EXAMEN DE MODELOS ABSTRACTOS DE CÁLCULO

PRIMERA PARTE (3 puntos sobre 8)

Ejemplo de examen, enero de 2010

TIEMPO para realizar esta parte: 45 minutos.

Contestad Verdadero o Falso a cada una de las siguientes preguntas. ATENCIÓN: Las respuestas erróneas tienen puntuación negativa.

1. Si A es un lenguaje decidible entonces A es semidecidible.
2. Todo problema NP-completo está en NP.
3. Si $A \in \mathrm{P}$ y B es un lenguaje decidible entonces $A \leq_{\mathrm{m}} B$.
4. Si $A \leq_m B$ entonces $B \leq_m A$
5. Si $A \leq_m B$ entonces $\bar{A} \leq_m \bar{B}$
6. La intersección de dos lenguajes semidecidibles es un lenguaje semidecidible.
7. Si $A \leq_{\mathrm{m}} H$ entonces A es semidecidible.
8. La intersección de dos lenguajes decidibles es un lenguaje decidible.
9. La unión de dos lenguajes decidibles es un lenguaje decidible.
10. $\mathrm{NP} \subseteq \mathrm{EXP}$.
11. Si $A \in \mathrm{P}$ y $B \in \mathrm{NP}$ entonces $A \leq_{\mathrm{m}}^{\mathrm{p}} B$.
12. Si A es un lenguaje NO decidible y B es un lenguaje semidecidible entonces $A \leq_{\mathrm{m}} B$.
13. La intersección de un lenguaje decidible y un lenguaje semidecidible es un lenguaje decidible.
14. La unión de un lenguaje decidible y un lenguaje semidecidible es un lenguaje decidible.
15. Si A es un lenguaje semidecidible entonces A es decidible.
16. Si $A \in$NP y B es NP-completo entonces $A \leq_{\mathrm{m}}^{\mathrm{p}} B$.
17. Si $L_1 \cup L_2$ es decidible entonces L_1 es decidible ó L_2 es decidible.
18. $\mathrm{P} \subseteq \mathrm{NP}$.
19. Si A es un lenguaje decidible y $B \in \mathrm{P}$ entonces $A \leq_{\mathrm{m}} B$.
20. La unión de dos lenguajes semidecidibles es un lenguaje semidecidible.
21. SAT está en EXP.

MODELOS ABSTRACTOS DE CÁLCULO

SEGUNDA PARTE (5 puntos sobre 8)

Ejemplo de examen, enero de 2010

Nota.- Todas las soluciones han de ser expuestas y justificadas de forma clara y completa.

TIEMPO para realizar esta parte: 2h.

1. *2,5 puntos.* Sea

$$A = \{\, p \mid \forall n \ (\ n \text{ primo } \ \Rightarrow \ \ p(n)\!\uparrow\ )\}.$$

   ¿Es A decidible? ¿Es A semidecidible? ¿Es $\bar{A}$ semidecidible?

2. *2,5 puntos.* Demostrar que el siguiente problema es NP-completo.

   Entrada: $G = (V, A)$ un grafo no dirigido de n vértices, $k \in \mathbb{N}$ con $2 \leq k \leq n$.

   Salida: ¿Existe un camino de G que pase exactamente 3 veces por k vértices diferentes $x_1, \ldots, x_k$ y una sola vez por el resto de los vértices de G?

   (Codificación: el grafo con matriz de adyacencia y los enteros en binario.)