

Autómatas finitos y lenguajes regulares

Elvira Mayordomo

Universidad de Zaragoza

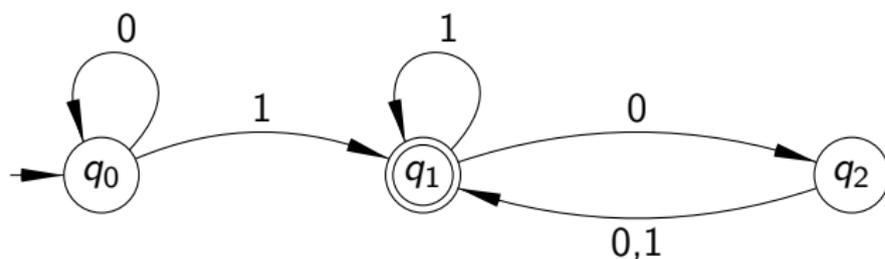
26 de septiembre de 2013

Contenido de este tema

- ▶ Introducción a los autómatas finitos
- ▶ Definición de autómata finito determinista
- ▶ Ejemplos de autómatas finitos
- ▶ Definición de lenguaje regular

Primer ejemplo de autómata

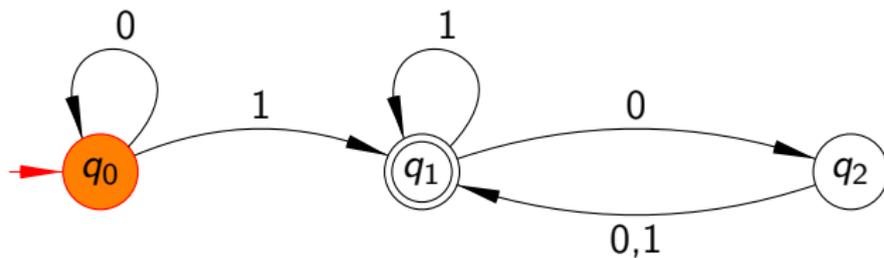
Este es el aspecto de un autómata finito.



- ▶ q_0 es el estado inicial
- ▶ los estados son q_0 , q_1 y q_2
- ▶ hay un estado final q_1
- ▶ las transiciones van de un estado a otro

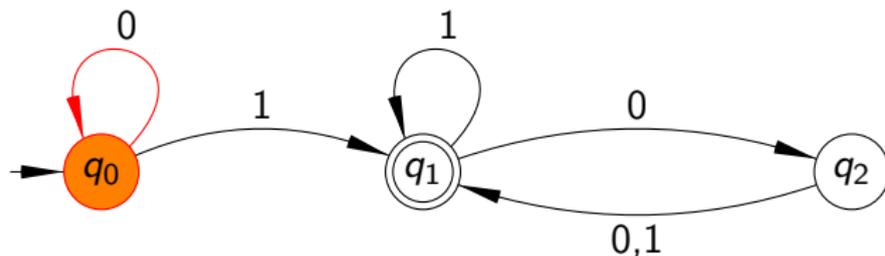
Cómo funciona el autómata con entrada 011

Configuración inicial



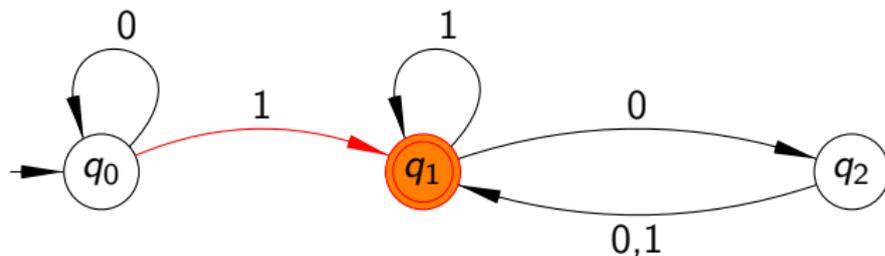
Cómo funciona el autómata con entrada 011

Lectura del primer símbolo



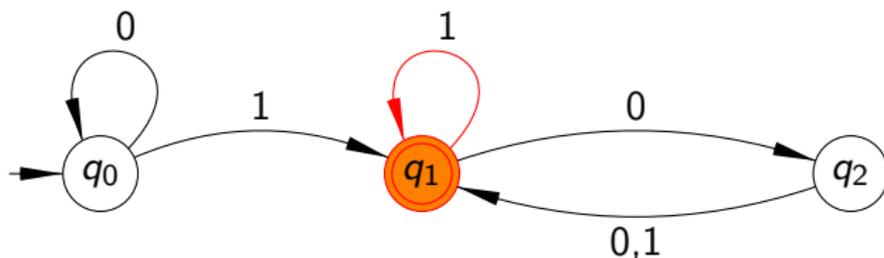
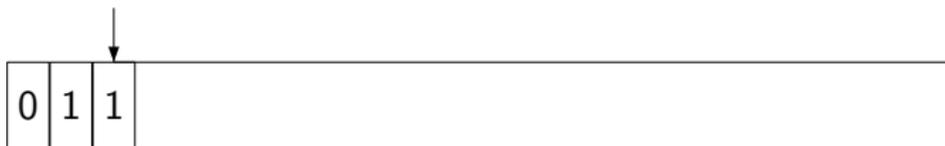
Cómo funciona el autómata con entrada 011

Lectura del segundo símbolo



Cómo funciona el autómata con entrada 011

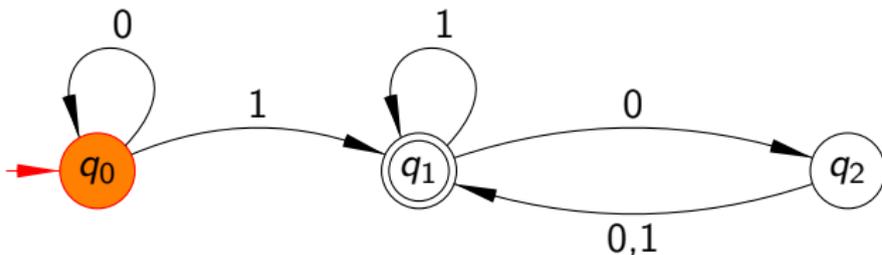
Lectura del tercer símbolo



Termino de leer la entrada y estoy en un estado final: acepto la entrada

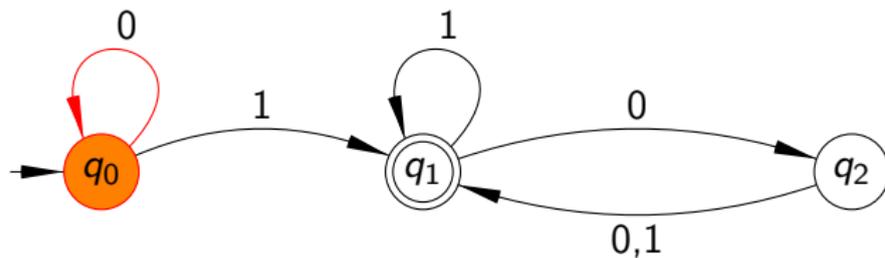
Cómo funciona el autómeta con entrada 010

Configuración inicial



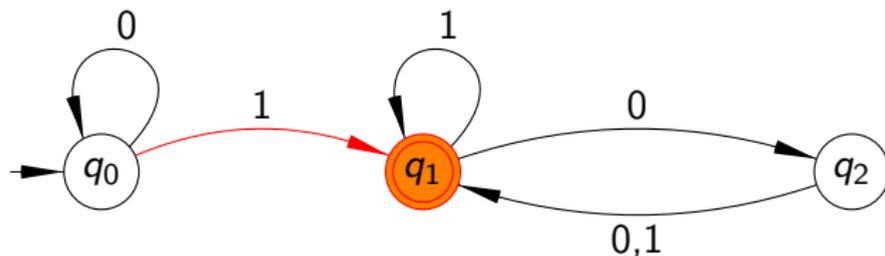
Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del primer símbolo



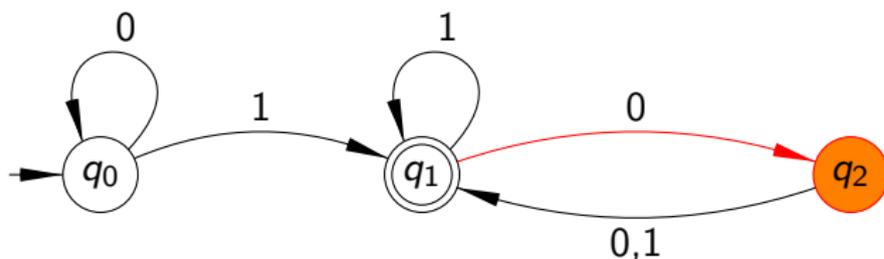
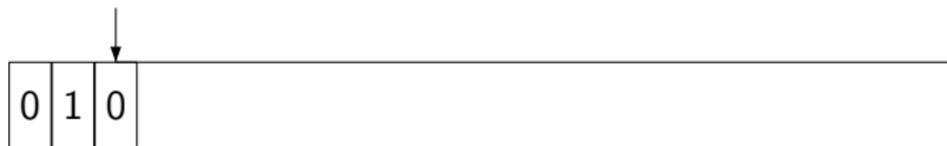
Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del segundo símbolo



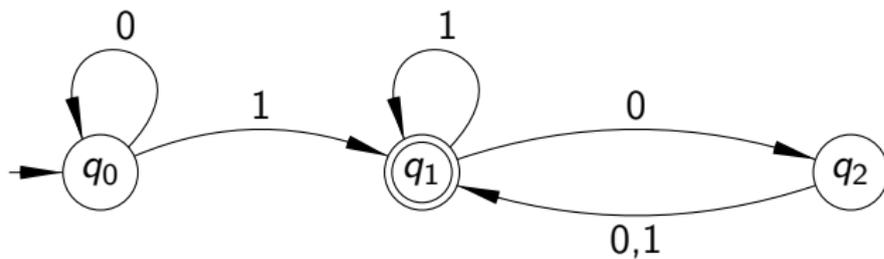
Cómo funciona el autómata con entrada 010

Lectura del tercer símbolo



Termino de leer la entrada y estoy en un estado no final: rechazo la entrada

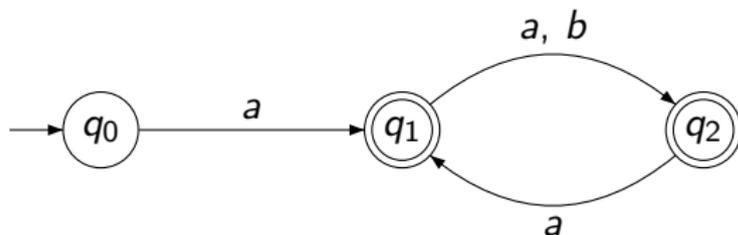
Con otras entradas



¿acepta 001100?

¿acepta ϵ ?

Otro autómata



Acepta aba

¿Y abb ?

Rechaza abb porque no está definido a qué estado ir

¿Qué lenguaje acepta?

Las cadenas no vacías que tienen a en todas las posiciones impares

Definición formal de autómata finito determinista

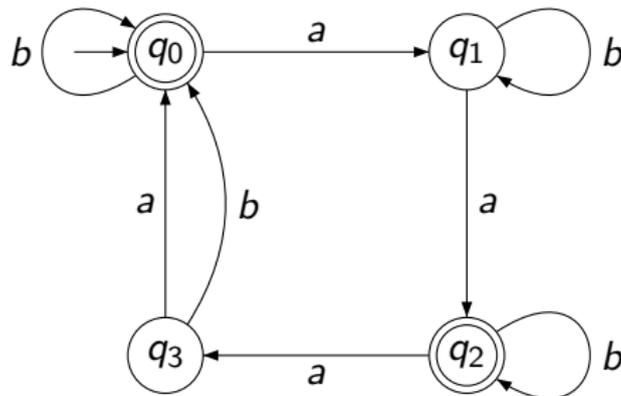
Definición

Un *autómata finito determinista (AFD)* es $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ tal que

- ▶ Q es el conjunto finito de estados
- ▶ Σ es el alfabeto de entrada
- ▶ $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la función de transición
 $\delta(q, a) = q'$ quiere decir que si estoy en el estado q y leo el símbolo a voy al estado q'
- ▶ $q_0 \in Q$ es el estado inicial
- ▶ $F \subseteq Q$ es el conjunto de los estados finales o **de aceptación**.

Representado un autómata

- ▶ Lo más usual es la representación gráfica



Representado un autómata

- También podemos indicar quiénes son los estados, estado inicial, estados finales y tabla de transición

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

Estado inicial q_0 (si se llama q_0 no hace falta decirlo)

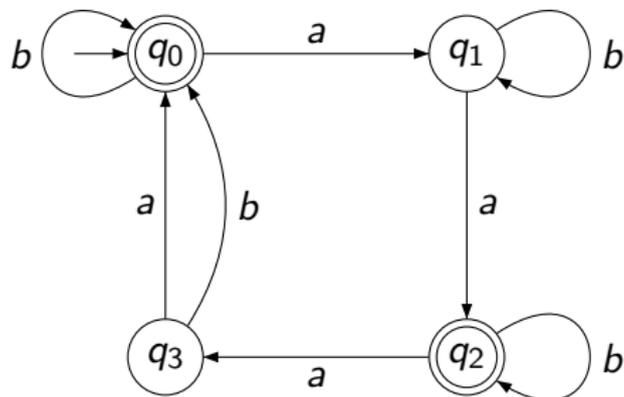
$$F = \{q_0, q_2\}$$

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_2	q_1
q_2	q_3	q_2
q_3	q_0	q_0

Función de transición extendida δ^*

- ▶ $\delta^*(q, w)$ es el estado al que llego si empiezo en el estado q y leo la cadena w
- ▶ $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$

Ejemplos de δ^*



$$\delta^*(q_0, ba) = q_1$$

$$\delta^*(q_2, abb) = q_0$$

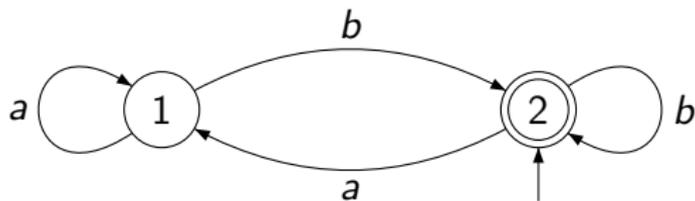
$$\delta^*(q_1, \epsilon) = q_1$$

Definición formal de δ^*

δ^* se define de forma recursiva, dados $q \in Q$, $w \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$:

- ▶ $\delta^*(q, \epsilon) = q$
- ▶ $\delta^*(q, wa) = \delta(\delta^*(q, w), a)$
- ▶ Muchas veces usaremos δ para llamar a δ^*

Lenguaje aceptado por un autómata



¿Qué lenguaje acepta?

Las cadenas que terminan en b y la cadena vacía

Lenguaje aceptado por un autómata

Formalmente, dado un autómata finito $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ el lenguaje aceptado por M es $L(M)$ definido como

$$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^*, \delta^*(q_0, w) \in F\}$$

Lenguaje regular

Un lenguaje A es regular si es el lenguaje aceptado por un autómata, es decir, si $A = L(M)$ para algún autómata M .

Ejemplos de lenguajes regulares

Los siguientes son lenguajes regulares:

- ▶ Los lenguajes aceptados por los autómatas vistos hoy
- ▶ $\{w \mid w \text{ termina en } bb\}$
- ▶ Los múltiplos de 2 en binario
- ▶ $(a + b)^*(aa + bb)^*b$

Los veremos en detalle en la próxima clase de problemas.

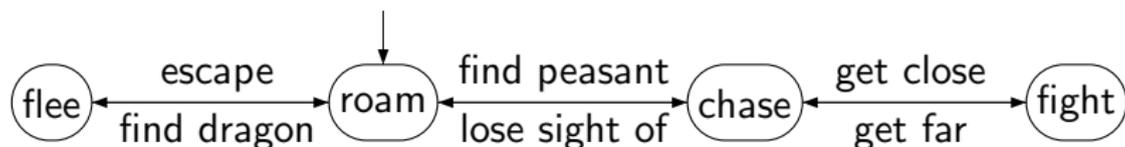
Bibliografía

- ▶ Sipser (2a edición), páginas 31 a 44 (en sección 1.1) .
- ▶ Kelley, secciones 2.3 y 2.4.

Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

Modelado muy eficiente de sistemas sencillos (máquinas de café, sistemas de comunicaciones, etc)

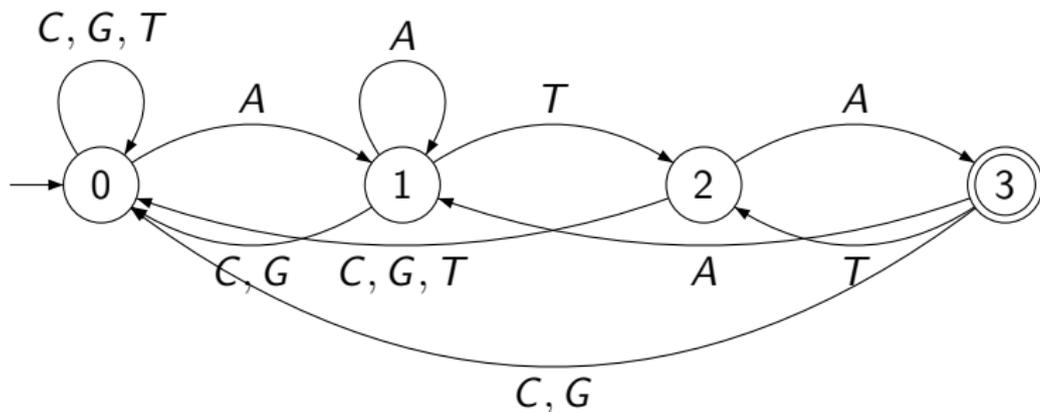
- ▶ **Ejemplo:** Un bot (personaje generado por ordenador en un videojuego)



Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

Búsqueda de patrones en textos (cuando el mismo patrón hay que buscarlo en muchos textos)

- ▶ **Ejemplo:** En bioinformática, buscar *ATA* en una enorme base de datos de ADN



Curiosidades: aplicaciones de los autómatas

- ▶ Hay muchas más (compiladores, analizadores lexicográficos, lenguaje humano, etc)