

✓ 1.  $\{a^m b^n \mid m \geq n\}$

a → apila  
b → desapila

entrada	a		b	
cima	\$	a	\$	a
$q_0$	$(q_0, \$a)$	$(q_0, aa)$		$(q_1, \epsilon)$
$q_1$				$(q_1, \epsilon)$

$F = \{q_0, q_1\}$

✓ 2.  $\{w \mid w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$

c = falta una a

b → desapila **aa**  
 si solo hay una a en pila, b desapila y apila c  
 no hay a apila cc  
 a → desapila c  
 sino apila a

entrada	a			b			ε		
cima	\$	a	c	\$	a	c	\$	a	c
$q_0$	$(q_0, \$a)$	$(q_0, aa)$	$(q_0, \epsilon)$	$(q_0, \$c)$	$(q_1, \epsilon)$	$(q_0, cc)$	$(q_F, \$)$		
$q_1$							$(q_0, \$c)$	$(q_0, \epsilon)$	$(q_0, cc)$
$q_F$									

$F = \{q_F\}$

3.  $\{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$

Habría que usar no determinismo para elegir si desapilar 1a o 2a

a → apila a  
 b → desapila a  
 desapila aa

entrada	a		b		ε	
cima	\$	a	\$	a	\$	a
$q_0$	$(q_0, \$a)$	$(q_0, aa)$		$(q_1, \epsilon)$	<del><math>(q_0, \\$)</math></del>	<del><math>(q_0, a)</math></del>
$q_1$				$(q_1, \epsilon)$	$(q_F, \$)$	<b><math>(q_1, \epsilon)</math></b>

$F = \{q_F\}$

Mal ← Puede desapilar cualquier número de a's

4.  $\{a^m b^n c^p d^q \mid m+n \geq p+q\}$

a  $\rightarrow$  apilo a  
 b  $\rightarrow$  desapilo a  
 p  $\rightarrow$  desapilo a  
 q  $\rightarrow$  desapilo a

entrada	a		b		c		d	
cima	\$	a	\$	a	\$	a	\$	a
q <sub>0</sub>	(q <sub>0</sub> , \$a)	(q <sub>0</sub> , aa)	(q <sub>0</sub> , \$)	(q <sub>1</sub> , aa)		(q <sub>2</sub> , ε)		(q <sub>3</sub> , ε)
q <sub>1</sub>			(q <sub>1</sub> , \$a)	(q <sub>1</sub> , aa)		(q <sub>2</sub> , ε)		(q <sub>3</sub> , ε)
q <sub>2</sub>						(q <sub>2</sub> , ε)		(q <sub>3</sub> , ε)
q <sub>3</sub>								(q <sub>3</sub> , ε)

$F = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

5.  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R\}$

w = aabbaa  
 w = aabbaa  
 w : baab

q<sub>0</sub> Apilara lo que le ~~le~~ entre  
 q<sub>1</sub> Desapilara lo que entre

tiene que aceptar - a b a a

entrada	a			b			ε		
cima	\$	a	b	\$	a	b	\$	a	b
q <sub>0</sub>	(q <sub>0</sub> , \$a)	(q <sub>0</sub> , aa)	(q <sub>0</sub> , ba)	(q <sub>0</sub> , \$)	(q <sub>0</sub> , ab)	(q <sub>0</sub> , bb)		(q <sub>1</sub> , ε)	(q <sub>1</sub> , ε)
q <sub>1</sub>		(q <sub>1</sub> , ε)				(q <sub>1</sub> , ε)	(q <sub>2</sub> , \$)	(q <sub>1</sub> , a)	(q <sub>1</sub> , b)

$F = \{q_2, \$\}$

6.  $\{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

001	100
101	101
110	011
w	w <sup>R</sup>

q<sub>0</sub> Apila  
 q<sub>1</sub> Desapila

entrada	0			1			ε		
cima	\$	0	1	\$	0	1	\$	0	1
q <sub>0</sub>	q <sub>0</sub> (\$0)	(q <sub>0</sub> , 00)	(q <sub>0</sub> , 10)	(q <sub>0</sub> , \$)	(q <sub>0</sub> , 01)	(q <sub>0</sub> , 11)	(q <sub>1</sub> , \$)	(q <sub>1</sub> , 0)	(q <sub>1</sub> , 1)
q <sub>1</sub>		(q <sub>1</sub> , ε)				(q <sub>1</sub> , ε)	(q <sub>2</sub> , \$)		

$F = \{q_2, \$\}$

8.  $\{a^i b^j c^k d^l \mid i, j \geq 1\}$

$a \rightarrow$  apila a  
 $b \rightarrow$  desapila c  
 $c \rightarrow$  apila c  
 $d \rightarrow$  desapila c

entrada	a			b			c		
	\$	a	c	\$	a	c	\$	a	c
$q_0$	$(q_0, \$a)$	$(q_0, aa)$		$(q_1, \epsilon)$					
$q_1$				$(q_1, \epsilon)$		$(q_2, \$c)$			
$q_2$									$(q_2, \$c)$
$q_3$									

$F = \{q_F\}$

entrada	d			$\epsilon$		
	\$	a	c	\$	a	c
$q_2$			$(q_3, \epsilon)$			
$q_3$			$(q_3, \epsilon)$	$(q_F, \$)$		

9.  $\{a^i b^j b^i a^j \mid i, j \geq 0\}$

$a^i b^j b^i a^j = a^i b^i b^j a^j$

$a^i \rightarrow$  apila a  
 $b^i \rightarrow$  desapila a  
 $b^j \rightarrow$  apila b  
 $a^j \rightarrow$  desapila b

entrada	a		b			$\epsilon$	
	\$	a	b	\$	a	b	\$
$q_0$	$(q_0, \$a)$	$(q_0, aa)$		$(q_2, \$b)$	$(q_1, \epsilon)$		
$q_1$				$(q_2, \$b)$	$(q_1, \epsilon)$		
$q_2$			$(q_3, \epsilon)$	<del><math>(q_2, \\$)</math></del>		$(q_2, bb)$	
$q_3$	<del><math>(q_F, \\$)</math></del>		$(q_3, \epsilon)$				$(q_F, \$)$

$F = \{q_0, q_1, q_F\}$



✓ 10.  $\{0^m 1^n \mid m > n \geq 0\}$

0 → apilado  
1 → desapilado

Entrada	0		1		ε	
	\$	0	\$	0	\$	0
cima						
q <sub>0</sub>	(q <sub>0</sub> , \$0)	(q <sub>0</sub> , 000)		(q <sub>1</sub> , ε)		(q <sub>F</sub> , 0)
q <sub>1</sub>				(q <sub>1</sub> , ε)		(q <sub>F</sub> , 0)

Acabara si llega q<sub>F</sub> y a lerdo Toda la entrada

F = {q<sub>F</sub>}

11.  $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ó } j \neq k\}$

Descomponemos en casos

q<sub>0</sub>  $\begin{cases} \epsilon & q_1, i \neq j \\ \epsilon & q_3, j \neq k \end{cases}$

F = {q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, q<sub>3</sub>, q<sub>4</sub>, q<sub>F</sub>}

Entrada	a		b		c		ε	
	\$	a	\$	a	\$	a	\$	a
cima								
q <sub>0</sub>							(q <sub>1</sub> , \$)	(q <sub>3</sub> , \$)
q <sub>1</sub>	(q <sub>1</sub> , \$a)	(q <sub>1</sub> , aa)	(q <sub>F</sub> , \$)	(q <sub>2</sub> , ε)				
q <sub>2</sub>			(q <sub>F</sub> , \$)	(q <sub>2</sub> , ε)				
q <sub>3</sub>	(q <sub>3</sub> , \$)		(q <sub>3</sub> , \$a)	(q <sub>3</sub> , aa)	(q <sub>F</sub> , \$)	(q <sub>4</sub> , ε)		
q <sub>4</sub>					(q <sub>F</sub> , \$)	(q <sub>4</sub> , ε)		

Se acepta si se llega a q<sub>F</sub> o cualquier otro estado final en la pila hay alguna a y se ha acabado de leer la entrada

- falta añadir a\* antes de b c u
- falta el caso j < i
- falta añadir c\* después de a b j

16. el conjunto de todas las palabras sobre el alfabeto  $\{0,1\}$  con igual número de 0 que de 1.

$\Sigma = \{0,1\}$   $\Gamma = \{0,1,\$ \}$   
 $F = \{q1\}$

	0			1			$\epsilon$
	0	1	$\$$	0	1	$\$$	$\$$
q0	(q0,00)	(q0, $\epsilon$ )	(q0,0 $\$$ )	(q0, $\epsilon$ )	(q0,11)	(q0,1 $\$$ )	(q1, $\$$ )

21.  $\{a^i b^j c^k a^i \mid i \geq 1, j \geq k \geq 1\}$

$\Sigma = \{a,b,c\}$   $\Gamma = \{a,b,\$ \}$   
 $F = \{q4\}$

	a			b			c		
	a	b	$\$$	a	b	$\$$	a	b	$\$$
q0	(q0,aa)		(q0,a $\$$ )	(q1,ba)					
q1				(q1,ba)	(q1,bb)			(q2, $\epsilon$ )	
q2	(q3, $\epsilon$ )							(q2, $\epsilon$ )	
q3	(q3, $\epsilon$ )								

	$\epsilon$		
	a	b	$\$$
q0			
q1			
q2		(q3, $\epsilon$ )	
q3		(q3, $\epsilon$ )	(q4, $\$$ )

23.  $\{a^i b^j c^k d^l \mid i = j \text{ ó } k = l\}$

$\Sigma = \{a,b\}$   $\Gamma = \{a,\$ \}$   
 $F = \{q3\}$

*Mal: mezclas a, b c, d*

	a		b		c		d		$\epsilon$
	a	$\$$	a	$\$$	a	$\$$	a	$\$$	$\$$
q0		(q0, $\$$ ) (q1,a $\$$ )		(q0, $\$$ )		(q2,a $\$$ )			
q1	(q1,aa)		(q1, $\epsilon$ )			(q1, $\$$ )		(q1, $\$$ )	(q3, $\$$ )
q2					(q2,aa)		(q2, $\epsilon$ )		(q3, $\$$ )

28.  $\{a^n b^m \mid n = 3m\}$

$\Sigma = \{a,b\}$   $\Gamma = \{a,\$ \}$   
 $F = \{q2\}$

	a		b		$\epsilon$	
	a	$\$$	a	$\$$	a	$\$$
q0	(q0,aaaa)	(q0,aaa $\$$ )	(q1, $\epsilon$ )			(q2, $\$$ )
q1			(q1, $\epsilon$ )			(q2, $\$$ )

Ejercicio 6: ✓

$\gamma \omega \omega^R \mid \omega \in \{0,1\}^*$

- Apilamos la primera parte de la palabra.
- Si en la segunda parte entra una 1 y en la cima hay un 1  $\rightarrow$  desquilo: 1.  
lo mismo ocurre con 0.
- si terminamos con la pila vacía, aceptamos.

AUTOMATA de PUA:

ENTRADA	1			0			$\epsilon$		
	0	1	\$	0	1	\$	0	1	\$
q <sub>0</sub>	(q <sub>0</sub> , 10)	(q <sub>0</sub> , 11)	(q <sub>0</sub> , 1\$)	(q <sub>0</sub> , 00)	(q <sub>0</sub> , 01)	(q <sub>0</sub> , 0\$)	(q <sub>1</sub> , 0)	(q <sub>1</sub> , 1)	(q <sub>1</sub> , \$)
q <sub>1</sub>	(q <sub>1</sub> , $\epsilon$ )			(q <sub>1</sub> , $\epsilon$ )					(q <sub>2</sub> , \$)

✓ Ejercicio 7:

El lenguaje de todas las palabras sobre  $\{a,b\}$  tales que cada prefijo tiene al menos tantas a's como b's.

- si entra una a apilo.
- si entra una b desapilamos.
- $\|a\| - \|b\| \geq 0$ .

AUTOMATA de PUA:

ENTRADA	b		a	
	\$	a	\$	a
q <sub>0</sub>		(q <sub>0</sub> , $\epsilon$ )	(q <sub>0</sub> , a\$)	(q <sub>0</sub> , aa)