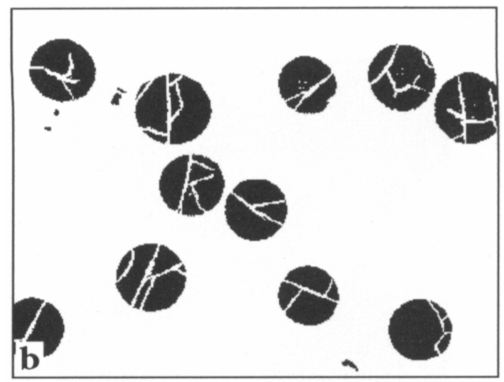
$A \circ B$



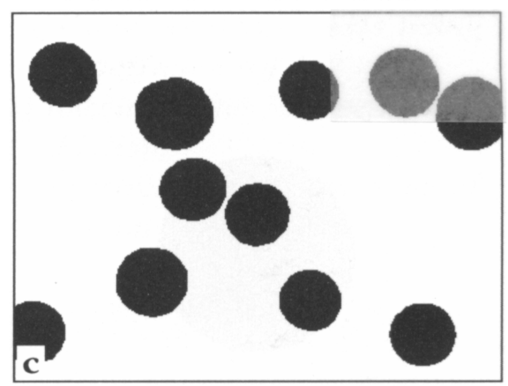
- **Reconstrucción**



Original



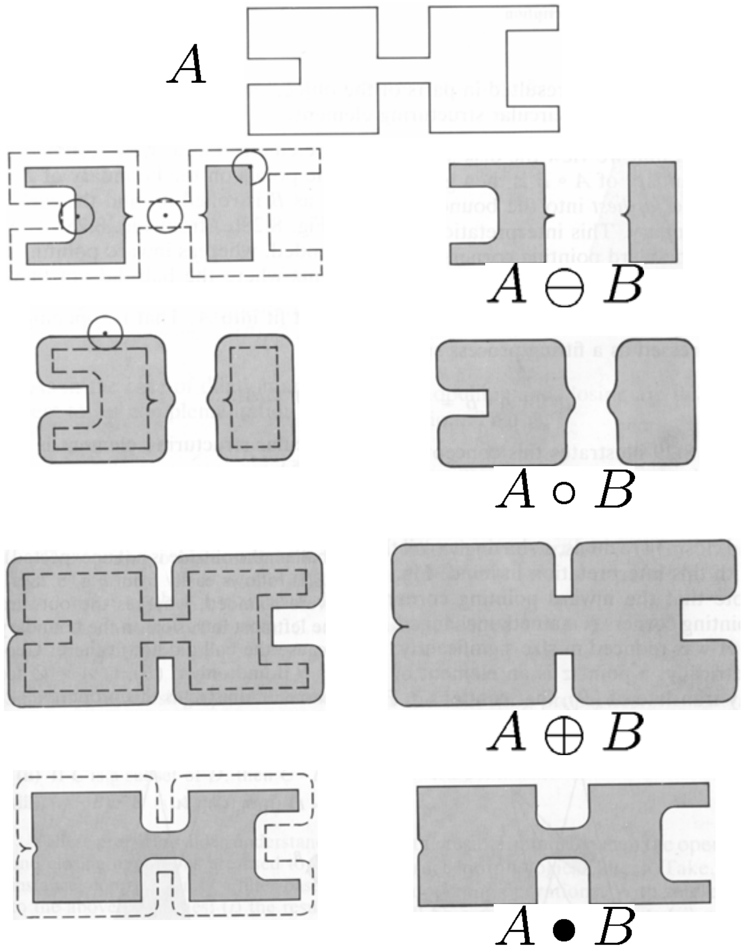
Umbralizada



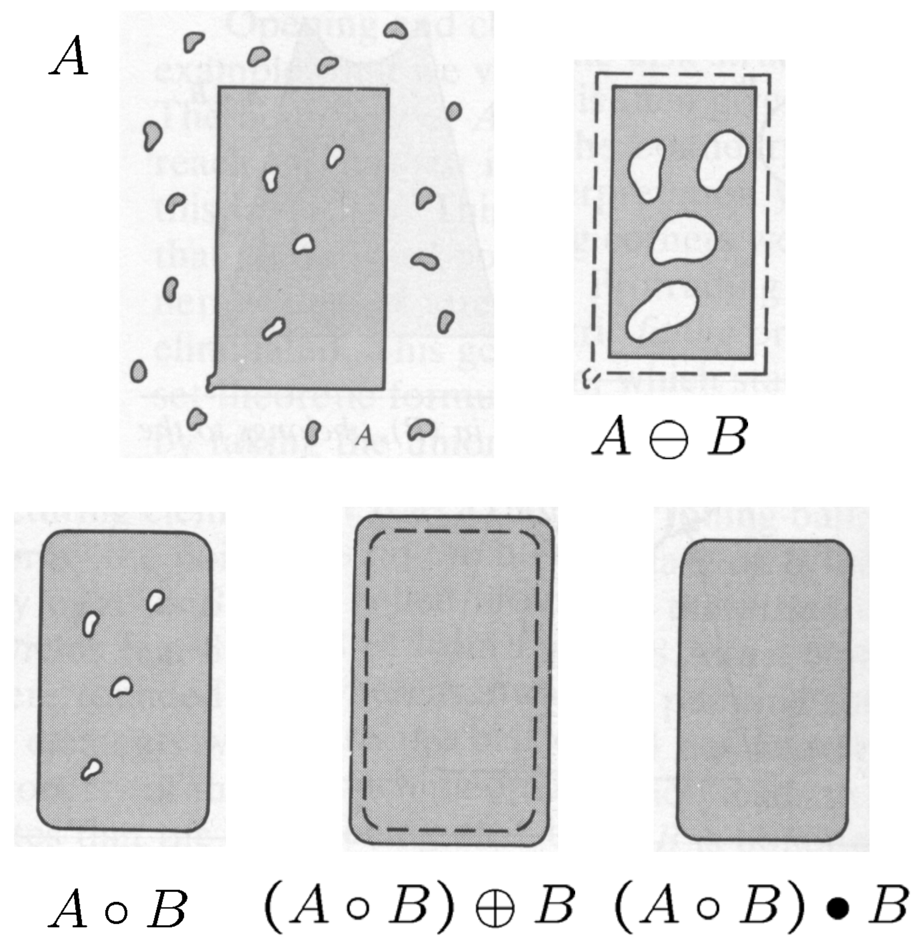
Cierre

Aplicaciones

- **Suavizado:**

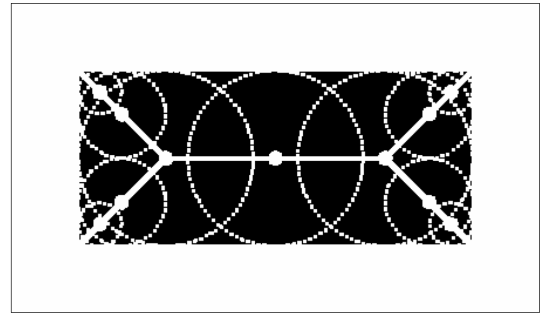


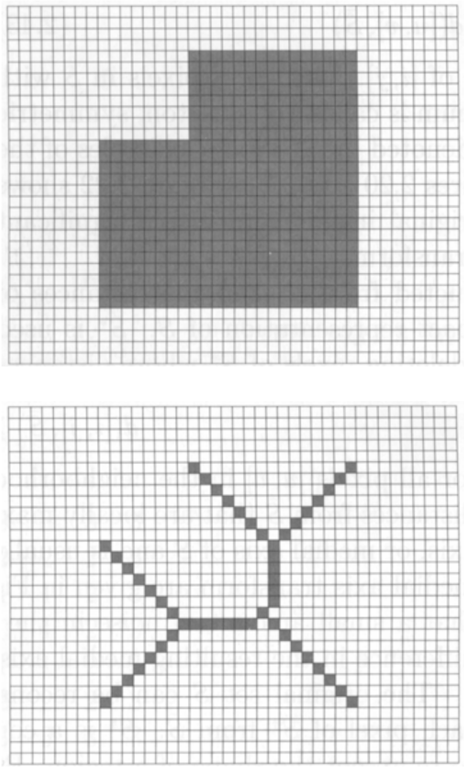
- **Filtrado morfológico:** B es un disco de tamaño >= que todas las componentes de ruido. $(A \circ B) \bullet B$



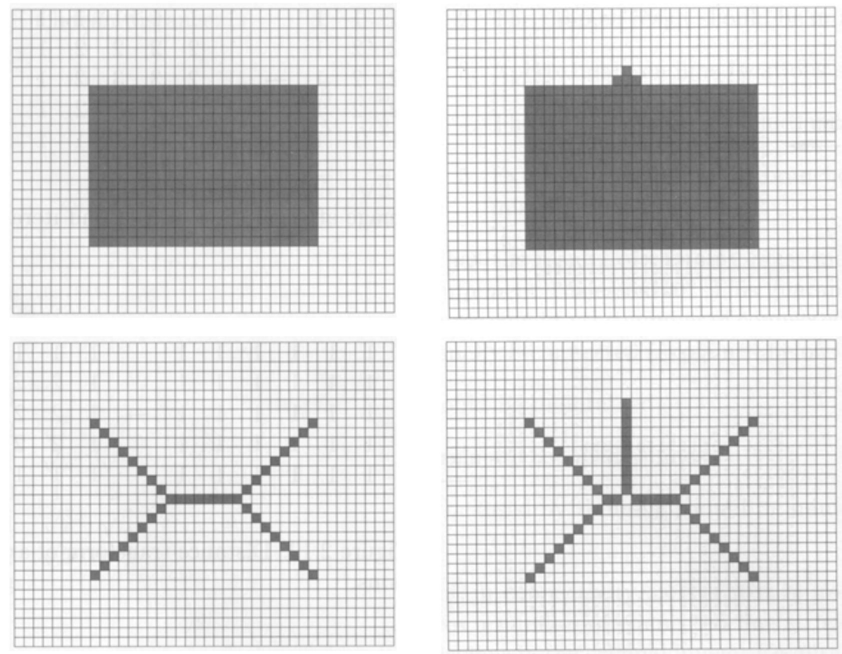
5 / 6. Esqueletos

- **Esqueleto, Eje Simétrico, o Eje Medio S*:** lugar geométrico de los centros de círculos (al menos) bitangentes.





- Es muy sensible al ruido.

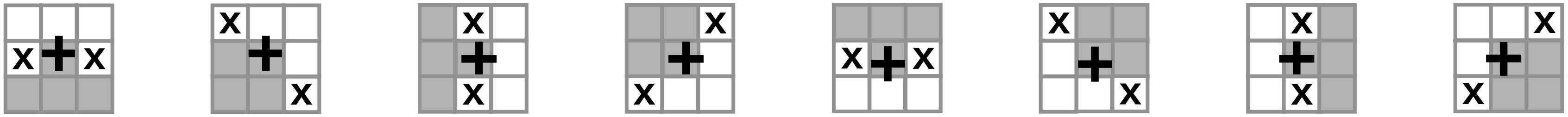


- S* es una representación compacta de S; representa la *forma* de la región.

La frontera también es una representación compacta de una región.

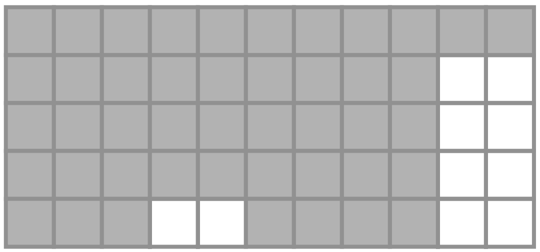
Adelgazamiento

B^1 B^2 B^3 B^4 B^5 B^6 B^7 B^8

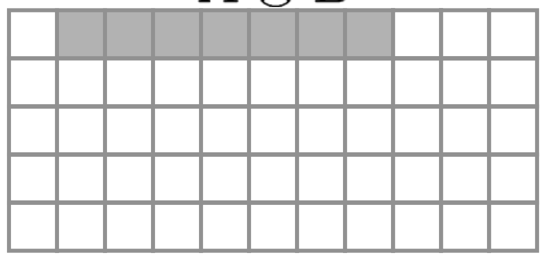


$$A \odot B^i = A - (A \otimes B^i)$$

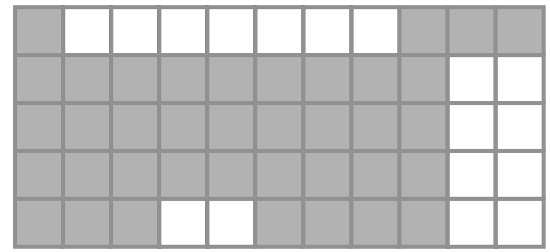
A



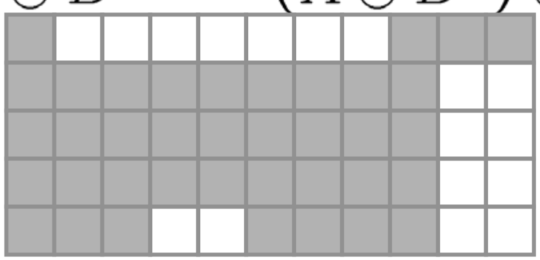
$A \otimes B^1$



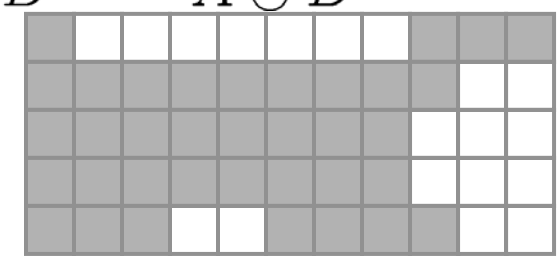
$A \odot B^1$



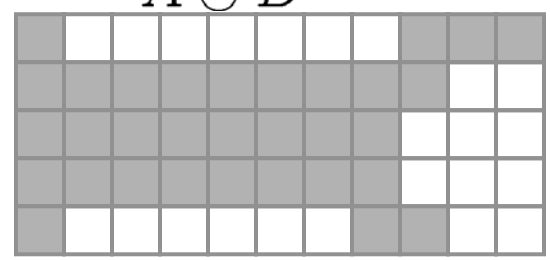
$A \odot B^{1,2} = (A \odot B^1) \odot B^2$



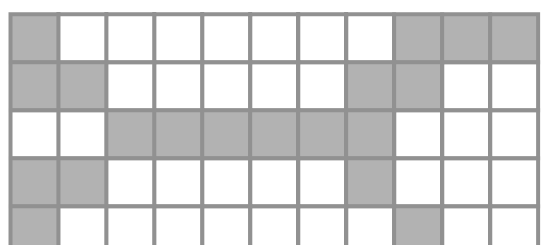
$A \odot B^{1,2,3}$



$A \odot B^{1,2,3,4,5}$

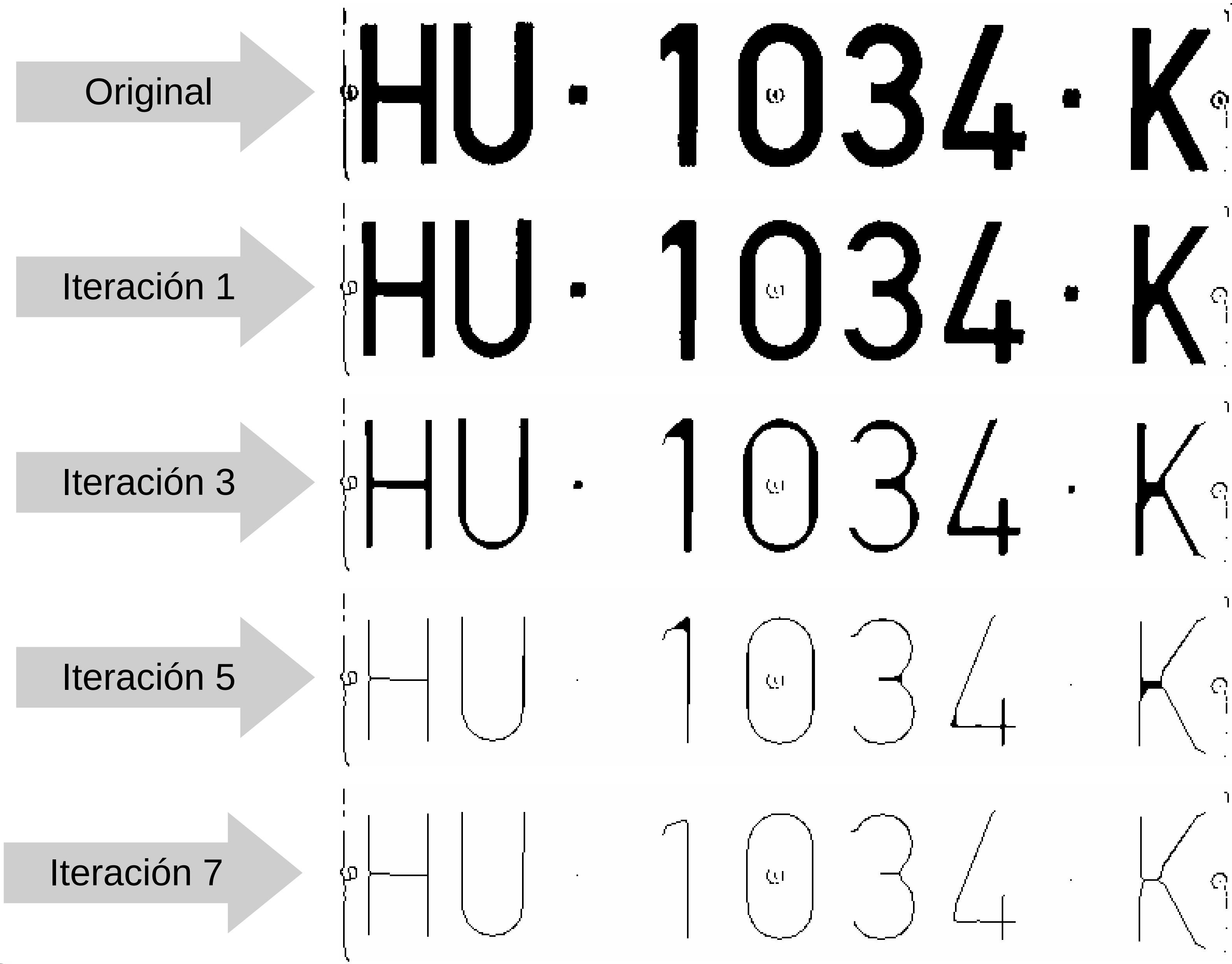


$$\begin{aligned} X_0 &= A \\ X_k &= X_{k-1} \odot B^{\{1,\cdots,n\}} \end{aligned}$$



resultado final

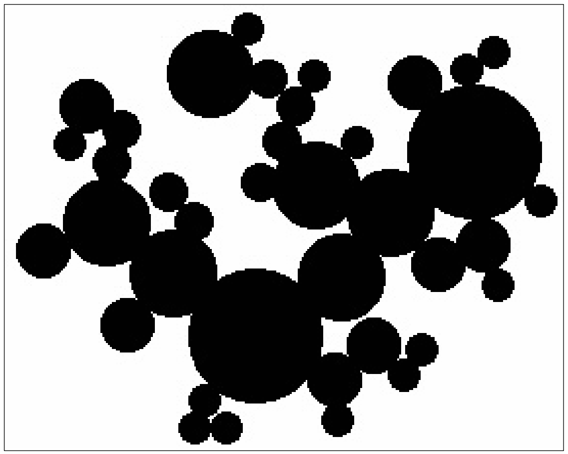
Adelgazamiento



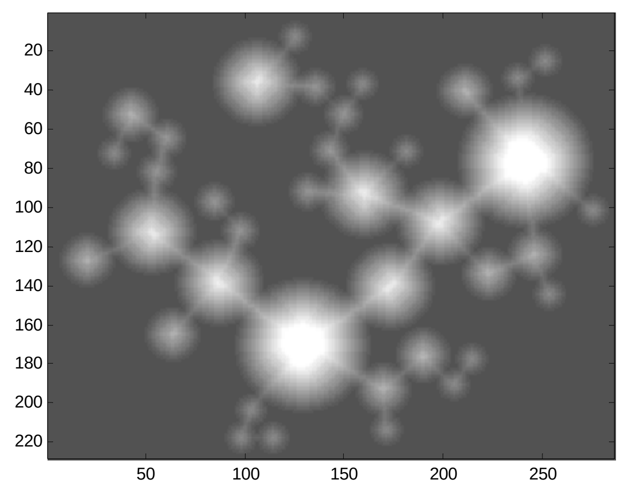
6 / 6. Mapa de distancias (EDM)

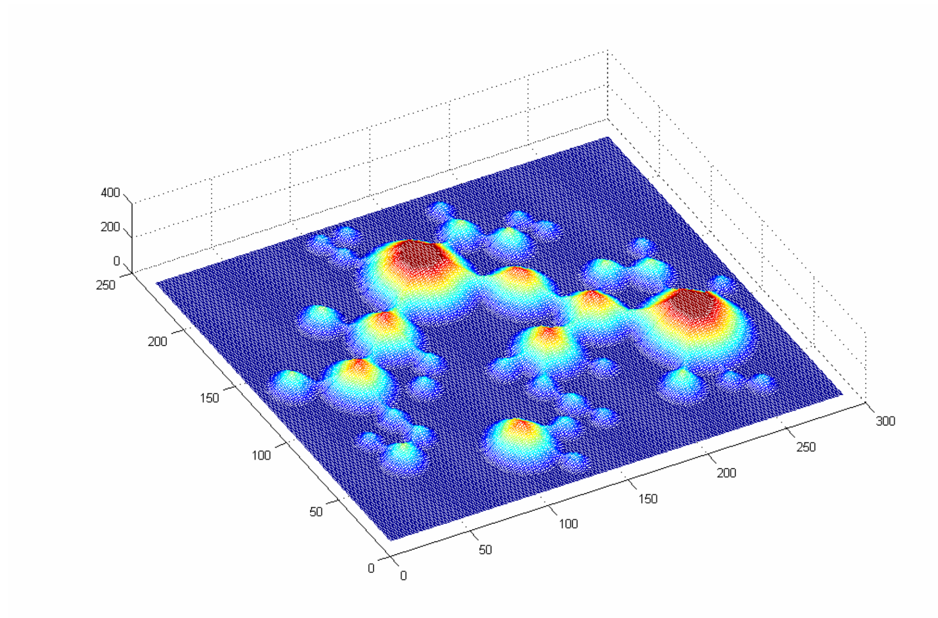
- Imagen que representa la distancia mínima de c/pixel con el fondo.

A



D





$D(3d)$

Hay varias posibles definiciones para distancia.

Medidas de Distancia

- Propiedades fundamentales:

$$\forall p, q, r:$$

1. $d(p,q) \geq 0$,
   $d(p,q) = 0 \Leftrightarrow p = q$
2. $d(p,q) = d(q,p)$
3. $d(p,r) \leq d(p,q) + d(q,r)$

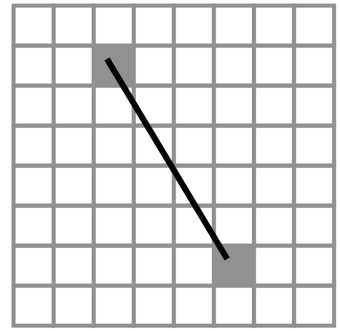
$$d([i_1, j_1], [i_2, j_2]) =$$

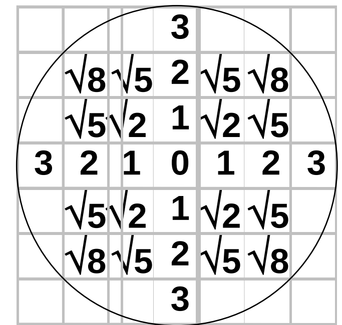
1. Euclidiana:
   $$\sqrt{(i_1 - i_2)^2 + (j_1 - j_2)^2}$$
2. Manhattan:
   $$|i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$$
3. Ajedrez:
   $$\max(|i_1 - i_2|, |j_1 - j_2|)$$

Euclidiana: más cercana al caso real; más costosa de calcular.

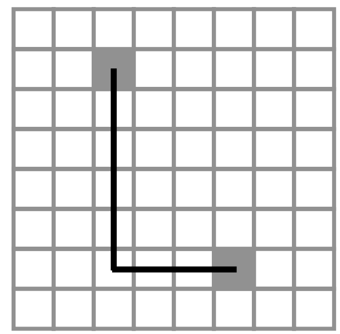
Discos: pixels a distancia <= k.

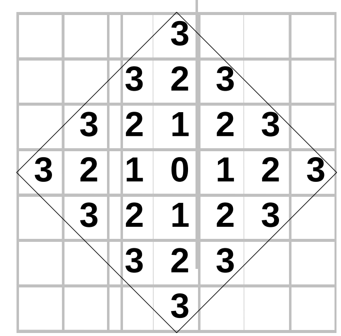
1.



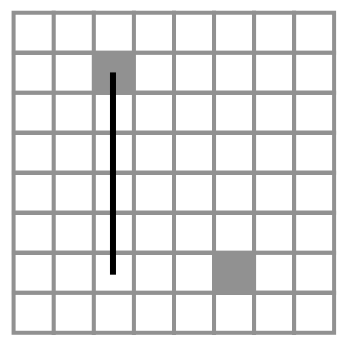


2.





3.



3	3	3	3	3	3	3
3	2	2	2	2	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	1	0	1	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3

Obtención del mapa de distancias

$$\begin{aligned} f^0[i,j] &= B[i,j] \\ f^m[i,j] &= f^0[i,j] \\ &+ \min\left(f^{m-1}[u,v]\right) \end{aligned}$$

$$\forall [u,v] : d([u,v],[i,j]) = 1$$

1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	1
1	1	1	1	1	1

- **Iteración 0:** imagen original.
- **Iteración 1:** Todos los pixels no adyacentes al fondo cambian a 2.
- **Siguientes iteraciones:** pixels más lejanos al fondo van cambiando.
- Ningún pixel cambia cuando las distancias de todos han sido calculadas.

1	1	1	1	1	**1**
1	**2**	2	2	**2**	1
1	2	**3**	**3**	2	1
1	2	**3**	**3**	2	1
1	**2**	2	2	**2**	1
1	1	1	1	1	**1**

- **Eje medio:** pixels con más de un pixel de fondo a distancia mínima.