Estructuras de Datos y Algoritmos

Árboles lexicográficos (o *tries*)

Lección 17

🄯 **All wrongs reversed** – bajo licencia CC-BY-NC-SA 4.0

Universidad Zaragoza

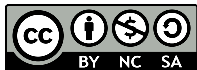
Dpto. de Informática e Ingeniería de Sistemas
Universidad de Zaragoza, España

Curso 2024/2025

Grado en Ingeniería Informática

Universidad de Zaragoza

Aula 0.04, Edificio Agustín de Betancourt



Adaptadas de diapositivas de Javier Campos

Índice

1 Definición

2 Implementaciones

Universidad Zaragoza

Índice

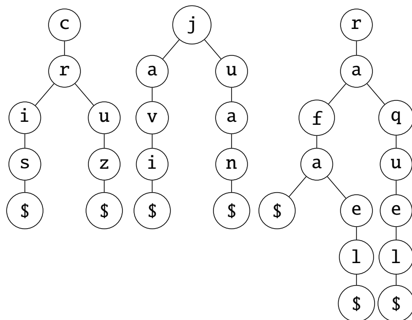
1 Definición

2 Implementaciones

Universidad Zaragoza

Árboles lexicográficos

- Un *trie* es una estructura de datos arborescente que utiliza las partes de la clave para organizar y buscar entre la colección de datos que almacena (TAD `diccionario`)
  - El nombre *trie* proviene de *retrieval*, y se pronuncia como *try* para distinguirlo de *tree*
  - Se utilizan con claves de tipo cadena, pero también pueden usarse con claves numéricas u otras (en general, cadenas de símbolos de un alfabeto finito)
  - La clave no se almacena entera en un nodo, sino en un camino (normalmente de la raíz a cada hoja)



cris cruz javi juan rafa rafael raquel

Universidad Zaragoza

Árboles lexicográficos

- Todos los descendientes de un nodo tienen un prefijo común
  - Un *trie* es un **árbol de prefijos**
- Si el alfabeto utilizado tiene definida una relación de orden, el *trie* se llama *árbol lexicográfico*
- La búsqueda en un *trie*, para una clave de longitud m, es de $\mathcal{O}(m)$ en el peor caso
- Suelen requerir menos espacio que otros árboles, al no almacenar las claves en los nodos y compartirlos para representar las claves con prefijos comunes
- Los datos asociados a cada clave se localizan al final del camino que forma la clave (hoja)

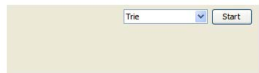
Universidad Zaragoza

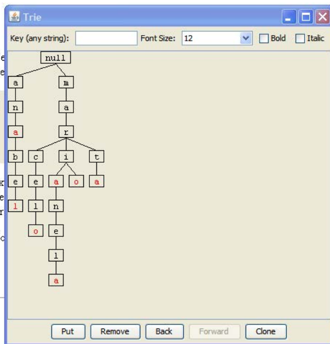
Árboles lexicográficos

- Véase ejemplo de applet en:
  http://people.cis.ksu.edu/~rhowell/viewer/viewer.html

Search Tree Viewer

Below is an applet for creating and manipulating Binary Se
the Start button. This will open a window in which the tree





To create and manipulate a tree, enter any string in the tex
the tree. The keys will be maintained in lexicographic orde
copy of the tree and history in your current window; the tr

Important Note: This applet treats all keys as strings. Yo
have reflected a misunderstanding of this fact.

- More information.

Last updated January 12, 2006.

Rod Howell (rhowell@ksu.edu)

- Otro applet en
  http://people.ksp.sk/~kuko/gnarley-trees/?page_id=100
  (ir a Stringology 〉 trie)

Universidad Zaragoza

Árboles lexicográficos

- Para poder almacenar palabras (claves) que sean prefijos de otras, es necesario utilizar un símbolo terminador (ejemplo: carácter `'$'`)
- Aplicaciones más comunes:
  - Manipulación de diccionarios (búsqueda, inserción, borrado, etcétera; TAD `diccionario`)
  - Búsqueda de prefijos de palabras o, más general, búsqueda y comparación de subcadenas: procesamiento de textos, completado automático de comandos, etcétera
  - ...

Universidad Zaragoza

Índice

1 Definición

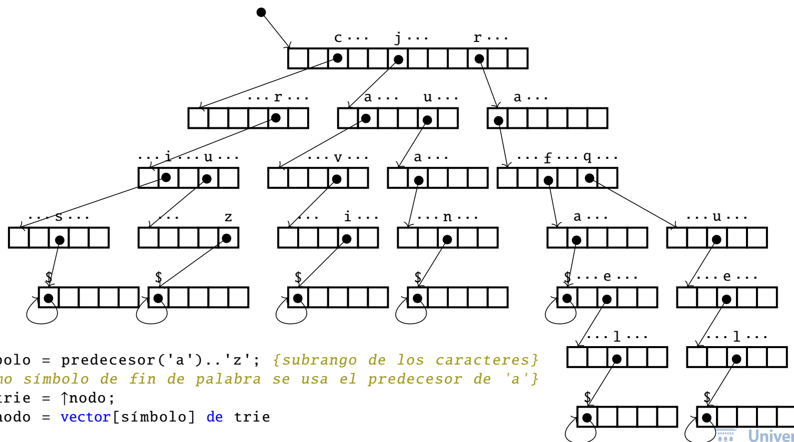
2 Implementaciones

Universidad Zaragoza

Implementaciones

Nodo-vector

- Cada nodo es un vector de punteros para acceder a los subárboles
- Rápida selección de hijo versus alto coste en espacio



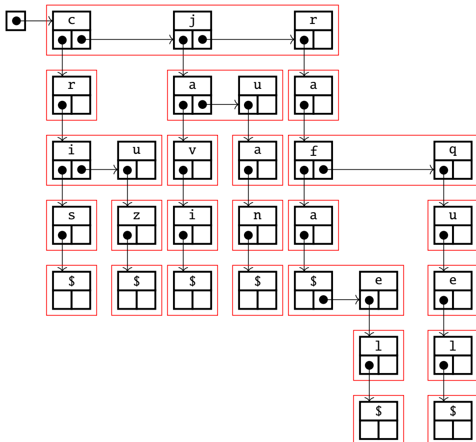

```
tipos
    símbolo = predecesor('a')..'z'; {subrango de los caracteres}
    {como símbolo de fin de palabra se usa el predecesor de 'a'}
       trie = ↑nodo;
       nodo = vector[símbolo] de trie
```

Universidad Zaragoza 1542

Implementaciones

Nodo-lista

- Cada nodo es una lista enlazada por punteros, que contiene las raíces de los subárboles
  - Representación "primogénito-siguiente hermano" de un bosque
- Menor coste en espacio, pero mayor tiempo para acceder a los hijos



Implementaciones

Nodo-abb

- Esta estructura se llama también *árbol ternario de búsqueda*
- Cada nodo contiene:
  - Dos punteros, al hijo izquierdo y derecho (como en un árbol binario de búsqueda)
  - Un puntero, central, a la raíz del *trie* al que da acceso el nodo
- **Objetivo**: combinar la eficiencia de los *tries* con la eficiencia de los ABBs (al usarlos en cada "nodo" del *trie*):
  - Una búsqueda compara el carácter actual en la cadena buscada con el carácter del nodo
  - Si el carácter buscado es menor, la búsqueda de ese carácter sigue en el hijo izquierdo
  - Si el carácter buscado es mayor, se sigue en el hijo derecho
  - Si el carácter es igual, se va al hijo central, y se pasa a buscar el siguiente carácter de la cadena buscada

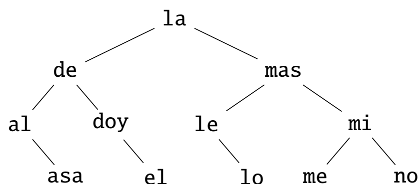
Universidad Zaragoza

Implementaciones
Nodo-abb

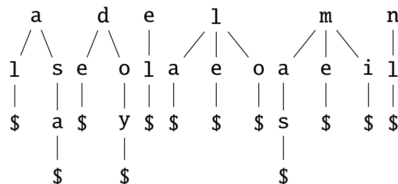
Un árbol ternario de búsqueda para las palabras:

`al`, `asa`, `de`, `doy`, `el`, `la`, `le`, `lo`, `mas`, `me`, `mi`, `no`

En un ABB podrían quedar:



En un *trie* quedarían:



Implementaciones

Nodo-abb

Almacenando el *trie* como árbol ternario de búsqueda podrían quedar:

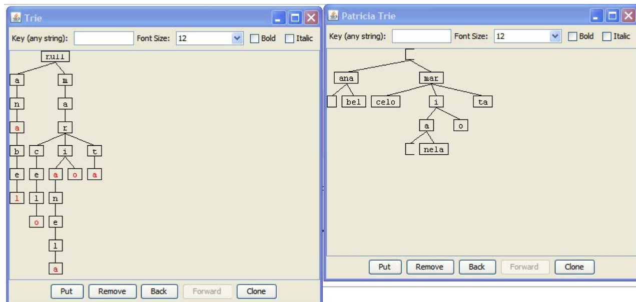
l
d e m
a e e a $ o e n
s $ o l $ $ a $ i o
l a y $ s $ $
$ $ $ $

al asa de doy el la le lo mas me mi no

Implementaciones

PATRICIA

- *Practical Algorithm To Retrieve Information Coded In Alphanumeric*
  - Donald R. Morrison. Journal of the ACM, vol. 15, iss. 4, pp 514–534, 1968. https://doi.org/10.1145/321479.321481
- Evitan la proliferación de nodos con un único hijo en los *tries*, y por tanto reducen su altura
  - Más detalles en este enlace
- *Aplicaciones reales*: Ethereum, protocolo DNS



Universidad Zaragoza

Implementaciones

Detalles implementación Nodo-lista

```
tipos
    trie = ↑nodo;
    nodo = registro
               dato: carácter;
               primogenito, sigHermano: trie
           freg

    procedimiento creaVacío(sal t: trie)
    principio
        t := nil
    fin

    procedimiento plantaPalabra(ent palabra: cadena; e/s t: trie)
    {Algoritmo auxiliar para plantar un árbol vertical (lista) con los caracteres de una palabra}
    variables
        taux: trie;
        resto: cadena
    principio
        si long(palabra) = 0 entonces {long devuelve la longitud de una cadena}
            nuevoDato(t);
            t↑.dato := '$'; {marca de fin de palabra}
            t↑.primogenito := nil;
            t↑.sigHermano := nil
        sino
            resto := palabra[2..long(palabra)]; {trozo de la palabra...}
            plantaPalabra(resto,taux);
            nuevoDato(t);
            t↑.dato := palabra[1]; {primer carácter de la palabra}
            t↑.primogenito := taux;
            t↑.sigHermano := nil
        fsi
    fin
```

Universidad Zaragoza

```
procedimiento insertar(ent palabra: cadena; e/s t: trie)
variables
    taux: trie;
    resto: cadena
principio
    si t = nil entonces
        plantaPalabra(palabra, t);
    sino
        si long(palabra) = 0 entonces
            si t↑.dato ≠ '$' entonces
                nuevoDato(taux);
                taux↑.dato := '$';
                taux↑.primogenito := nil;
                taux↑.sigHermano := t;
                t := taux
            fsi
        sino {t ≠ nil and long(palabra) > 0}
            si palabra[1] < t↑.dato entonces
                plantaPalabra(palabra,taux);
                taux↑.sigHermano := t;
                t := taux
            sino_si palabra[1] = t↑.dato entonces
                resto := palabra[2..long(palabra)];
                insertar(resto, t↑.primogenito)
            sino {palabra[1] > t↑.dato}
                insertar(palabra,t↑.sigHermano)
            fsi
        fsi
    fsi
fin
```

Universidad Zaragoza

```
función pertenece(palabra: cadena; t: trie) devuelve booleano
variable
    resto: cadena
principio
    si t = nil entonces
        devuelve falso
    sino
        si long(palabra) = 0 entonces
            devuelve t↑.dato = '$'
        sino
            si palabra[1] < t↑.dato entonces
                devuelve falso
            sino_si palabra[1] = t↑.dato entonces
                resto := palabra[2..long(palabra)];
                devuelve pertenece(resto, t↑.primogenito)
            sino {palabra[1] > t↑.dato}
                devuelve pertenece(palabra,t↑.sigHermano)
            fsi
        fsi
    fsi
fin
```

Universidad Zaragoza

```
procedimiento eliminar(ent palabra: cadena; e/s t: trie)
variables
    taux: trie;
    resto: cadena
principio
    si t ≠ nil entonces
        si long(palabra) = 0 entonces
            si t↑.dato = '$' entonces
                taux := t;
                t := t↑.sigHermano;
                disponer(taux)
            fsi
        sino
            si palabra[1] = t↑.dato entonces
                resto := palabra[2..long(palabra)];
                eliminar(resto, t↑.primogenito);
                si t↑.primogenito = nil entonces
                    taux := t;
                    t := t↑.sigHermano;
                    disponer(taux)
                fsi
            sino_si palabra[1] > t↑.dato entonces
                eliminar(palabra, t↑.sigHermano)
            fsi
        fsi
    fsi
fin
```

Universidad Zaragoza

```
procedimiento preTrie(ent t: trie; ent palabra: cadena)
{Adaptación del recorrido en pre-orden para un bosque de árboles n-arios visto
en la lección 15. En el parámetro 'palabra' se recibe la concatenación de caracteres
del camino que va de la raíz del trie al padre del nodo apuntado por t}
principio
    si t ≠ nil entonces
        preOrden(t, palabra); {recorrido del árbol apuntado por t}
        preTrie(t↑.sigHermano, palabra) {recorrido de los demás árboles hermanos de t}
    fsi
fin

procedimiento preOrden(ent t: trie; ent palabra: cadena)
{Adaptación del recorrido en pre-orden para un árbol n-ario visto en la lección 15}
principio
    si t↑.dato = '$' entonces
        escribirLínea(palabra)
    sino
        preTrie(t↑.primogenito, palabra + t↑.dato) {+ es aquí la concatenación de cadenas}
    fsi
fin

procedimiento escribe(ent t: trie)
variable
    palabra: cadena
principio {de escribe}
    palabra := ""; {"" representa la cadena vacía}
    preTrie(t, palabra)
fin
```

Universidad Zaragoza

Trabajo encargado

Leer lección 17 de los apuntes.

Ejercicios 1.1 y 1.2 de la hoja 6

Estructuras de Datos y Algoritmos

Árboles lexicográficos (o *tries*)

LECCIÓN 17

🄯 **All wrongs reversed** – bajo licencia CC-BY-NC-SA 4.0

Universidad Zaragoza

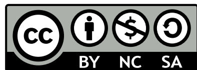
Dpto. de Informática e Ingeniería de Sistemas
Universidad de Zaragoza, España

Curso 2024/2025

Grado en Ingeniería Informática

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

Aula 0.04, Edificio Agustín de Betancourt



Adaptadas de diapositivas de Javier Campos