# Problemas recopilatorios sobre lenguajes regulares

Universidad de Zaragoza

28 de octubre de 2014

**1.** Dado el lenguaje

$$L \quad = \quad \{w \mid w \in \{a,b\}^* \text{ y su tercer símbolo empezando por la derecha es una } a\}$$

se pide,

a) Demostrar que $L$ es un lenguaje regular.

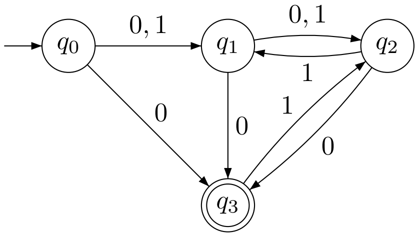
b) Demostrar que no existe ningún autómata finito determinista de 6 estados que acepte $L$.

**2.** Dado el lenguaje

$$MLONG(L) \quad = \quad \{w \mid \exists x \in L \text{ tal que } |w| = |x|\}$$

demostrar que si $L$ es un lenguaje regular entonces $MLONG(L)$ es también regular.

**3.** a) Considere el siguiente Autómata Finito No Determinista (AFnD) definido sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$:




Obtener a partir de este AFnD un Autómata Finito Determinista(AFD) que sea mínimo.

b) Probablemente, uno de los canales más intrincados del mundo se encuentre en la ciudad de Amsterdam. En estos precisos momentos, mientras ustedes están realizando este ejercicio, se están plantando estatuas de gran tonelaje en las orillas de tal canal. Todas las estatuas están guardadas en un mismo almacén y se desplazan a su correspondiente sitio de exposición en una de las dos orillas del canal. Los puentes que comunican las dos orillas del canal son viejos, y se va a intentar no cruzar ninguno para evitar posibles daños en sus estructuras debido al gran peso de las estatuas. Esto será posible siempre y cuando el almacén y el sitio donde se quiera plantar la estatua estén en la misma orilla del canal. Si están en distinta orilla, habrá que atravesar al menos un puente. Disponemos de una matriz de ceros y unos que representa el mapa de las orillas del canal y sus puentes: 0 representa un punto de tierra y 1 un punto en un puente (o en el curso de las aguas del canal). El canal es tan revirado que no es fácil a simple vista saber si dos puntos están en la misma orilla o no (ver Figura 1.). Cuando queremos saber si dos puntos están en la misma orilla, trazamos un camino atravesando diferentes puentes, y si se han atravesado un número impar de ellos significa que los puntos están en orillas diferentes y si se atraviesan un número par de puentes, están en la misma orilla. Un camino lo podemos ver como una secuencia $w \in \{0, 1\}^*$, con $w$ empezando y acabando en 0 (en tierra), donde una secuencia de 1 consecutivos dentro de $w$ significa que estamos atravesando un puente , y por consiguiente, estamos cambiando de orilla. Diseñar un autómata que reconozca las cadenas que representan caminos que empiezan y acaban en la misma orilla. En cuanto tengan la solución, se la enviaremos a los ingenieros de Amsterdam para que no pierdan tiempo en escudriñar mapas imposibles.

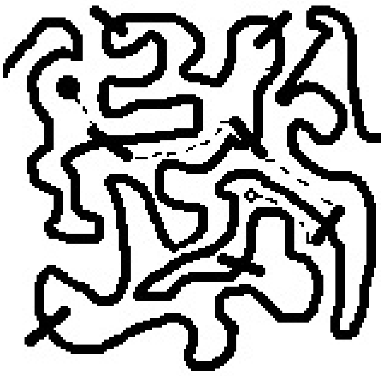


Figura 1: El camino marcado entre los dos puntos pasa por tres puentes. Orillas distintas. Una palabra que podría caracterizar dicho camino podría ser 0001100000111111001000000

**4.** Dados

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ y } w \text{ no contiene } 010\} \\ L_2 &= 1^*(0+11+111)^*1^* \end{aligned}$$

Demostrar que $L_1 = L_2$.
(Ayuda:utilice autómatas de estados finitos para demostrar la igualdad.)

**5.** Utilizando técnicas de autómatas, dados

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \in \{0,1\}^* \mid w = \epsilon \text{ ó } w \text{ codifica un múltiplo de 3 en binario}\} \\ L_2 &= (L_1 \cdot L_1)^* \end{aligned}$$

1. demostrar que $L_2$ es regular,
2. demostrar que $L_1 = L_2$.

**6.** Sea $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un Autómata Finito Determinista (AFD) que reconoce un lenguaje $L$, donde $Q$ es el conjunto de estados, $\Sigma$ es el alfabeto de entrada, $\delta$ es la función de transición (asumimos que $\delta$ está definida siempre), $q_0$ es el estado inicial y $F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales o de aceptación de $M$.
Sea $M' = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$ un Autómata Finito que es igual que $M$ sólo que se ha transformado cada estado de final de $M$ en estado no final en $M'$, y cada estado no final en $M$ en estado final en $M'$.
Demostrar que en estas condiciones, $M'$ es un Autómata Finito Determinista (AFD) que reconoce el lenguaje $L'$ que es el lenguaje complementario de $L$, $L' = \Sigma^* - L$.
De este resultado derivar que la clase de los lenguajes regulares es cerrada para el operador complemento.

**7.** Utilizando el ejercicio anterior construir una expresión regular que represente el lenguaje sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$

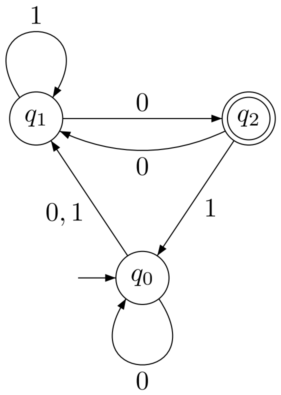
$$\{w \mid \text{ la cadena } abc \text{ no aparece en } w\}.$$

**8.** Sea $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un Autómata Finito no Determinista (AFnD) que reconoce un lenguaje $L$, donde $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ es el conjunto de estados, $\Sigma = \{a, b\}$ es el alfabeto de entrada, $q_0$ es el estado inicial, $F = \{q_2\}$ es el conjunto de estados finales o de aceptación de $M$ y $\delta$ es la función de transición dada por la siguiente tabla.

| $\delta$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| $q_0$ | $\{q_1\}$ | $\{q_2\}$ |
| $q_1$ | $\{q_0, q_1\}$ | $\{q_0\}$ |
| $q_2$ | $\emptyset$ | $\{q_1, q_2\}$ |

1. Obtener a partir de este AFnD un Autómata Finito Determinista (AFD) equivalente y que sea mínimo.
2. Obtener una expresión regular para el lenguaje que aceptan estos autómatas.

**9.** Considere el siguiente Autómata Finito No Determinista (AFnD) definido sobre el alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.




1. Obtener a partir de este AFnD un Autómata Finito Determinista (AFD) equivalente y que sea mínimo.
2. Obtener una expresión regular para el lenguaje que aceptan estos autómatas.