

Problemas sobre conjuntos y lenguajes

Elvira Mayordomo, Universidad de Zaragoza

19 de septiembre de 2014

1. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son ciertas?
 1. Los perros tienen alas sólo si los gatos tienen alas.
 2. Los pájaros tienen alas sólo si los gatos tienen alas.
 3. Si los gatos tienen alas, entonces los pájaros tienen alas.
 4. Las serpientes tienen piernas si y sólo si los hamsters tienen piernas.
 5. Si las ranas tienen pelo y los ratones tienen ojos, entonces los tiburones no tienen dientes.
2. Decir si cada una de las siguientes afirmaciones es cierta.
 1. $\emptyset \subseteq \emptyset$
 2. $\emptyset \in \emptyset$
 3. $\epsilon \in \{\epsilon\}$
 4. $\emptyset \subseteq \{\epsilon\}$
3. Demostrar cada una de las siguientes afirmaciones para A, B, C tres conjuntos cualesquiera.
 1. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 2. $A \cap (A \cup B) = A$
 3. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
4. Dados $\Sigma = \{a, b, c\}$, $A = \{ab, bc, bb\}$, $B = \{\epsilon\}$, $C = \emptyset$, $D = \{bb, aabc, c, cc\}$.
 1. ¿Cuántas cadenas tiene el lenguaje C ? ¿Y el B ?
 2. Calcular $(A \cdot D) \cup (\Sigma \cdot C)$.
 3. Calcular Σ^n .
 4. Calcular $A^* \cap D^*$.
 5. Calcular $(A \cup D)^*$.
 6. Calcular $D^* - A^*$.

5. Demostrar usando inducción que dado un alfabeto Σ y un $n \in \mathbb{N}$,

$$|\Sigma^n| = |\Sigma|^n$$

6. ¿Para qué lenguajes L se cumple que $\epsilon \in L^+$? Justificarlo.
7. Dados $A = \{w \mid w \text{ empieza en } a\}$, $B = \{w \mid w \text{ termina en } b\}$, demostrar quién es $A \cdot B$.
8. Dados dos cadenas u y v , demostrar que $(uv)^R = v^R u^R$. Dados dos lenguajes A y B , demostrar que $(AB)^R = B^R A^R$.