Estructuras de Datos y Algoritmos

Árboles binarios

Lección 12

Universidad Zaragoza

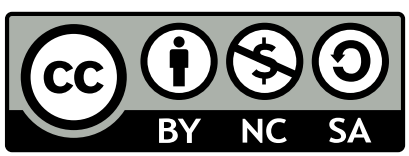
Dpto. de Informática e Ingeniería de Sistemas
Universidad de Zaragoza, España

Curso 2023/2024

Grado en Ingeniería Informática

Universidad de Zaragoza

Aula 0.04, Edificio Agustín de Betancourt



Adaptadas de diapositivas de Javier Campos

Índice

Universidad Zaragoza

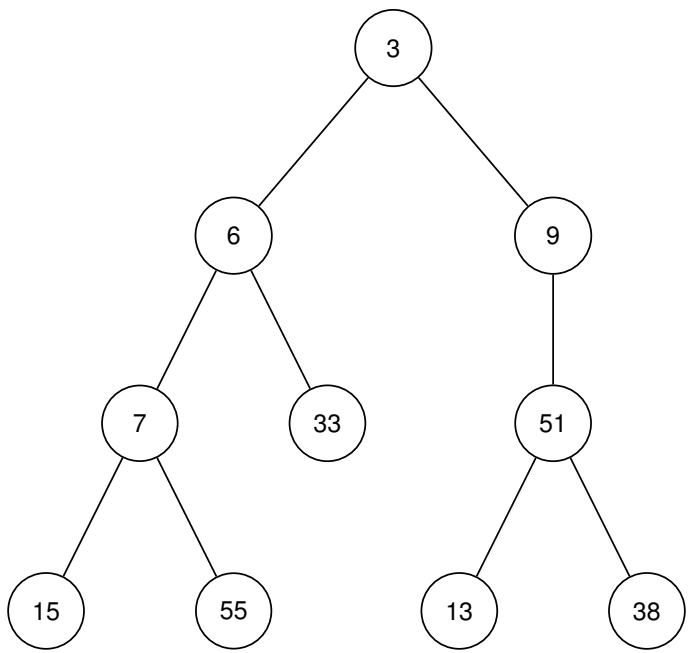
Índice

Universidad Zaragoza

Árboles binarios

Definición

- Conjunto de elementos (o nodos) del mismo tipo, tal que:
  - O bien es el conjunto vacío (y entonces se llama ***árbol vacío***);
  - O bien es no vacío, en cuyo caso existe un elemento destacado llamado ***raíz***) y el resto de los elementos se distribuyen en dos subconjuntos disjuntos (llamados ***subárbol izquierdo*** y ***subárbol derecho***), cada uno de los cuales es un árbol binario



Universidad Zaragoza

Índice

Universidad Zaragoza

Árboles binarios

Especificación

```
espec árbolesBinarios
    usa booleanos,naturales
    parámetro formal
        género elemento
    fpf
género arbin
operaciones
    vacío: -> arbin
    {Devuelve el árbol vacío}
    plantar: elemento e, arbin ai, arbin ad -> arbin
    {Devuelve un árbol cuyo elemento raíz es e, subárbol izquierdo es ai y derecho es ad}
    esVacío?: arbin a -> booleano
    {Devuelve verdad si y sólo si a es el árbol vacío}
    parcial raíz: arbin a -> elemento
    {Devuelve el elemento raíz de a. Parcial: la operación no está definida si a es vacío}
    parcial subIzq: arbin a -> arbin
    {Devuelve el subárbol izquierdo de a. Parcial: la op. no está definida si a es vacío}
    parcial subDer: arbin a -> arbin
    {Devuelve el subárbol derecho de a. Parcial: la op. no está definida si a es vacío}
    parcial altura: arbin a -> natural
    {Devuelve la altura de a. Parcial: la operación no está definida si a es vacío}
fespec
```

Universidad Zaragoza

Índice

Universidad Zaragoza

Árboles binarios

Recorridos en profundidad

- Consiste en visitar todos los elementos del árbol una sola vez

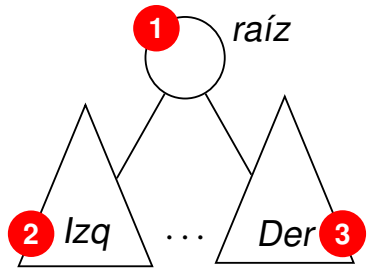
Árboles binarios

Recorridos en profundidad

- Consiste en visitar todos los elementos del árbol una sola vez

- **Recorrido en pre-orden**

  1. Se visita la raíz
  2. Se recorre (en pre-orden) el hijo izquierdo
  3. Se recorre (en pre-orden) el hijo derecho



Árboles binarios

Recorridos en profundidad

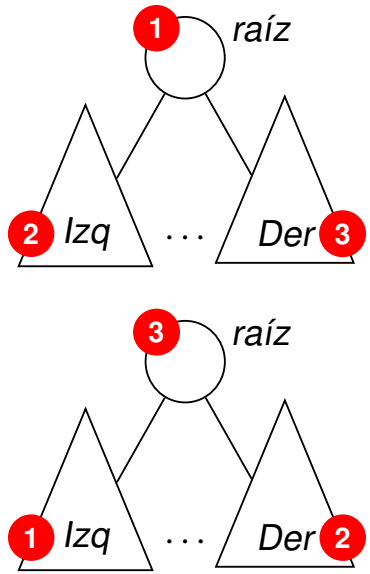
- Consiste en visitar todos los elementos del árbol una sola vez

- **Recorrido en pre-orden**

  1. Se visita la raíz
  2. Se recorre (en pre-orden) el hijo izquierdo
  3. Se recorre (en pre-orden) el hijo derecho

- **Recorrido en post-orden**

  1. Se recorre (en post-orden) el hijo izquierdo
  2. Se recorre (en post-orden) el hijo derecho
  3. Se visita la raíz



Árboles binarios

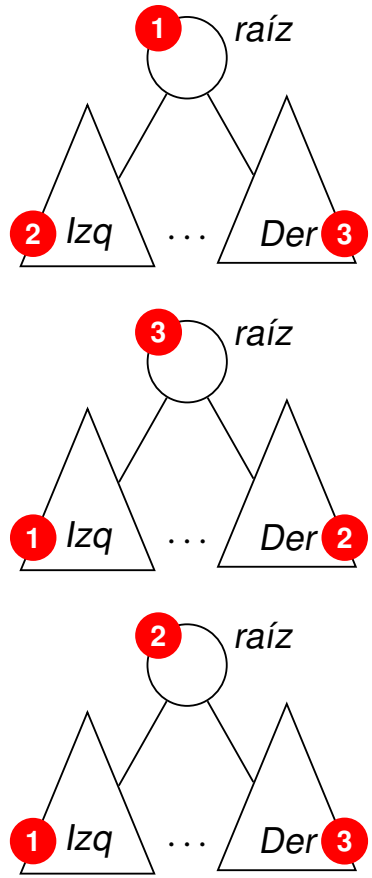
Recorridos en profundidad

- Consiste en visitar todos los elementos del árbol una sola vez

- **Recorrido en pre-orden**
  1. Se visita la raíz
  2. Se recorre (en pre-orden) el hijo izquierdo
  3. Se recorre (en pre-orden) el hijo derecho

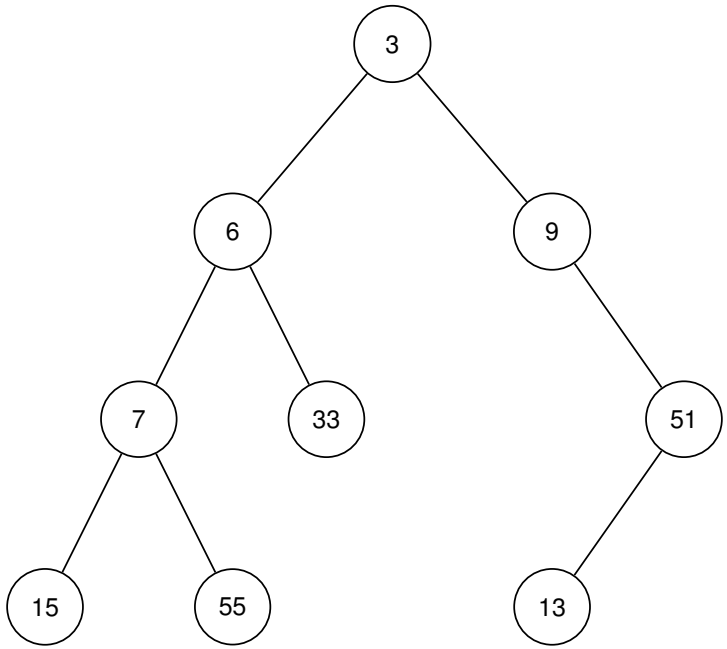
- **Recorrido en post-orden**
  1. Se recorre (en post-orden) el hijo izquierdo
  2. Se recorre (en post-orden) el hijo derecho
  3. Se visita la raíz

- **Recorrido en *in*-orden**
  1. Se recorre (en *in*-orden) el hijo izquierdo
  2. Se visita la raíz
  3. Se recorre (en *in*-orden) el hijo derecho



Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

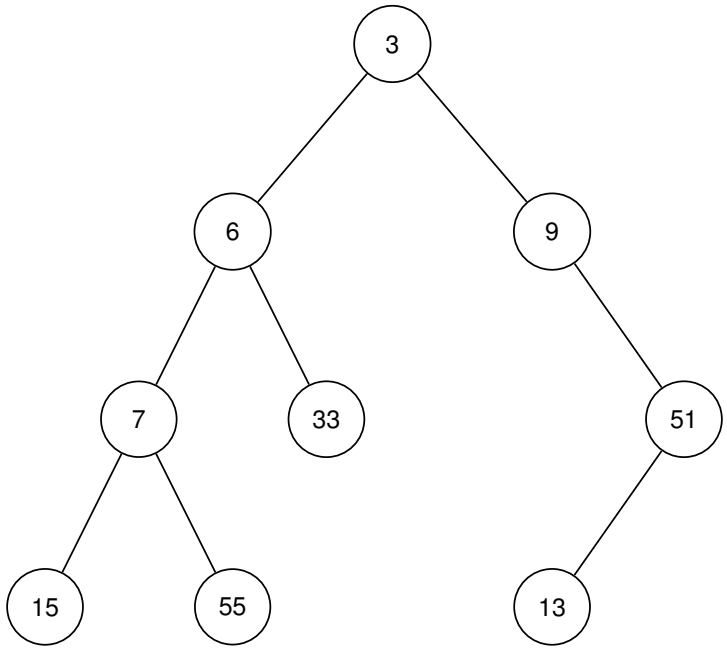


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden?
2. *recorrido en post-orden?*
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

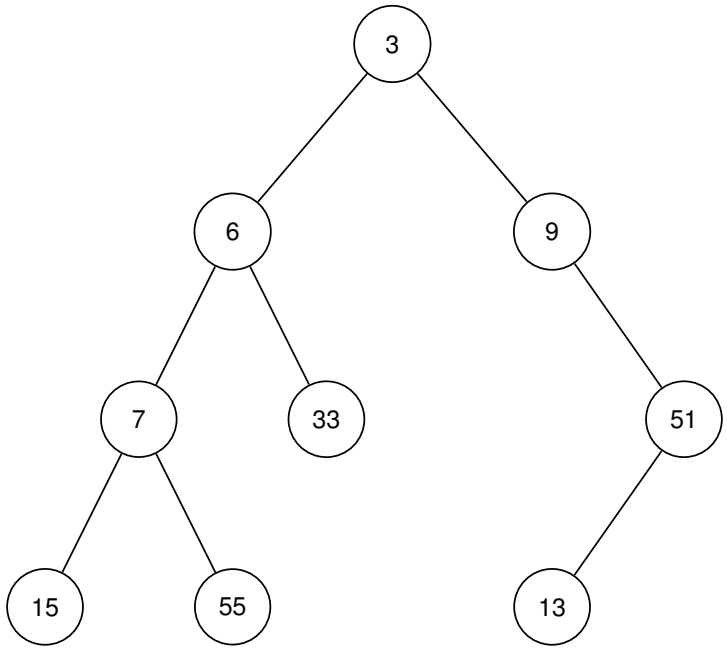


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?*
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

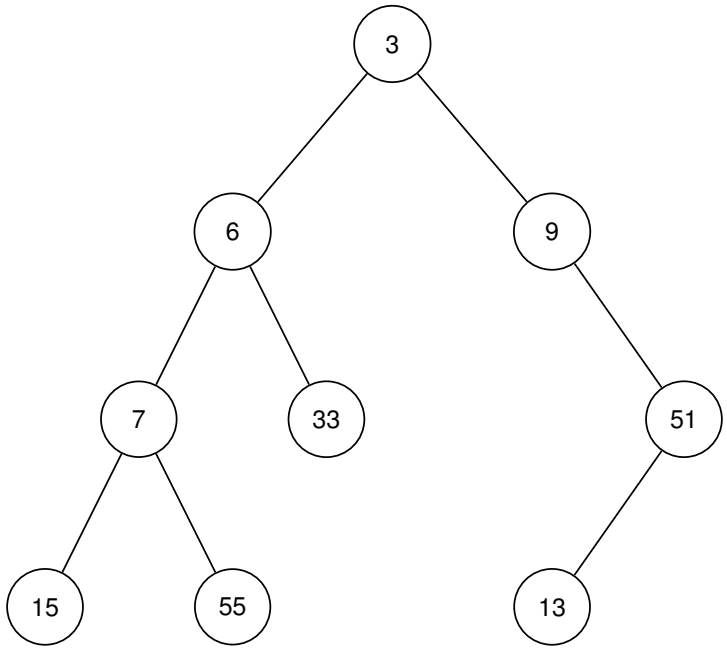


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?* Respuesta: 15 → 55 → 7 → 33 → 6 → 13 → 51 → 9 → 3
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

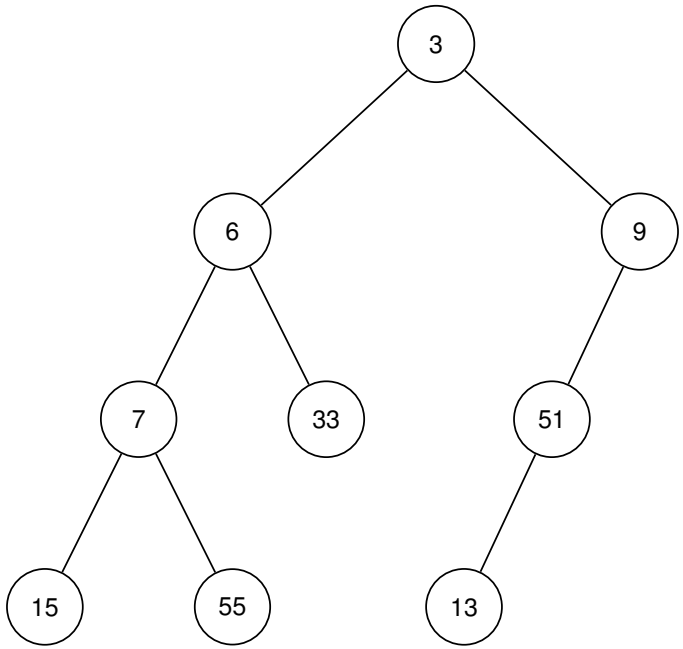


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?* Respuesta: 15 → 55 → 7 → 33 → 6 → 13 → 51 → 9 → 3
3. recorrido en *in*-orden? *Respuesta:* 15 → 7 → 55 → 6 → 33 → 3 → 9 → 13 → 51

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

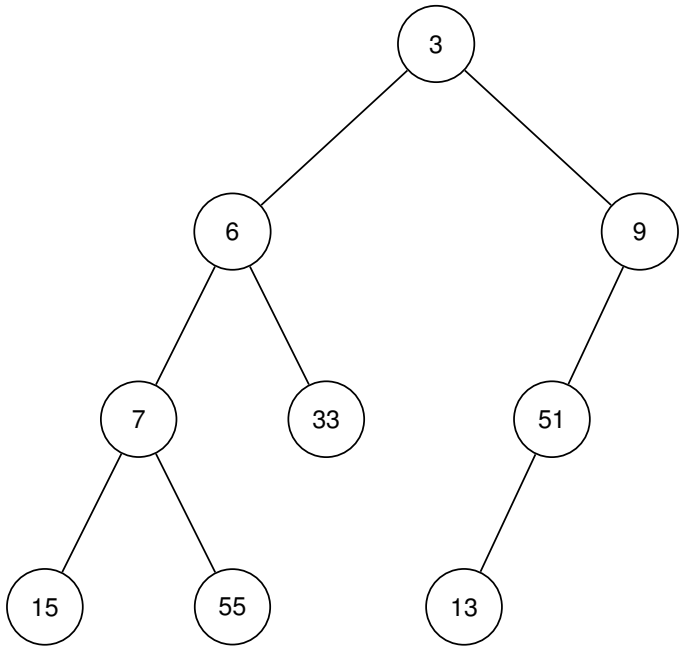


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden?
2. *recorrido en post-orden?*
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

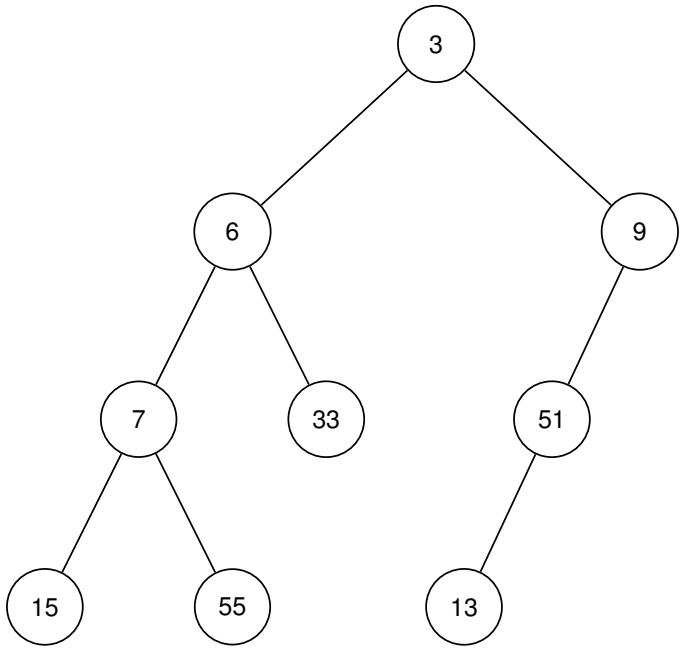


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?*
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo

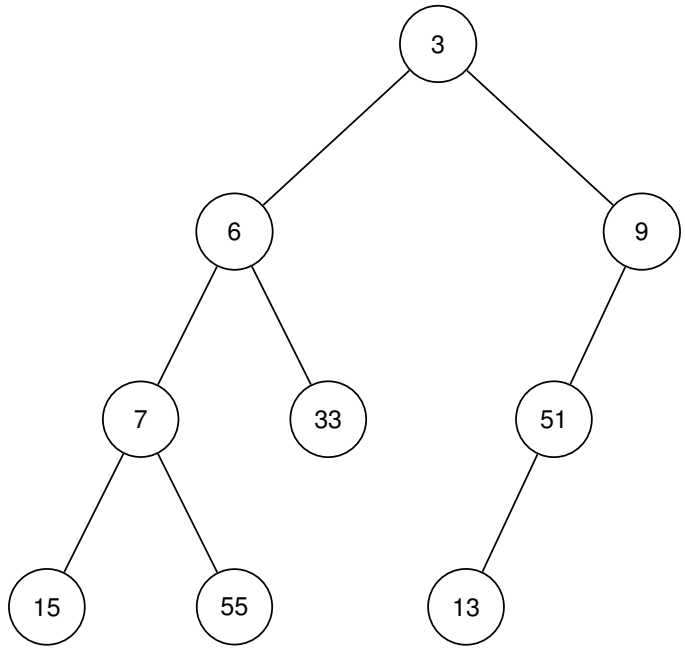


¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?* Respuesta: 15 → 55 → 7 → 33 → 6 → 13 → 51 → 9 → 3
3. recorrido en *in*-orden?

Árboles binarios

Recorridos en profundidad – ejemplo



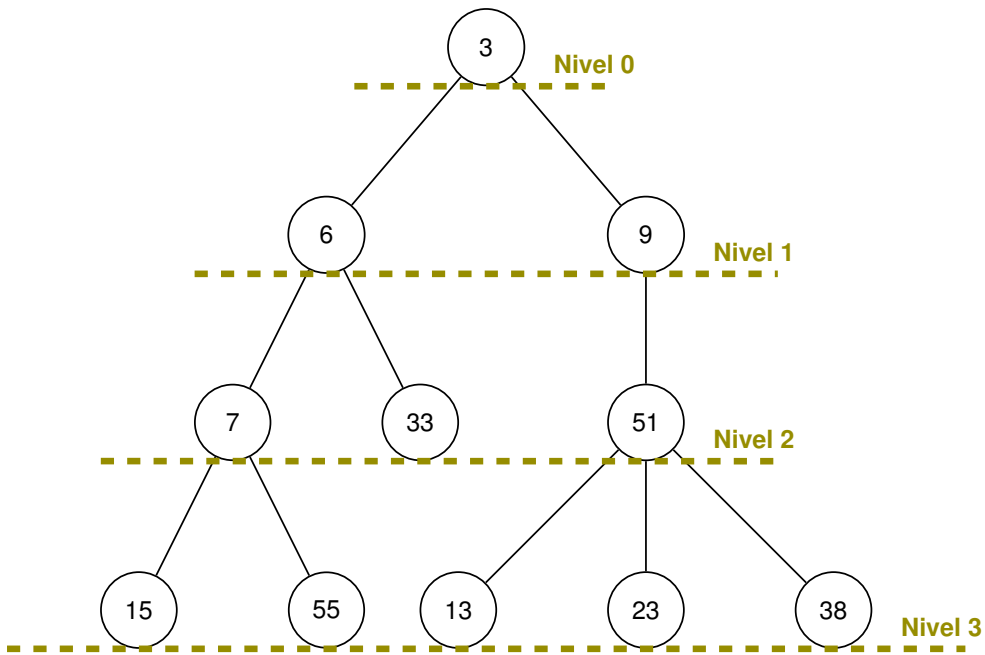
¿Cuál será la secuencia de números que se obtendrá al recorrer el árbol utilizando ...

1. recorrido en pre-orden? *Respuesta:* 3 → 6 → 7 → 15 → 55 → 33 → 9 → 51 → 13
2. *recorrido en post-orden?* Respuesta: 15 → 55 → 7 → 33 → 6 → 13 → 51 → 9 → 3
3. recorrido en *in*-orden? *Respuesta:* 15 → 7 → 55 → 6 → 33 → 3 → 13 → 51 → 9

Árboles binarios

Recorrido en anchura

- Visitar todos los elementos del árbol una sola vez, de la forma que:
  - **primero, se visitan los elementos del nivel 0, luego los del nivel 1, y así sucesivamente**;
  - **en cada nivel, se visitan los elementos de izquierda a derecha**



Índice

Universidad Zaragoza

Árboles binarios
Implementación estática

Representación basada en cursores a los hijos

- En base a vectores `[1..max]`
  - Cada componente del vector guarda un nodo con:
    - El *elemento* que contiene
    - Los índices del vector (*cursores*) donde se encuentran sus hijos *izq* y *der*
    - Un booleano, para indicar si la componente del vector está en uso o no
  - El árbol será el índice (*cursor*) donde se encuentra la raíz del árbol y el vector que almacena los datos
    - **Árbol vacío** se representará con valor 0 como índice de la raíz (*decisión de implementación*)

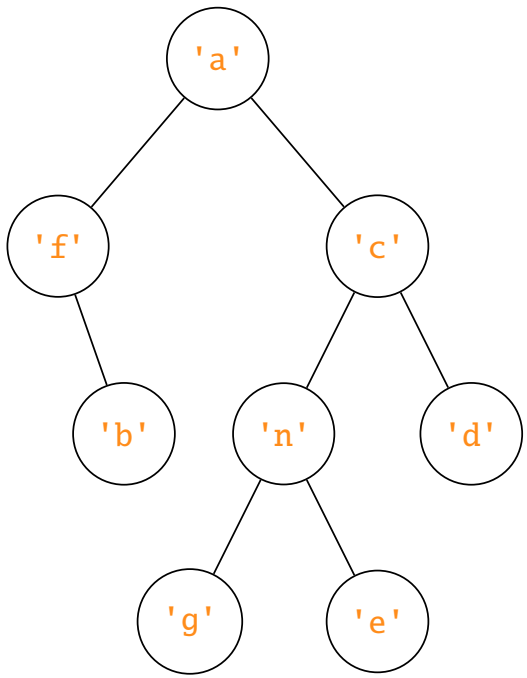
Universidad Zaragoza

Árboles binarios
Implementación estática

```
constante max = ... {máximo número de elementos almacenables}
tipos
    arbin = 0..max; {el 0 significa árbol vacío}
    nodo  = registro
                dato: elemento;
                izq, der: arbin;
                ocupado: booleano
            freg;
    tpVectorDeNodos = vector[1..max] de nodo;
variables
    a: arbin;
    vector_nodos: tpVectorDeNodos
    { un mismo vector puede incluso almacenar varios árboles }
```

Árboles binarios

Implementación estática – ejemplo



a | 1

vector_nodos

1	'a'	2	4	v
2	'f'	0	3	v
3	'b'	0	0	v
4	'c'	5	8	v
5	'n'	6	7	v
6	'g'	0	0	v
7	'e'	0	0	v
8	'd'	0	0	v
9	?	?	?	f
10	?	?	?	f

Universidad Zaragoza

Índice

Universidad Zaragoza

Árboles binarios

Implementación dinámica

Encadenamiento mediante punteros (a los hijos)

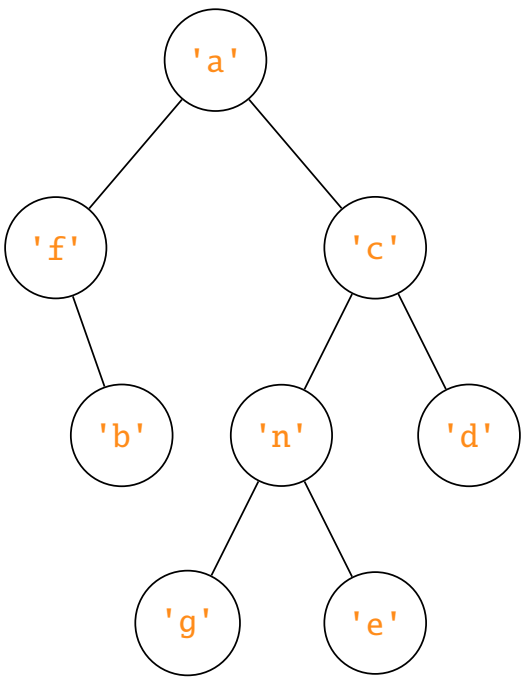
```
tipos
    arbin = ↑nodo;
    nodo  = registro
                dato: elemento;
                izq, der: arbin;
            freg;
```

Árboles binarios

Implementación dinámica

Encadenamiento mediante punteros (a los hijos)

```
tipos
    arbin = ↑nodo;
    nodo  = registro
                dato: elemento;
                izq, der: arbin;
            freg;
```



¿Cómo quedará representado el árbol de la izquierda?

Árboles binarios

Implementación dinámica

```
módulo árbolesBinarios
parámetros
    tipo elemento
exporta
    tipo arbin
    procedimiento vacío(sal a: arbin)
    procedimiento plantar(sal a: arbin; ent e: elemento; ent ai, ad: arbin)
    función esVacío?(a: arbin) devuelve booleano
    procedimiento raíz(ent a: arbin; sal error: booleano; sal e: elemento)
    {Si esVacío?(a) devuelve error=verdad. Si no, devuelve error=falso y
        en e el elemento raíz de a}
    procedimiento subIzq(ent a: arbin; sal error: booleano; sal ai: arbin)
    {Si esVacío?(a) devuelve error=verdad. Si no, devuelve error=falso y
        en ai el subárbol izquierdo de a}
    procedimiento subDer(ent a: arbin; sal error: booleano; sal ad: arbin)
    {Si esVacío?(a) devuelve error=verdad. Si no, devuelve error=falso y
        en ad el subárbol derecho de a}
    procedimiento altura(ent a: arbin; sal error: booleano; sal h: natural)
    {Si esVacío?(a) devuelve error=verdad. Si no, devuelve error=falso y
        en h la altura de a}
    procedimiento duplicar(sal nuevo: arbin; ent viejo: arbin)
    {Duplica la representación del árbol viejo guardándolo en nuevo.}
    procedimiento liberar(e/s a: arbin)
    {Libera la memoria dinámica accesible desde a, quedando a vacío.}
    función iguales(a1, a2: arbin) devuelve booleano
    {Devuelve verdad si y sólo si a1 y a2 tienen los mismos elementos y
        en las mismas posiciones.}
...
```

```
implementación
tipos
    arbin = ↑nodo;
    nodo  = registro
                dato: elemento;
                izq, der: arbin;
            freg;

    procedimiento vacío(sal a: arbin)
    principio
        a := nil
    fin
    procedimiento plantar(sal a: arbin; ent e: elemento; ent ai, ad: arbin)
    principio
        nuevoDato(a);
        a↑.dato := e;
        a↑.izq := ai;
        a↑.der := ad
    fin
    función esVacío(a: arbin) devuelve booleano
    principio
        devuelve a = nil
    fin
    procedimiento raíz(ent a: arbin; sal error: booleano; sal e: elemento)
    principio
        si esVacío(a) entonces
            error := verdad
        sino
            error := falso;
            e := a↑.dato
        fsi
    fin
...
```

```
...
    procedimiento subIzq(ent a: arbin; sal error: booleano; sal ai: arbin)
    principio
        si esVacío(a) entonces
            error := verdad
        sino
            error := falso;
            ai := a↑.izq { ¡Ojo! no crea copia del subárbol, simplemente devuelve puntero al subárbol}
        fsi
    fin
    procedimiento subDer(ent a: arbin; sal error: booleano; sal ad: arbin)
    {... análogo al anterior ...}

    procedimiento altura(ent a: arbin; sal error: booleano; sal h: natural)
    principio
        si esVacío(a) entonces
            error := verdad
        sino
            error := falso;
            h := alturaRec(a)
        fsi
    fin
    función max(a, b: entero) devuelve entero {función máximo de dos enteros}
    principio
        si a ≥ b entonces devuelve a sino devuelve b fsi
    fin
    función alturaRec(a: arbin) devuelve natural
    {PRECONDICIÓN: a es no vacío}
    principio
        selección
            (a↑.izq = nil) and (a↑.der = nil): devuelve 0;
            (a↑.izq = nil) and (a↑.der ≠ nil): devuelve 1 + alturaRec(a↑.der);
            (a↑.izq ≠ nil) and (a↑.der = nil): devuelve 1 + alturaRec(a↑.izq);
            (a↑.izq ≠ nil) and (a↑.der ≠ nil): devuelve 1 + max(alturaRec(a↑.izq), alturaRec(a↑.der))
        fselección
    fin
...
```

```
...
    procedimiento duplicar(sal nuevo: arbin; ent viejo: arbin)
    variables ai,ad: arbin
    principio
        si viejo = nil entonces
            nuevo := nil
        sino
            nuevoDato(nuevo);
            nuevo↑.dato := viejo↑.dato;
            duplicar(ai, viejo↑.izq);
            duplicar(ad, viejo↑.der);
            nuevo↑.izq := ai;
            nuevo↑.der := ad
        fsi
    fin
    procedimiento liberar(e/s a: arbin)
    principio
        si a ≠ nil entonces
            liberar(a↑.izq);
            liberar(a↑.der);
            disponer(a);
            a:=nil
        fsi
    fin

    función iguales(a1, a2: arbin) devuelve booleano
    principio
        si a1 = nil entonces
            devuelve a2 = nil
        sino_si a2 = nil entonces
            devuelve falso
        sino {a1 y a2 son no nulos}
            devuelve a1↑.dato = a2↑.dato and
                    iguales(a1↑.izq, a2↑.izq) and
                    iguales(a1↑.der, a2↑.der)
        fsi
    fin
fin {fin del modulo árbolesBinarios}
```

Árboles binarios
Implementación dinámica

- Coste temporal de las operaciones de la especificación: $\Theta(1)$
  - **Todas**, menos `altura`

```
procedimiento altura(ent a: arbin; sal error: booleano; sal h: natural)
principio
    si esVacío(a) entonces
        error := verdad
    sino
        error := falso;
        h := alturaRec(a)
    fsi
fin
función max(a, b: entero) devuelve entero {función máximo de dos enteros}
principio
    si a ≥ b entonces devuelve a sino devuelve b fsi
fin
función alturaRec(a: arbin) devuelve natural
{PRECONDICIÓN: a es no vacío}
principio
    selección
        (a↑.izq = nil) and (a↑.der = nil): devuelve 0;
        (a↑.izq = nil) and (a↑.der ≠ nil): devuelve 1 + alturaRec(a↑.der);
        (a↑.izq ≠ nil) and (a↑.der = nil): devuelve 1 + alturaRec(a↑.izq);
        (a↑.izq ≠ nil) and (a↑.der ≠ nil): devuelve 1 + max(alturaRec(a↑.izq), alturaRec(a↑.der))
    fselección
fin
```

Árboles binarios
Implementación dinámica

- Coste temporal de las operaciones de la especificación: $\Theta(1)$
  - **Todas**, menos `altura`

¿Qué podemos hacer para que `altura` *también quede de coste* $\Theta(1)$*?*

Árboles binarios
Implementación dinámica

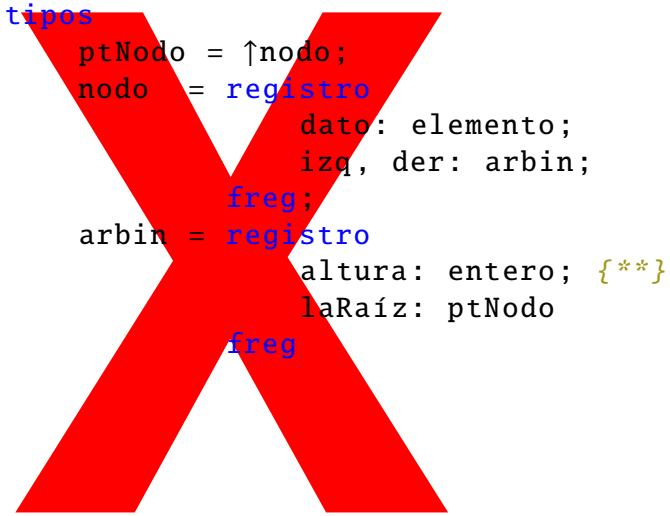
- Coste temporal de las operaciones de la especificación: $\Theta(1)$
  - **Todas**, menos `altura`

¿Qué podemos hacer para que `altura` también quede de coste $\Theta(1)$?

```
tipos
    ptNodo = ↑nodo;
    nodo   = registro
                 dato: elemento;
                 izq, der: arbin;
             freg;
    arbin = registro
                 altura: entero; {**}
                 laRaíz: ptNodo
             freg
```

Árboles binarios
Implementación dinámica

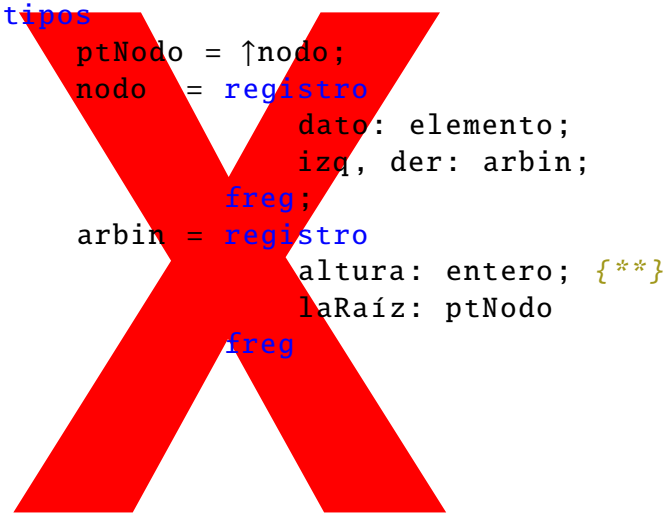
- Coste temporal de las operaciones de la especificación: $\Theta(1)$
  - **Todas**, menos `altura`



```
tipos
    ptNodo = ↑nodo;
    nodo   = registro
                 dato: elemento;
                 izq, der: arbin;
             freg;
    arbin  = registro
                 altura: entero; {**}
                 laRaíz: ptNodo
             freg
```

Árboles binarios
Implementación dinámica

- Coste temporal de las operaciones de la especificación: $\Theta(1)$
  - **Todas**, menos `altura`



```
tipos
    ptNodo = ↑nodo;
    nodo   = registro
                 dato: elemento;
                 izq, der: arbin;
             freg;
    arbin  = registro
                 altura: entero; {**}
                 laRaíz: ptNodo
             freg
```

```
tipos
    arbin = ↑nodo;
    nodo  = registro
                altura: entero; {**}
                dato: elemento;
                izq, der: arbin;
            freg;

    {¿qué habrá que hacer para mantenerla calculada?}
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
módulo recorridosArbin
importa árbolesBinarios, listasGenéricas
exporta
    procedimiento preOrden(ent a: arbin; e/s l: lista)
    {añade a la lista l la secuencia de elementos resultante de recorrer
        en pre-orden el árbol a, es decir, 1o la raíz, luego el subárbol
        izquierdo y después el derecho, ambos en pre-orden}
    procedimiento inOrden(ent a: arbin; e/s l: lista)
    {añade a la lista l la secuencia de elementos resultante de recorrer
        en in-orden el árbol a, es decir, 1o el subárbol izquierdo en
        in-orden, luego la raíz y después el subárbol derecho en in-orden}
    procedimiento postOrden(ent a: arbin; e/s l: lista)
    {añade a la lista l la secuencia de elementos resultante de recorrer
        en post-orden el árbol a, es decir, 1o el subárbol izquierdo en
        post-orden, luego el derecho en post-orden y finalmente la raíz}
implementación
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento preOrden(ent a: arbin; e/s l: lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r);
        subIzq(a, error, ai)
        preOrden(ai, l);
        subDer(a, error, ad);
        preOrden(ad, l)
    fsi
fin
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento preOrden(ent a: arbin; e/s l: lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r);
        subIzq(a, error, ai)
        preOrden(ai, l);
        subDer(a, error, ad);
        preOrden(ad, l)
    fsi
fin
```

```
si a ≠ nil entonces
    añadirÚltimo(l, a↑.dato);
    preOrden(a↑.izq, l);
    preOrden(a↑.der, l)
fsi
```

A más bajo nivel, si tenemos acceso a la representación del tipo `arbin`

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento inOrden (ent a: arbin; e/s l:lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        subIzq(a, error, ai)
        inOrden(ai, l);
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r);
        subDer(a, error, ad);
        inOrden(ad, l)
    fsi
fin
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento inOrden (ent a: arbin; e/s l:lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        subIzq(a, error, ai)
        inOrden(ai, l);
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r);
        subDer(a, error, ad);
        inOrden(ad, l)
    fsi
fin
```

```
si a ≠ nil entonces
    inOrden(a↑.izq, l);
    añadirÚltimo(l, a↑.dato);
    inOrden(a↑.der, l)
fsi
```

A más bajo nivel, si tenemos acceso a la representación del tipo `arbin`

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento postOrden (ent a: arbin; e/s l:lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        subIzq(a, error, ai)
        postOrden(ai, l);
        subDer(a, error, ad);
        postOrden(ad, l);
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r)
    fsi
fin
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento postOrden (ent a: arbin; e/s l:lista)
variables ai, ad: arbin; r: elemento; error: booleano
principio
    si not esVacío(a) entonces
        subIzq(a, error, ai)
        postOrden(ai, l);
        subDer(a, error, ad);
        postOrden(ad, l);
        raíz(a, error, r);
        añadirÚltimo(l, r)
    fsi
fin
```

}

```
si a ≠ nil entonces
    postOrden(a↑.izq, l);
    postOrden(a↑.der, l);
    añadirÚltimo(l, a↑.dato);
fsi
```

A más bajo nivel, si tenemos acceso a la representación del tipo `arbin`

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
{Nota: esta implementación va a mostrar la lista escrita en pantalla en vez de devolverla}
procedimiento nivel(ent a: arbin; ent i: 0..maxEntero)
{Pre: a es no vacío}
{Post: escribe en pantalla los elementos del nivel i de a, de izquierda a derecha}
variables r: elemento; error: booleano; ai, ad: arbin
principio
    si i = 0 entonces
        raíz(a, error, r);
        escribir(r)
    sino {i>0}
        subIzq(a, error, ai);
        subDer(a, error, ad);
        selección
            esVacío(ai) and esVacío(ad): {no hacer nada};
            esVacío(ai) and not esVacío(ad): nivel(ad, i - 1);
            not esVacío(ai) and esVacío(ad): nivel(ai, i - 1);
            not esVacío(ai) and not esVacío(ad): nivel(ai, i - 1); nivel(ad, i - 1)
        fselección
    fsi
fin
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento anchura(ent a: arbin)
{Escribe en pantalla los elementos de a recorridos en anchura, es decir
    por niveles desde el 0 hasta el último y, para cada nivel, de
    izquierda a derecha}
variables h, i: entero
principio
    si not esVacío(a) entonces
        altura(a, error, h);
        para i := 0 hasta h hacer
            nivel(a, i)
        fpara
    fsi
fin
```

Implementación bastante ineficiente.

¿Cómo podríamos tener una versión iterativa?

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
{Recorrido en preorden}
procedimiento preorden_pila(ent a: arbin)
variables p: pila { de arbin }; aux: arbin
principio
    crear(p);
    apilar(p, a);
    mientrasQue not esVacía(p) hacer
        aux := cima(p);
        desapilar(p);
        si aux ≠ nil entonces
            escribir(aux↑.dato);
            apilar(p, aux↑.der);
            apilar(p, aux↑.izq)
        fsi
    fmq
fin
```

```
{Recorrido en anchura}
procedimiento anchura_cola(ent a: arbin)
variables c: cola {de arbin}; aux: arbin
principio
    crear(c);
    encolar(c, a);
    mientrasQue not esVacía(c) hacer
        aux := primero(c);
        desencolar(c);
        si aux ≠ nil entonces
            escribir(aux↑.dato);
            encolar(c, aux↑.izq);
            encolar(c, aux↑.der)
        fsi
    fmq
fin
```

Universidad Zaragoza

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
procedimiento inorden(ent a: arbin)
{versión iterativa del recorrido in-orden usando una pila auxiliar}
variables p: pila {de arbin}; aux: arbin
principio
    {equivale al inicio de un hipotético iterador}
    crear(p);
    aux := a;
    mientrasQue aux ≠ nil hacer
        apilar(p, aux);
        aux := aux↑.izq
    fmq;
    {not(esVacía(p)) es equivalente a 'existeSiguiente' de un iterador}
    mientrasQue not esVacía(p) hacer
    {equivale al código de 'siguiente' de un iterador}
        aux := cima(p);
        desapilar(p);
        escribir(aux↑.dato);
        aux := aux↑.der;
        mientrasQue aux ≠ nil hacer
            apilar(p, aux);
            aux := aux↑.izq
        fmq
    fmq
fin
```

Árboles binarios

Implementación dinámica – recorridos

```
tipo árbol = registro {aumentamos la representación de arbin con pila auxiliar para el iterador}
                raíz: arbin; {puntero a la raíz de un árbol binario}
                iter: pila_de_arbin {pila de punteros a nodos del árbol, para el iterador}
             freg

procedimiento iniciarIterador(e/s a: árbol)
variable aux: arbin
principio
    crear(a.iter); {crea pila vacía de punteros a nodos del árbol}
    aux := a.raíz; {raíz del árbol}
    mientrasQue aux ≠ nil hacer
        apilar(a.iter, aux); {apila el puntero aux (a un nodo del árbol) en la pila del iterador}
        aux := aux↑.izq
    fmq
fin

función existeSiguiente(a: árbol) devuelve booleano
principio
    devuelve not esVacía(a.iter) {hay siguiente si la pila del iterador es no vacía}
fin

procedimiento siguiente(e/s a: árbol; sal unDato: elemento; sal error: booleano)
variable aux: arbin
principio
    si existeSiguiente(a) entonces
        error := falso;
        aux := cima(a.iter);
        desapilar(a.iter);
        unDato := aux↑.dato; {este es el siguiente elemento visitado}
        aux := aux↑.der;
        mientrasQue aux ≠ nil hacer
            apilar(a.iter, aux);
            aux := aux↑.izq
        fmq
    sino
        error := verdad
    fsi
fin
```

Trabajo encargado

Leer lección 12. Ejercicios hoja 1 y 2.

Empezar Práctica 3

Estructuras de Datos y Algoritmos

Árboles binarios

Lección 12

Universidad Zaragoza

1542

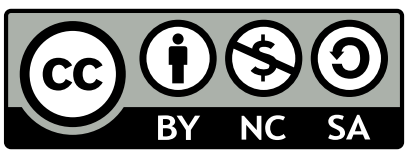
Dpto. de Informática e Ingeniería de Sistemas
Universidad de Zaragoza, España

Curso 2023/2024

Grado en Ingeniería Informática

Universidad de Zaragoza

Aula 0.04, Edificio Agustín de Betancourt



Adaptadas de diapositivas de Javier Campos