

## PRÁCTICA 2 MODELOS ABSTRACTOS DE CÁLCULO

**Ejercicio 1.** Estudia las siguientes funciones. Todas ellas son reducciones desde el problema de parada. Escribe un lenguaje  $L$  para el cual  $H \leq L$  vía la función  $h$ .

1.

$$h_1(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N; \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{Simular}(CP, CX, \text{EXITO}, \text{RESULTADO}); \\ \text{Si EXITO entonces} \\ \text{Devuelve } 2 \cdot \text{RESULTADO”}; \end{array} \right)$$

2.

$$h_2(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{Simular}(CP, CX); \\ \text{Si } 7 = 4 \text{ entonces} \\ \text{Devuelve } N \\ \text{si no Devuelve } 7; \text{”} \end{array} \right), 25$$

3.

$$h_3(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{Simular } (CP, CX, \text{EXITO}); \\ \text{Si EXITO entonces} \\ \text{Devuelve } N; \text{”} \end{array} \right)$$

4.

$$h_4(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{SimularConReloj } (CP, CX, N, \text{EXITO}); \\ \text{Si EXITO entonces} \\ \text{Devuelve } 2N + 1; \text{”} \end{array} \right)$$

5.

$$h_5(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{Simular}(CP, CX, \text{EXITO}); \\ \text{Si EXITO entonces} \\ \text{Devuelve } 3; \text{”} \end{array} \right), \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Devuelve } 3 \text{”} \end{array} \right)$$

6.

$$h_6(p, x) = \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Constantes } CP := p; CX := x; \\ \text{SimilarConReloj}(CP, CX, N, EXITO); \\ \text{Si EXITO entonces} \\ \text{Devuelve 5} \\ \text{si no Devuelve 203”} \end{array} \right), \quad \left( \begin{array}{l} \text{“Leer } N \\ \text{Devuelve 5”} \end{array} \right)$$

**Ejercicio 2.** Considera los siguientes lenguajes.

- i) Utilizando reducciones demuestra cuando sea posible si son semidecidibles ( $L \leq H$ ), no decidibles ( $H \leq L$ ) o ninguna de las dos cosas ( $\bar{H} \leq L$ ).
- ii) Calcula el lenguaje complementario.
- iii) ¿Sabes demostrar si es semidecidible?  
Por lo tanto, el lenguaje original, ¿es decidible?

$$\mathbf{L}_1 = \{x \mid \text{Im}(\varphi_x) \subseteq \{0, 1\}\}.$$

$$\mathbf{L}_2 = \{x \mid \varphi_x \text{ es suprayectiva}\}.$$

$$\mathbf{L}_3 = \{m, n \mid P_m(n) \downarrow \text{ y tarda tiempo múltiplo de } n\}.$$

$$\mathbf{L}_4 = \{x, y \mid \exists n (P_x(n) \downarrow \wedge P_y(n) \uparrow)\}.$$

$$\mathbf{L}_5 = \{x \mid \varphi_x \text{ es total}\}.$$

$$\mathbf{L}_6 = \{x \mid \forall n (P_x(n) \downarrow \wedge (\varphi_x(n) < \varphi_x(n+1)))\}.$$

$$\mathbf{L}_7 = \{x \mid \exists y (y \in \text{Dom}(\varphi_x) \wedge (x \in \text{Dom}(\varphi_y)))\}.$$

$$\mathbf{L}_8 = \{x, y \mid \exists z > y \wedge \exists n \varphi_x(z) = 2n\}.$$

$$\mathbf{L}_9 = \{z \mid \text{Im}(\varphi_z) \text{ tiene un número finito de elementos distintos}\}.$$

**Ejercicio 3.** ¿Puedes utilizar el teorema de Rice para concluir que alguno de los siguientes lenguajes es indecidible?

$$\mathbf{L}_1 = \{x \mid \varphi_x \text{ es total}\}.$$

$$\mathbf{L}_2 = \{x \mid \forall n (P_x(n) \downarrow \wedge (\varphi_x(n) < \varphi_x(n+1)))\}.$$

$$\mathbf{L}_3 = \{x \mid \varphi_x(0) = 7\}.$$

$$\mathbf{L}_4 = \{x \mid \varphi_x(x) = 3\}.$$

$$\mathbf{L}_5 = \{x \mid \varphi_x \text{ es suprayectiva}\}.$$

$$\mathbf{L}_6 = \{x \mid \text{Dom}(\varphi_x) \text{ contiene todos los números pares}\}.$$

$$\mathbf{L}_7 = \{x \mid \forall n \varphi_x(n) \subseteq \{0, 1\} \wedge \exists m \text{ tal que } P_x(m) \text{ devuelve } m+2\}.$$

$$\mathbf{L}_8 = \{x \mid \exists y \in \text{Dom}(\varphi_x) \text{ tal que } \varphi_x(y) = \varphi_x(x)\}.$$

$$\mathbf{L}_9 = \{x \mid \exists y (\varphi_x \equiv \varphi_y)\}.$$

$$\mathbf{L}_{10} = \{x \mid P_x \text{ calcula la función identidad}\}.$$

$$\mathbf{L}_{11} = \{x \mid \text{Im}(\varphi_x) = \text{Dom}(\varphi_x)\}.$$

$$\mathbf{L}_{12} = \{x \mid \exists y (\varphi_x \equiv \varphi_y) \wedge x \neq y\}.$$

$$\mathbf{L}_{13} = \{x \mid \varphi_x(7) \neq \varphi_x(7)\}.$$

$$\mathbf{L}_{14} = \{x \mid \exists y \neq z \in \text{Dom}(\varphi_x) \text{ tal que } \varphi_x(y) = \varphi_x(z)\}.$$

**Ejercicio \*.** Considerar el siguiente lenguaje

$$\mathbf{L} = \{x \mid \text{Dom}\varphi_x \text{ no es semidecidible}\}.$$

Razonar si  $L$  es o no decidible y si es o no semidecidible.