Javier Aranda
www

# PROBLEMAS DTA 21/11

9(1)- g) $\{0^n 1^n 2^n / n \in \mathbb{N}\}$

$\forall N \rightarrow w = 0^N 1^N 2^N \rightarrow |w| = 3N \geq N$

$\forall x, y, z \rightarrow w = xyz \qquad |xy| \leq N \qquad |y| \geq 1$

$$\begin{cases} x = 0^r \\ y = 0^s \\ z = 0^{N-r-s} 1^N 2^N \end{cases}$$

$i = 2 \rightarrow xy^2z = 0^{N+s} 1^N 2^N \qquad \notin A \ (s \geq 1)$

i) $\{0^n 1^m 0^n / n, m \in \mathbb{N}\} = A$

$\forall N \rightarrow w = 0^N 1^{2N} 0^N \rightarrow |w| = 4N \geq N$

$\forall x, y, z \rightarrow w = xyz \qquad |xy| \leq N \qquad |y| \geq 1$

$$\begin{cases} x = 0^r \\ y = 0^s \\ z = 0^{N-r-s} 1^{2N} 0^N \end{cases}$$

$i = 2 \rightarrow xy^2z = 0^r 0^{2s} 0^{N-r-s} 1^{2N} 0^N = 0^{N+s} 1^{2N} 0^N \notin A \ (s \geq 1)$

www

✓ e) $A = \{(01)^n (10)^n \, / \, n \in \mathbb{N}\}$

$\forall N \to w = (01)^N (10)^N \to |w| = 4N \geq N$

$\forall x, y, z \to w = xyz \quad |xy| \leq N$

① $x = (01)^r$
$y = (01)^s \quad s \geq 1$
$z = (01)^{N-r-s} (10)^N$

② $x = (01)^r 0$
$y = 1(01)^s \quad s \geq 0$
$z = (01)^{N-r-s-1} (10)^N$

③ $x = (01)^r$
$y = (01)^s 0 \quad s \geq 0$
$z = 1(01)^{N-r-s-1} (10)^N$

④ $x = (01)^r 0$
$y = 1(01)^s 0 \quad s \geq 0$
$z = 1(01)^{N-r-s-2} (10)^N$

① $i=2 \to w = (01)^{N+s} (01)^N \notin A \quad (s \geq 1)$

② $i=2 \to w = (01)^r 0 1 (01)^s 1 (01)^s (01)^{N-r-s-1} (10)^N$ (2 unos seguidos dos veces) $\notin A$

③ $i=2 \to w = (01)^r (01)^s 0 (01)^s 0 1 (01)^{N-r-s-1} (10)^N$ (2 ceros seguidos) $\notin A$

④ $i=2 \to w = (01)^r 0 1 (01)^s 0 1 (01)^s 0 1 (01)^{N-r-s-2} (10)^N =$

$= (01)^{N+s+1} (10)^N \quad \notin A \quad \cancel{(s \geq 1)}$

Alejandro Fernández Poza
21-9-14

WWW

# EJERCICIOS TEORÍA DE LA COMPUTACIÓN

## Ejercicio 1:

31 octubre:

1-g: $\{0^n 1^n 2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

$w = 0^N 1^N 2^N$ $\quad |w| = 3N \geq N$

$w = uvx$ $\quad |uv| \leq N$ $\quad |v| \geq 1$

$u = 0^r$
$v = 0^s$
$x = 0^{N-r-s} 1^N 2^N$

para $i = 3 \Rightarrow w' = 0^r 0^{3s} 0^{N-r-s} 1^N 2^N = 0^{N+2s} 1^N 2^N$ $\quad (N+2s \neq N = N)$

solo se cumple para $s = 0$, pero $s \geq 1$, NO ES REGULAR

1-b: $\{a^n b^l c^{n+l} \mid n, l \in \mathbb{N}\}$

$w = a^N b^N c^{2N}$ $\quad |w| = 4N \geq N$

$w = uvx$ $\quad |uv| \leq N$ $\quad |v| \geq 1$

$u = a^r$
$v = a^s$
$x = a^{N-r-s} b^N c^{2N}$

para $i = 3 \Rightarrow w' = a^r a^{3s} a^{N-r-s} b^N c^N = a^{N+2s} b^N c^{2N}$ $\quad (2N+2s = 2N)$

solo se cumple para $s = 0$, pero $s \geq 1$, NO ES REGULAR

## Ejercicio 2:

L: LIC
R: regular

$L \cap R$ : LIC

$A = \{w \mid w \in \{a, b, c\}, |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$

~~$A = X \cap (a^* b^* c^*)$~~

$A \cap (a^* b^* c^*) = ??$

Demostrar X no es LIC

Alberto Álvarez Aldea - NIP: 681687

www

## Ejercicios 31 de octubre de 2014

1

c) Dado el lenguaje $L = \{a^{n!} \mid n \in \mathbb{N}\}$ demostrar que $L$ no es regular

Para realizar la siguiente demostración usaremos el lema del bombeo:

$\forall N\ \exists w \in L$ con $|w| \geq N$ tal que para cualquier partición de $w$ $x, y, z$ con $w = xyz$, $|y| \geq 1$ y $|xy| \leq N$, $\exists i$ con $xy^iz \notin L$

Si cumplimos esto entonces $L$ no es regular.

$\forall N$

$w = a^{N!}$, $|w| \geq N$ $\qquad w = xyz$

$\forall x, y, z$ ~~con~~ $x = a^r$ e $y = a^s$ $(s \geq 1)$ y $z = a^{N! - r - s}$ tal que $|xy| \leq N$ e $|y| \geq 1$

Con $i = 2$ obtenemos $xy^2z = a^r a^{2s} a^{N! - r - s} = a^{N! + s}$ y

$a^{N! + s} \notin L$ ya que:

$s \in [1, N] \Rightarrow N! < N! + s \leq N! + N < N! + N \cdot N! = (N+1)!$

Por lo que queda demostrado que $L$ no es regular.

3 Dado el lenguaje $L = \{wvw \mid v \in \{a,b\}^*\}$ demostrar que $L$ no es regular.

Para realizar la siguiente demostración usaremos el lema de bombeo:

$\forall N \; \exists \; w \in L$ con $|w| \geq N$ tal que para cualquier partición de $w$ $x, y, z$ con $w = xyz$, $|y| \geq 1$ y $|xy| \leq N$, $\exists \; i$ con $xy^iz \notin L$

Si cumple esto el lenguaje no será regular

$\forall N$

$w = 0^N 1^N 0^N 1^N 0^N 1^N$, $|w| = 6N \geq N$ $w = xyz$

con $x = 0^r$ $y = 0^s (s \geq 1)$ y $z = 0^{N-r-s} 1^N 0^N 1^N 0^N 1^N$

con $i = 2$ obtenemos $xy^2z = 0^{N+s} 1^N 0^N 1^N 0^N 1^N$ y

$0^{N+s} 1^N 0^N 1^N 0^N 1^N \notin L$ ya que $s \geq 1 \rightarrow N+s > N$

Por lo que queda demostrado que $L$ no es regular.

5 Dado el lenguaje $L = \{w \mid w \neq w^R, w \in \{a,b\}^*\}$ demostrar que $L$ no es regular.

Para realizar la siguiente demostración usaremos el lema de bombeo:

$\forall N \; \exists \; w \in L$ con $|w| \geq N$ tal que para cualquier partición de $w$ $x, y, z$ con $w = xyz$, $|y| \geq 1$ y $|xy| \leq N$, $\exists \; i$ con $xy^iz \notin L$

Si cumple esto el lenguaje no será regular

Aplicaremos el lema del bombeo al lenguaje $L^c$.

$L^c = \{w \mid w = w^R, w \in \{a,b\}^*\}$

$\forall N$

$w = 0^N 1^N 1^N 0^N$, $|w| = 4N \geq N$ $w = xyz$

$x, y, z$ $|xy| \leq N$

con $x = 0^r$ $y = 0^s$ $(s \geq 1)$ y $z = 0^{N-r-s} 1^N 1^N 0^N$

Con $i = 2$ obtenemos $xy^2z = 0^{N+s} 1^N 1^N 0^N$ y

$0^{N+s} 1^N 1^N 0^N \notin L^c$ ya que $s \geq 1 \rightarrow N+s > N$

Por lo que queda demostrado que $L^c$ no es regular. $w w w$

Utilizando las propiedades de clausura de los regulares observamos que: Si $L$ es regular, entonces $L^c$ es regular.

Aplicando el contrarrecíproco obtenemos que:

Si $L^c$ no es regular, entonces $L$ no es regular.

Por lo que queda demostrado que $L$ no es regular.

6 Dado el lenguaje $L = \{x x^R w \mid x, w \in (0+1)^+\}$ demostrar que $L$ no es regular

Para realizar la siguiente demostración usaremos el lema del bombeo:

$\forall N \ \exists w \in L$ con $|w| \geq N$ tal que para cualquier partición de $w$ $x, y, z$ con $w = xyz$, $|y| \geq 1$ y $|xy| \leq N$, $\exists i$ con $xy^iz \notin L$

Si cumplimos esto el lenguaje no será regular.

$\forall N$

$w = 0^N 1^N 1^N 0^N 11$, $|w| = 4N+2 \geq N$ $w = xyz$ Mal

Con $x = 0^r$ ; $y = 0^s$ y $z = 0^{N-r-s} 1^N 1^N 0^N 11$

Con $i=2$ obtenemos $xy^2z = 0^{N+s} 1^N 1^N 0^N 11$ y

$0^{N+s} 1^N 1^N 0^N 11 \notin L$ ya que $s \geq 1 \rightarrow N+s > N$

Por lo que queda demostrado que $L$ no es regular.

Falso $\in L$

www

# Ejercicios 21 de noviembre de 2014

(2) Dado el lenguaje $A = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*$ y contiene el mismo número de as bs y cs$\}$ demostrar que A no es un lenguaje independiente de contexto.

Sabemos que:

Dados dos lenguajes $L$ y $R$,

Si $L$ es independiente de contexto y $R$ es regular, entonces $L \cap R$ es independiente de contexto.

Aplicando el contrarrecíproco obtenemos que:

Si $L \cap R$ no es independiente de contexto, entonces $L$ no es independiente de contexto o $R$ no es regular.

Sea $R = \{a^n b^m c^l \mid n,m,l \in \mathbb{N}\}$ y sea $L = A$, ...

$L = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*$ y contiene el mismo número de as bs y cs$\}$,

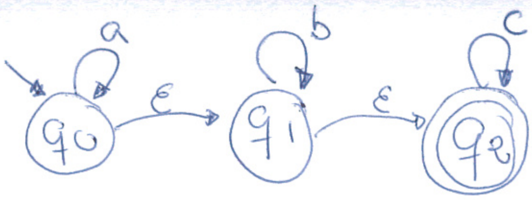
obtenemos que $L \cap R = \{a^n b^n c^n, n \in \mathbb{N}\}$

Por la proposición 2.3 de la presente hoja de problemas, el lenguaje $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ no es independiente de contexto, (Como ya se demostró mediante el lema de bombeo).

Esto implica que ... incontextual o $R$ no es regular.

Podemos observar claramente que el lenguaje $R = \{a^n b^m c^l \mid n,m,l \in \mathbb{N}\} = a^* b^* c^*$ es regular, podemos demostrarlo mediante un autómata finito que reconozca su lenguaje.

www




Éste autómata finito no determinista reconoce el lenguaje R, por lo que R sí es regular.

Teniendo R lenguaje regular, junto con $L \cap R$ no es un lenguaje independiente de contexto, esto implica que L no es un lenguaje independiente de contexto. Como hemos expresado antes $L = A$.

Por lo que hemos demostrado que A no es un lenguaje independiente de contexto.

(4) Dado el lenguaje $L = \{0^n 1^m \mid m \leq n^2\}$ demostrar que L no es incontextual

Para realizar la siguiente demostración usaremos el lema del bombeo:

$\forall N \; \exists w \in L$ con $|w| \geq N$ tal que para cualquier partición de $w$ $u, v, x, y, z$ con $w = uvxyz$, $|vy| \geq 1$, $|vxy| \leq N$, $\exists i$ con $uv^i x y^i z \notin L$.

Si cumplimos esto entonces L no es incontextual

$\forall N \quad w = 0^{\sqrt{N}} 1^N \quad |w| \geq N$ → es mejor $w = 0^N 1^{N^2}$

Ahora existen 4 particiones distintas.