# Solución al ejercicio propuestos en la clase 6

**1.** Demostrar que el conjunto $X = \{p, x, y \,|\, p(x)\!\downarrow\; \wedge\, \varphi_p(x) = y\}$ es indecidible.

Pista: Utilizar un argumento parecido al del problema de parada.

**Demostración:**
Sea $q_0$ un programa que para siempre. Veamos que $q_0$ no puede resolver $X$, es decir, no se puede cumplir que

$$p, x, y \in X \Longrightarrow \varphi_{q_0}(p, x, y) = 1$$

$$p, x, y \in X \Longrightarrow \varphi_{q_0}(p, x, y) = 0$$

Sea $R$ el siguiente programa

Entrada x
u:=pairing(x,x,1);
ejecutar($q_0$,u,resultado);
Si resultado=0 entonces devuelve 1
sino bucle infinito
Fin.

Vamos a ver si $q_0$ responde bien a saber si $R, R, 1$ está en X ó no.
Si $R, R, 1$ está en $X$ entonces $R(R)\!\downarrow$ con lo cual (mirando R) la única posibilidad es que $q_0$ con entrada $R, R, 1$ devuelva 0. Luego $q_0$ contesta mal.
Si $R, R, 1$ no está en $X$ entonces $R$ con entrada $R$ no devuelve 1 (o no para o para y devuelve otro valor) con lo cual (mirando R) la única posibilidad es que $q_0$ con entrada $R, R, 1$ devuelva algo distinto de 0. Luego $q_0$ contesta mal.