

Problemas sobre simplificación de gramáticas 28-11-14

1. Dar una gramática en forma normal de Chomsky que genere cada uno de los siguientes lenguajes:

1) $L = \{a^m b^n \mid m \geq n\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$$S \rightarrow a S b \mid a S \mid \varepsilon$$

Transformación a forma normal de Chomsky:

$$\begin{aligned} 1.) & S_0 \rightarrow S \\ & S \rightarrow a S b \mid a S \mid \varepsilon \\ 2.) & S_0 \rightarrow \underline{S} \mid \varepsilon \\ & S \rightarrow a S b \mid a S \mid a b \mid a \\ 3.) & S_0 \rightarrow \underline{a S b} \mid \underline{a S} \mid \underline{a b} \mid a \mid \varepsilon \\ & S \rightarrow \underline{a S b} \mid \underline{a S} \mid \underline{a b} \mid a \\ 4.) & S_0 \rightarrow A T \mid A S \mid A B \mid a \mid \varepsilon \\ & S \rightarrow A T \mid A S \mid A B \mid a \\ & T \rightarrow S B \\ & A \rightarrow a \\ & B \rightarrow b \end{aligned}$$

2) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tiene exactamente el doble de as que de bs}\}$

Gramática que genera L:

$$S \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a b S a \mid S S \mid \varepsilon$$
 sin justificar

Faltan algunos casos, por ejemplo aaabbbbaaa

La gramática correcta es

$$S \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a S b S a \mid S S \mid \varepsilon$$

La forma más fácil de justificarlo es dibujando la gráfica de

$|w|_a - 2|w|_b$ y considerando todos los casos (siempre ≥ 0 , siempre ≤ 0 , positivo y negativo pasando por 0 en algún momento, positivo y negativo sin pasar por 0)

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a b S a \mid S S \mid \epsilon$
- 2.) $S_0 \rightarrow S \mid \epsilon$
 $S \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a b S a \mid S S$
- 3.) $S_0 \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a b S a \mid S S \mid \epsilon$
 $S \rightarrow a a S b \mid b S a a \mid a b S a \mid S S$
- 4.) $S_0 \rightarrow P Q \mid R P \mid T W \mid S S \mid \epsilon$
 $S \rightarrow P Q \mid R P \mid T W \mid S S$
 $P \rightarrow A A$
 $Q \rightarrow S B$
 $R \rightarrow B S$
 $T \rightarrow A B$
 $W \rightarrow S A$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

3) $L = \{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow a a S b \mid a S b \mid \epsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow a a S b \mid a S b \mid \epsilon$
- 2) $S_0 \rightarrow \underline{S} \mid \epsilon$
 $S \rightarrow a a S b \mid a S b \mid a a b \mid a b$
- 3) $S_0 \rightarrow \underline{a a S b} \mid \underline{a S b} \mid \underline{a a b} \mid \underline{a b} \mid \epsilon$
 $S \rightarrow \underline{a a S b} \mid \underline{a S b} \mid \underline{a a b} \mid \underline{a b}$
- 4) $S_0 \rightarrow T R \mid A R \mid T B \mid A B \mid \epsilon$
 $S \rightarrow T R \mid A R \mid T B \mid A B$
 $T \rightarrow A A$
 $R \rightarrow S B$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

4) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + n \geq p + q\}$

Gramática que genera L:

$S \rightarrow a S d \mid Z \mid U$

$Z \rightarrow b Z d \mid T$ * $m \leq q$

$T \rightarrow b T c \mid b T \mid \epsilon$

$U \rightarrow a U c \mid a U \mid T$ * $m \geq q$

Transformación a forma normal de Chomsky:

1. $S \rightarrow a S d \mid Z \mid U \mid \varepsilon$
 $Z \rightarrow b Z d \mid T \mid b d$
 $T \rightarrow b T c \mid b T \mid b c \mid b$
 $U \rightarrow a U c \mid a U \mid T \mid a c \mid a$
2. $S \rightarrow a S d \mid b Z d \mid b T c \mid b T \mid b c \mid b \mid b d \mid a U c \mid a U \mid a c \mid a \mid \varepsilon$
 $Z \rightarrow b Z d \mid b T c \mid b T \mid b c \mid b \mid b d$
 $T \rightarrow b T c \mid b T \mid b c \mid b$
 $U \rightarrow a U c \mid a U \mid b T c \mid b T \mid b c \mid b \mid a c \mid a$
3. $S \rightarrow P D \mid Q D \mid Y C \mid B T \mid B C \mid b \mid B D \mid X C \mid A U \mid A C \mid a \mid \varepsilon$
 $Z \rightarrow Q D \mid Y C \mid B T \mid B C \mid b \mid B D$
 $T \rightarrow Y C \mid B T \mid B C \mid b$
 $U \rightarrow X C \mid A U \mid Y C \mid B T \mid B C \mid b \mid A C \mid a$
 $P \rightarrow A S$
 $Q \rightarrow B Z$
 $Y \rightarrow B T$
 $X \rightarrow A U$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow c$
 $D \rightarrow d$

Mal, el resultado no está en forma normal del Chomsky porque incluye

$S \rightarrow \varepsilon$

$P \rightarrow A S$

Si S genera ε no puede aparecer S en ninguna parte derecha.

Por eso si ε está en el lenguaje generado hay que añadir una nueva variable inicial S_0 .

(Lo he aclarado un poco más en las transparencias de teoría.)

5) $L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \}$ **correcto**

Gramática que genera L :

$S \rightarrow a S a \mid b S b \mid a \mid b \mid \varepsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow a S a \mid b S b \mid a \mid b \mid \varepsilon$

- 2.) $S_0 \rightarrow \underline{S} \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow a S a \mid b S b \mid a \mid b \mid a a \mid b b$
- 3.) $S_0 \rightarrow \underline{a S a} \mid \underline{b S b} \mid a \mid b \mid \underline{a a} \mid \underline{b b} \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow \underline{a S a} \mid \underline{b S b} \mid a \mid b \mid \underline{a a} \mid \underline{b b}$
- 4.) $S_0 \rightarrow T A \mid P B \mid a \mid b \mid A A \mid B B \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow T A \mid P B \mid a \mid b \mid A A \mid B B$
 $T \rightarrow A S$
 $P \rightarrow B S$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

6) $L = \{w w^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid \varepsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid \underline{\varepsilon}$
- 2.) $S_0 \rightarrow \underline{S} \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid 0 0 \mid 1 1$
- 3.) $S_0 \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid 0 0 \mid 1 1 \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow 0 S 0 \mid 1 S 1 \mid 0 0 \mid 1 1$
- 4.) $S_0 \rightarrow T C \mid P U \mid C C \mid U U \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow T C \mid P U \mid C C \mid U U$
 $T \rightarrow C S$
 $P \rightarrow U S$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow 1$

7) $L =$ El lenguaje de todas las palabras sobre $\{a, b\}$ tales que cada prefijo tiene al menos tantas as como bs

Gramática que genera L:

$S \rightarrow S a S b S \mid a S \mid \varepsilon$

Es correcta pero se podía hacer simplemente $S \rightarrow a S b \mid a S \mid \varepsilon$ mirando la gráfica de $|w|_a - |w|_b$ que tiene que ser siempre positiva.

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow S a S b S \mid a S \mid \underline{\varepsilon}$

- 2.) $S_0 \rightarrow S \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow S a S b S \mid a S \mid a S b S \mid S a b S \mid S a S b \mid S a b \mid a S b \mid a b S \mid a b \mid a$
- 3.) $S_0 \rightarrow S a S b S \mid a S \mid a S b S \mid S a b S \mid S a S b \mid S a b \mid a S b \mid a b S \mid a b \mid \varepsilon \mid a$
 $S \rightarrow S a S b S \mid a S \mid a S b S \mid S a b S \mid S a S b \mid S a b \mid a S b \mid a b S \mid a b \mid a$
- 4.) $S_0 \rightarrow T P \mid A S \mid Q R \mid T R \mid T W \mid T B \mid Q B \mid A R \mid A B \mid \varepsilon \mid a$
 $S \rightarrow T P \mid A S \mid Q R \mid T R \mid T W \mid T B \mid Q B \mid A R \mid A B \mid a$
 $T \rightarrow S A$
 $P \rightarrow S R$
 $R \rightarrow B S$
 $Q \rightarrow A S$
 $W \rightarrow S B$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

8) $L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j \geq 1\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow T R$

$T \rightarrow a T b \mid a b$

$R \rightarrow c R d \mid c d$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S \rightarrow T R$ * Nos saltamos pasos: no hay ε -transiciones
 $T \rightarrow P B \mid A B$ no hay transiciones unarias.
 $R \rightarrow Q D \mid C D$
 $P \rightarrow A T$
 $Q \rightarrow C R$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow c$
 $D \rightarrow d$

9) $L = \{a^i b^j b^i a^j \mid i, j \geq 0\}$ **correcto, para evitar problemas mejor añadir S_0 siempre que se genere ε**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow T R$

$T \rightarrow a T b \mid \varepsilon$

$R \rightarrow b R a \mid \varepsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S \rightarrow T R \mid T \mid R \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow a T b \mid a b$
 $R \rightarrow b R a \mid b a$
- 2.) $S \rightarrow T R \mid a T b \mid a b \mid b R a \mid b a \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow a T b \mid a b$
 $R \rightarrow b R a \mid b a$
- 3.) $S \rightarrow T R \mid P B \mid A B \mid Q A \mid B A \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow P B \mid A B$
 $R \rightarrow Q A \mid B A$
 $P \rightarrow A T$
 $Q \rightarrow B R$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

10) $L = \{0^m 1^n \mid m > n \geq 0\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow 0 S 1 \mid 0 S \mid 0$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S \rightarrow T U \mid C S \mid 0$
 $T \rightarrow C S$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow 1$

11) $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ó } j \neq k\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow P T \mid Q T \mid L R \mid L W$

$P \rightarrow a P b \mid P b \mid b$ $* i < j$

$Q \rightarrow a Q b \mid a Q \mid a$ $* i > j$

$T \rightarrow c T \mid \varepsilon$

$R \rightarrow b R c \mid R c \mid c$ $* j < k$

$W \rightarrow b W c \mid b W \mid b$ $* j > k$

$L \rightarrow a P \mid \varepsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S \rightarrow PT | QT | LR | LW | P | Q | R | W$
 $P \rightarrow aPb | Pb | b$
 $Q \rightarrow aQb | aQ | a$
 $T \rightarrow cT | c$
 $R \rightarrow bRc | Rc | c$
 $W \rightarrow bWc | bW | b$
 $L \rightarrow aP | a$
- 2.) $S \rightarrow PT | QT | LR | LW | aPb | Pb | b | aQb | aQ | a | bRc | Rc | c | bWc | bW$
 $P \rightarrow aPb | Pb | b$
 $Q \rightarrow aQb | aQ | a$
 $T \rightarrow cT | c$
 $R \rightarrow bRc | Rc | c$
 $W \rightarrow bWc | bW | b$
 $L \rightarrow aP | a$
- 3.) $S \rightarrow PT | QT | LR | LW | XB | PB | b | YB | AQ | a | ZC | RC | c | UC | BW$
 $P \rightarrow XB | PB | b$
 $Q \rightarrow YB | AQ | a$
 $T \rightarrow CT | c$
 $R \rightarrow ZC | RC | c$
 $W \rightarrow UC | BW | b$
 $L \rightarrow AP | a$
 $X \rightarrow AP$
 $Y \rightarrow AQ$
 $Z \rightarrow BR$
 $U \rightarrow BW$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$
 $C \rightarrow c$

12) $L = \{a^k b^r a^m \mid m = k + r\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow aSa | bTa | \epsilon$

$T \rightarrow bTa | \epsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow aSa | bTa | \epsilon$
 $T \rightarrow bTa | \epsilon$
- 2.) $S_0 \rightarrow S | \epsilon$
 $S \rightarrow aSa | bTa | aa | ba$
 $T \rightarrow bTa | ba$

3.) $S_0 \rightarrow a S a \mid b T a \mid a a \mid b a \mid \epsilon$
 $S \rightarrow a S a \mid b T a \mid a a \mid b a$
 $T \rightarrow b T a \mid b a$

4.) $S_0 \rightarrow A P \mid B R \mid A A \mid B A \mid \epsilon$
 $S \rightarrow A P \mid B R \mid A A \mid B A$
 $T \rightarrow B R \mid B A$
 $P \rightarrow S A$
 $R \rightarrow T A$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

13) $L = \{a^n b^m \mid 1 \leq n \leq 2m\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow a a S b \mid a S b \mid S b \mid a b \mid a a b$

Transformación a forma normal de Chomsky:

1.) $S \rightarrow T B \mid R B \mid S B \mid A B \mid P B$
 $T \rightarrow A R$
 $R \rightarrow A S$
 $P \rightarrow A A$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

14) $L = \{0^i 1^j 2^k \mid i = j \text{ ó } j = k\}$

Gramática que genera L:

$S \rightarrow T P \mid Q R$

$T \rightarrow 0 T 1 \mid \epsilon$

$P \rightarrow 2 P \mid \epsilon$

$R \rightarrow 1 R 2 \mid \epsilon$

$Q \rightarrow 0 Q \mid \epsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

Te has dejado $S \rightarrow \epsilon$, para evitar problemas mejor añadir S_0 siempre que se genere ϵ

- 1.) $S \rightarrow TP | QR | T | P | Q | R$
 $T \rightarrow OT1 | 01$
 $P \rightarrow 2P | 2$
 $R \rightarrow 1R1 | 12$
 $Q \rightarrow 0Q | 0$
- 2.) $S \rightarrow TP | QR | OT1 | 01 | 2P | 2 | 0Q | 0 | 1R1 | 12$
 $T \rightarrow OT1 | 01$
 $P \rightarrow 2P | 2$
 $R \rightarrow 1R1 | 12$
 $Q \rightarrow 0Q | 0$
- 3.) $S \rightarrow TP | QR | XU | CU | DP | 2 | CQ | 0 | YU | UD$
 $T \rightarrow XU | CU$
 $P \rightarrow DP | 2$
 $R \rightarrow YU | UD$
 $Q \rightarrow CQ | 0$
 $X \rightarrow CT$
 $Y \rightarrow UR$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow 1$
 $D \rightarrow 2$

15) $L = \{0^n 1^m \mid m = n \text{ ó } m = 2n\}$ correcto

Gramática que genera L:

$S \rightarrow T | R | \epsilon$

$T \rightarrow OT1 | 01$

$R \rightarrow OR11 | 011$

Transformación a forma normal de Chomsky:

- 1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow T | R | \epsilon$
 $T \rightarrow OT1 | 01$
 $R \rightarrow OR11 | 011$
- 2.) $S_0 \rightarrow S | \epsilon$
 $S \rightarrow T | R$
 $T \rightarrow OT1 | 01$
 $R \rightarrow OR11 | 011$
- 3.) $S_0 \rightarrow OT1 | 01 | OR11 | 011 | \epsilon$
 $S \rightarrow OT1 | 01 | OR11 | 011$
 $T \rightarrow OT1 | 01$
 $R \rightarrow OR11 | 011$
- 4.) $S_0 \rightarrow PU | CU | QW | CW | \epsilon$
 $S \rightarrow PU | CU | QW | CW$
 $T \rightarrow PU | CU$

~~R -> 0 R 1 1 | 0 1 1~~ **Q W | C W**
 P -> C T
 Q -> C R
 W -> U U

16) $L = \{a^i b^j \mid i \neq j \vee i \neq 2j\}$ **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow X \mid Y \mid Z$

$X \rightarrow a X b \mid X b \mid b$ $* i < j$

$Y \rightarrow a Y b \mid a a Y b \mid a a a b b$ $* j < i < 2j$

$Z \rightarrow a a Z b \mid a Z \mid a$ $* 2j < i$

Transformación a forma normal de Chomsky:

1.) $S \rightarrow a X b \mid X b \mid b \mid a Y b \mid a a Y b \mid a a a b b \mid a a Z b \mid a Z \mid a$

$X \rightarrow a X b \mid X b \mid b$

$Y \rightarrow a Y b \mid a a Y b \mid a a a b b$

$Z \rightarrow a a Z b \mid a Z \mid a$

2.) $S \rightarrow T B \mid X B \mid b \mid A P \mid Q P \mid Q R \mid Q M \mid A Z \mid a$

$X \rightarrow T B \mid X B \mid b$

$Y \rightarrow A P \mid Q P \mid Q R$

$Z \rightarrow Q M \mid A Z \mid a$

$T \rightarrow A X$

$P \rightarrow Y B$

$Q \rightarrow A A$

$R \rightarrow A L$

$L \rightarrow B B$

$M \rightarrow Z B$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

17) $L =$ El conjunto de todas las palabras sobre el alfabeto $\{0,1\}$ con igual número de ceros que de unos **correcto**

Gramática que genera L:

$S \rightarrow 0 S 1 \mid 1 S 0 \mid S S \mid \varepsilon$

Transformación a forma normal de Chomsky:

1.) $S_0 \rightarrow S$

$S \rightarrow 0 S 1 \mid 1 S 0 \mid S S \mid \varepsilon$

2.) $S_0 \rightarrow S \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow 0 S 1 \mid 1 S 0 \mid S S \mid 0 1 \mid 1 0 \mid S$
3.) $S_0 \rightarrow 0 S 1 \mid 1 S 0 \mid S S \mid 0 1 \mid 1 0 \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow 0 S 1 \mid 1 S 0 \mid S S \mid 0 1 \mid 1 0$
4.) $S_0 \rightarrow T U \mid R C \mid S S \mid C U \mid U C \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow T U \mid R C \mid S S \mid C U \mid U C$
 $T \rightarrow C S$
 $R \rightarrow U S$
 $C \rightarrow 0$
 $U \rightarrow 1$

2. correcto

Al ser una gramática en forma normal de Chomsky, sólo tenemos reglas del tipo:

- $A \rightarrow B C$
- $A \rightarrow a$

Cada vez que aplico una regla $A \rightarrow B C$, tengo una variable más

Sea $w = w_1 \dots w_l$, vemos que sólo podemos generar w_i de uno en uno.

- Para llegar a $S \rightarrow \dots \rightarrow A_i \dots A_l$, necesitamos $l - 1$ pasos
- Para llegar a $A_1 \dots A_l \rightarrow w_1 \dots w_l$, necesitamos l pasos
- Entonces, para llegar a $S \rightarrow \dots \rightarrow w_1 \dots w_l (= w)$, tenemos un total de $l - 1 + l = 2l - 1$ pasos.

Tenemos como caso aparte si queremos generar la palabra vacía, es decir, $l = 0$, para lo que sería necesario un único paso.

3. Convertir la siguiente gramática a forma normal de Chomsky

correcto

$S \rightarrow S T S a \mid \varepsilon$

$T \rightarrow bT \mid c$

1.) $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow S T S a \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow bT \mid c$
2.) $S_0 \rightarrow S \mid \varepsilon$
 $S \rightarrow S T S a \mid T S a \mid S T a \mid T a$
 $T \rightarrow bT \mid c$

3.) $S \rightarrow STSa | TSa | STa | Ta | \epsilon$
 $S \rightarrow STSa | TSa | STa | Ta$
 $T \rightarrow bT | c$

4.) $S \rightarrow PQ | TQ | PA | TA | \epsilon$
 $S \rightarrow PQ | TQ | PA | TA$
 $T \rightarrow BT | c$
 $P \rightarrow ST$
 $Q \rightarrow SA$
 $A \rightarrow a$
 $B \rightarrow b$

4. Demostración L incontextual $\Rightarrow L^R$ incontextual correcto

Como L es incontextual, existe una gramática G que genera L .

Para obtener una gramática G' que genere L^R :

- Convertimos G en G' , tal que G' tiene
 Las mismas variables que G
 Las reglas de G leídas "al revés" *

* Entendemos por "al revés":

Si en G tenemos $A \rightarrow \alpha$
 En G' tenemos $A \rightarrow \alpha^R$

Ejemplo:

$A \rightarrow a B b$ (en G)
 $A \rightarrow b B a$ (en G')

Concluimos que si en G generamos w

$S \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \dots \rightarrow w$

En G'

$S \rightarrow \alpha_1^R \rightarrow \alpha_2^R \rightarrow \dots \rightarrow w^R$

(esto último se basa en que si $\alpha_i = u A w$, y usamos la regla $A \rightarrow \beta$ en G entonces

$\alpha_{i+1} = u \beta w$, y en G' tenemos $\alpha_i^R = w A u$ que deriva en $w \beta^R u = \alpha_{i+1}^R$)

Hemos obtenido una gramática G' que genere L^R , por lo que concluimos que L^R es incontextual, si L también lo es.

www

Herzmann

21) $\{ \cdot 0^i \cdot 1^j a 2^k \mid i, j \geq 1 \} \cup \{ 0^i 1^j a 2^k \mid i, j \geq 1 \}$

✓

$S_1 \rightarrow S_2 \mid S_3$

$S_2 \rightarrow 0T2$

$T \rightarrow 0T2 \mid U1a$

$U \rightarrow U1 \mid e$

$S_3 \rightarrow 0VW$

$V \rightarrow 0V \mid e$

$W \rightarrow 1W2 \mid 1e2$
⊥

$S_1 \rightarrow S_2 \mid S_3$

$S_2 \rightarrow 0T2$

$T \rightarrow 0T2 \mid U1a \mid 1a$

$U \rightarrow U1 \mid 1$

$S_3 \rightarrow 0VW \mid 0W$

$V \rightarrow 0V \mid 0$

$W \rightarrow 1W2 \mid 1e2$
⊥

$S_1 \rightarrow 0T2 \mid 0VW \mid 0W$

$S_2 \rightarrow 0T2$

$T \rightarrow 0T2 \mid U1a \mid 1a$

$U \rightarrow U1 \mid 1$

$S_3 \rightarrow 0VW \mid 0W$

$V \rightarrow 0V \mid 0$

$W \rightarrow 1W2 \mid 1e2$
⊥

(Elimino S_2 y S_3 porque se
comienzan en reglas inútiles)

$S_1 \rightarrow FE \mid GW \mid CW$

$F \rightarrow CT$

~~E~~

$G \rightarrow CV$

$C \rightarrow 0$

$D \rightarrow 1$

$E \rightarrow 2$

$T \rightarrow FE \mid HA \mid DA$

$H \rightarrow UD$

$U \rightarrow UD \mid 1$

$V \rightarrow CV \mid 0$

$W \rightarrow IE \mid DE$

$I \rightarrow DW$

~~AAWE~~

$J \rightarrow DB$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

✓ 22) $\{ a^i b^j c^k \cdot a^i \mid i \geq 1, j \geq 1, k \geq 1 \}$

$S \rightarrow aSa \mid aTa$

$T \rightarrow bUc$

$U \rightarrow bUc \mid bU \mid e$
⊥

$S \rightarrow aSa \mid aTa$

$T \rightarrow bUc \mid bc$

$U \rightarrow bUc \mid bc \mid bU \mid b$
⊥

$S \rightarrow DA \mid EA$

$D \rightarrow AS$

$E \rightarrow AT$

$T \rightarrow FC \mid BC$

$F \rightarrow BU$

$U \rightarrow FC \mid BU \mid BC \mid b$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow c$