

Problemas sobre lenguajes no regulares y no incontextuales

Elvira Mayordomo, Universidad de Zaragoza

21 de noviembre de 2014

1. Repaso del lema de bombeo y propiedades de clausura de regulares

Para ver que un lenguaje no es regular se puede utilizar el lema de bombeo que incluimos a continuación. Intuitivamente, si para cada N existe una palabra en A que no tiene ningún bucle de longitud N entonces el lenguaje A no es regular.

Lema 1.1 Dado un lenguaje infinito A ,

- *si $\forall N \exists w$ con $w \in A$, $|w| \geq N$, tal que*
 - $\forall x, y, z$ con $w = xyz$, $|y| \geq 1$ y $|xy| \leq N$
 - $\exists i$ con $xy^iz \notin A$
- *entonces A no es regular*

Además pueden ser útiles las propiedades de clausura de los regulares:

Proposición 1.2 Dados dos lenguajes A y B , si $A \cap B$ no es regular y A es regular, entonces B no es regular.

Proposición 1.3 Dado un lenguaje A , si A^c no es regular entonces A no es regular.

También puede ser útil recordar algunos de los lenguajes que no son regulares, como demostramos en clase aplicando el lema de bombeo.

Proposición 1.4 El lenguaje $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ no es regular.

2. Repaso del lema de bombeo y propiedades de clausura de incontextuales

Para ver que un lenguaje no es incontextual se puede utilizar el lema de bombeo que incluimos a continuación.

Lema 2.1 Dado un lenguaje infinito A ,

- *si $\forall N \exists w$ con $w \in A$, $|w| \geq N$, tal que*
 - $\forall u, v, x, y, z$ con $w = uvxyz$, $|vy| \geq 1$ y $|vxy| \leq N$
 - $\exists i$ con $uv^i xy^i z \notin A$
- *entonces A no es incontextual*

Además puede ser útil la siguiente propiedad:

Proposición 2.2 Dados dos lenguajes A y B , si $A \cap B$ no es incontextual y A es regular, entonces B no es incontextual.

También puede ser útil recordar algunos de los lenguajes que no son incontextuales, como demostramos en clase aplicando el lema de bombeo.

Proposición 2.3 El lenguaje $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ no es incontextual.

3. Ejercicios

1. Resolver los ejercicios pendientes de la hoja del 31 de octubre.
2. Sabemos que si un lenguaje L es independiente de contexto y un lenguaje R es regular, entonces el lenguaje $L \cap R$ es independiente de contexto. Utilizando este resultado, demostrar que el lenguaje,

$$A = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ y contiene el mismo número de } a\text{'s, } b\text{'s y } c\text{'s}\}$$

no es un lenguaje independiente de contexto.

3. Demostrar que $\{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ no es un lenguaje independiente de contexto o incontextual.
4. Demostrar que $\{0^n 1^m \mid m \leq n^2\}$ no es un lenguaje independiente de contexto o incontextual.