

# Autómatas finitos y lenguajes regulares

Elvira Mayordomo

Universidad de Zaragoza

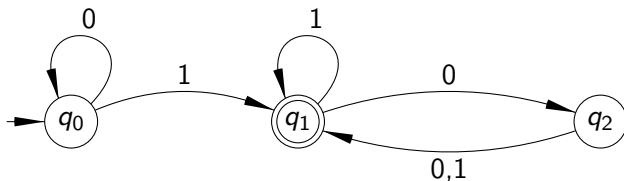
26 de septiembre de 2013

# Contenido de este tema

- ▶ Introducción a los autómatas finitos
- ▶ Definición de autómata finito determinista
- ▶ Ejemplos de autómatas finitos
- ▶ Definición de lenguaje regular

# Primer ejemplo de autómata

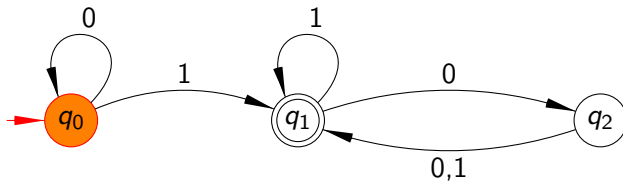
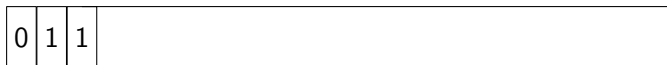
Este es el aspecto de un autómata finito.



- ▶  $q_0$  es el estado inicial
- ▶ los estados son  $q_0$ ,  $q_1$  y  $q_2$
- ▶ hay un estado final  $q_1$
- ▶ las transiciones van de un estado a otro

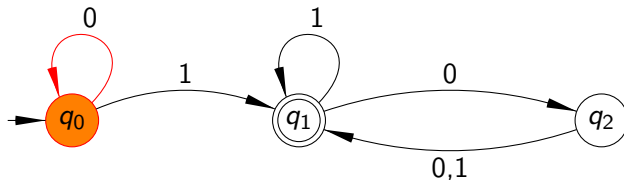
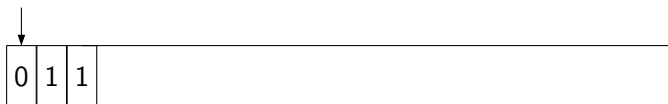
# Cómo funciona el autómata con entrada 011

Configuración inicial



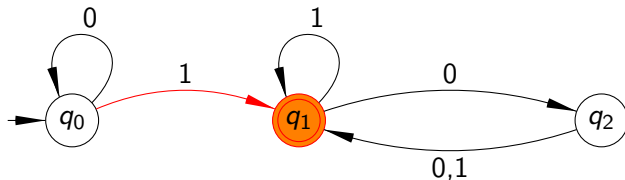
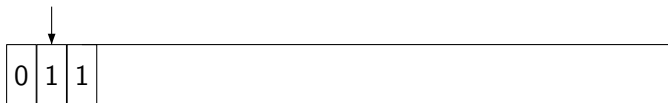
# Cómo funciona el autómata con entrada 011

Lectura del primer símbolo



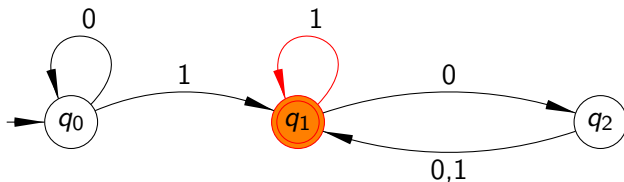
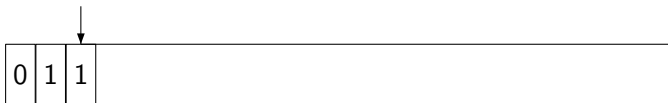
# Cómo funciona el autómata con entrada 011

Lectura del segundo símbolo



# Cómo funciona el autómata con entrada 011

Lectura del tercer símbolo



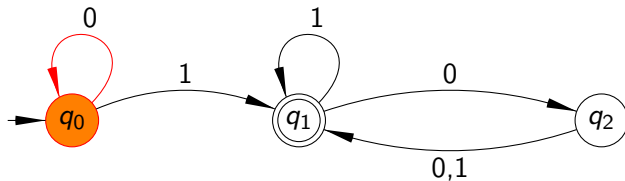
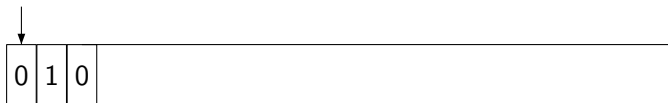
Termino de leer la entrada y estoy en un estado final: acepto la entrada





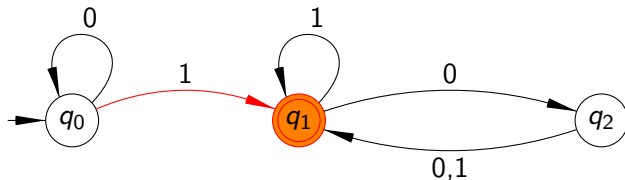
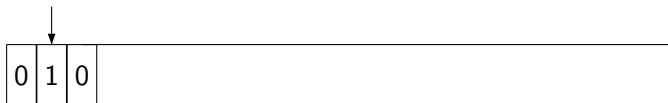
# Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del primer símbolo



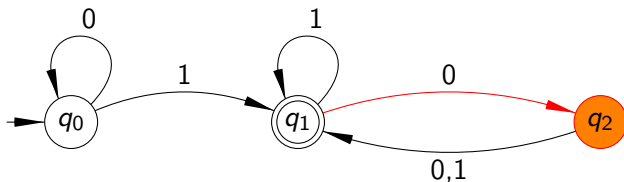
# Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del segundo símbolo



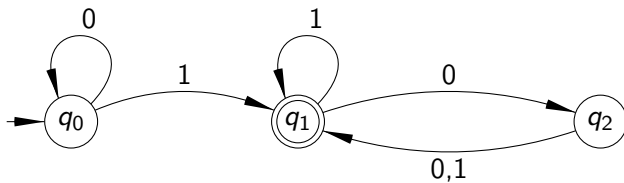
# Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del tercer símbolo



Termino de leer la entrada y estoy en un estado no final: rechazo la entrada

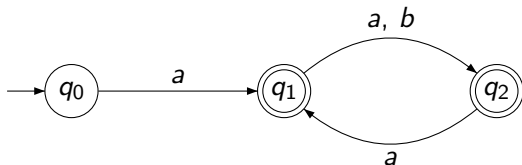
## Con otras entradas



¿acepta 001100?

¿acepta  $\epsilon$ ?

## Otro autómata



Acepta *aba*

¿Y *abb*?

Rechaza *abb* porque no está definido a qué estado ir

¿Qué lenguaje acepta?

Las cadenas no vacías que tienen *a* en todas las posiciones impares

# Definición formal de autómata finito determinista

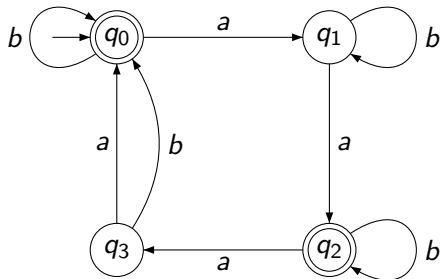
## Definición

Un **autómata finito determinista (AFD)** es  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  tal que

- ▶  $Q$  es el conjunto finito de estados
- ▶  $\Sigma$  es el alfabeto de entrada
- ▶  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  es la función de transición  
 $\delta(q, a) = q'$  quiere decir que si estoy en el estado  $q$  y leo el símbolo  $a$  voy al estado  $q'$
- ▶  $q_0 \in Q$  es el estado inicial
- ▶  $F \subseteq Q$  es el conjunto de los estados finales o **de aceptación**.

# Representado un autómata

- ▶ Lo más usual es la representación gráfica



# Representado un autómata

- También podemos indicar quiénes son los estados, estado inicial, estados finales y tabla de transición

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

*Estado inicial  $q_0$  (si se llama  $q_0$  no hace falta decirlo)*

$$F = \{q_0, q_2\}$$

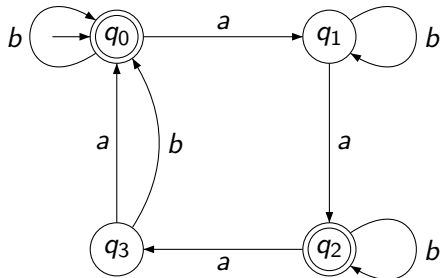
$\delta$	$a$	$b$
$q_0$	$q_1$	$q_0$
$q_1$	$q_2$	$q_1$
$q_2$	$q_3$	$q_2$
$q_3$	$q_0$	$q_0$



# Función de transición extendida $\delta^*$

- ▶  $\delta^*(q, w)$  es el estado al que llego si empiezo en el estado  $q$  y leo la cadena  $w$
- ▶  $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

# Ejemplos de $\delta^*$



$$\delta^*(q_0, ba) = q_1$$

$$\delta^*(q_2, abb) = q_0$$

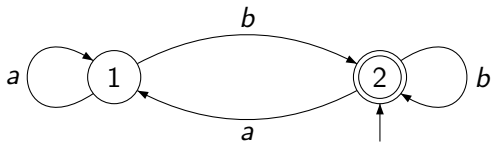
$$\delta^*(q_1, \epsilon) = q_1$$

# Definición formal de $\delta^*$

$\delta^*$  se define de forma recursiva, dados  $q \in Q$ ,  $w \in \Sigma^*$ ,  $a \in \Sigma$ :

- ▶  $\delta^*(q, \epsilon) = q$
- ▶  $\delta^*(q, wa) = \delta(\delta^*(q, w), a)$
- ▶ Muchas veces usaremos  $\delta$  para llamar a  $\delta^*$

# Lenguaje aceptado por un autómata



¿Qué lenguaje acepta?

Las cadenas que terminan en *b* y la cadena vacía

# Lenguaje aceptado por un autómata

Formalmente, dado un autómata finito  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  el lenguaje aceptado por  $M$  es  $L(M)$  definido como

$$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^*, \delta^*(q_0, w) \in F\}$$

# Lenguaje regular

Un lenguaje  $A$  es regular si es el lenguaje aceptado por un autómata, es decir, si  $A = L(M)$  para algún autómata  $M$ .

# Ejemplos de lenguajes regulares

Los siguientes son lenguajes regulares:

- ▶ Los lenguajes aceptados por los autómatas vistos hoy
- ▶  $\{w \mid w \text{ termina en } bb\}$
- ▶ Los múltiplos de 2 en binario
- ▶  $(a + b)^*(aa + bb)^*b$

Los veremos en detalle en la próxima clase de problemas.

# Bibliografía

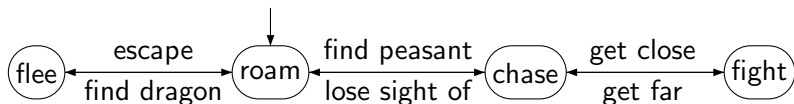
- ▶ Sipser (2a edición), páginas 31 a 44 (en sección 1.1) .
- ▶ Kelley, secciones 2.3 y 2.4.



## Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

Modelado muy eficiente de sistemas sencillos (máquinas de café, sistemas de comunicaciones, etc)

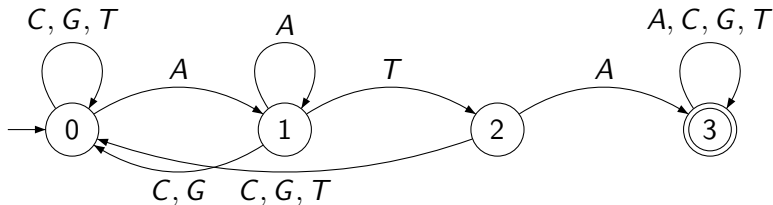
- ▶ **Ejemplo:** Un bot (personaje generado por ordenador en un videojuego)



# Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

Búsqueda de patrones en textos (cuando el mismo patrón hay que buscarlo en muchos textos)

- **Ejemplo:** En bioinformática, buscar *ATA* en una enorme base de datos de ADN



## Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

- ▶ Hay muchas más (compiladores, analizadores lexicográficos, lenguaje humano, etc)