

Ejercicios Tema 5

Algoritmia para problemas difíciles

Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas
Escuela de Ingeniería y Arquitectura – Universidad de Zaragoza

17 de diciembre de 2018

Ejercicios sobre análisis amortizado de ED

Ejercicio 1 Describir cómo implementar una cola usando dos pilas de manera que el coste amortizado de cada operación de insertar en la cola y de borrar de la cola sea $O(1)$.

Ejercicio 2 Suponer que en lugar de contraer una tabla *hash* T dividiendo por dos su capacidad cuando su factor de carga queda por debajo de $1/4$, la contraemos multiplicando por $2/3$ su capacidad cuando su factor de carga queda por debajo de $1/3$. Usando la función de potencial $P(T) = |2 \cdot \text{numdatos}(T) - \text{capacidad}(T)|$, demostrar que el coste amortizado de la operación de borrado usando esa estrategia de contracción está acotado por una constante.

Ejercicio 3 Dado el contador binario visto en clase (lección de Análisis amortizado) supongamos que queremos no sólo implementar un contador sino también resetearlo a cero (es decir, poner todos sus bits a 0). Contando el tiempo para examinar o modificar un bit como $O(1)$, mostrar cómo implementar un contador como un vector de bits tal que cualquier secuencia de n operaciones INCREMENTAR y RESETEAR tarda tiempo $O(n)$ en un contador inicialmente cero (Pista: mantener un puntero al 1 más significativo).

Ejercicio 4 Consideramos una pila cuya altura no puede superar el valor de k (por ejemplo, debido a que se almacena en un vector de tamaño k) con las operaciones habituales de apilar y desapilar. Supongamos que añadimos una tercera operación, de backup, que tras cada secuencia de k operaciones de las habituales, hace una copia de la pila en otra pila. Demuestra que el coste de n operaciones, incluyendo operaciones de backup, es $O(n)$ mediante la asignación de costes amortizados adecuados a cada tipo de operación.

Ejercicio 5 Demostrar que si se incluye una operación de *decrementar una unidad* en el contador binario visto en clase en el tema introductorio de análisis amortizado, n operaciones cuestan como mucho $O(nk)$ en tiempo.

Ejercicio 6 Se realiza una secuencia de n operaciones sobre una estructura de datos dada. La operación i -ésima cuesta i si i es una potencia exacta de 2, y 1 en otro caso. Calcular mediante el método agregado el coste amortizado de cada operación.

Ejercicio 7 Considerar un montículo (ordinario) con n elementos y con las operaciones de inserción y borrado del mínimo en $O(\log n)$ en el caso peor. Dar una función de potencial P tal que el coste amortizado de insertar sea $O(\log n)$ y el coste amortizado de borrar el mínimo sea $O(1)$, y ver que es válida como función de potencial.

En caso de entregar alguno de estos ejercicios, la fecha límite es el domingo 13 de enero.
--

Antes de realizar cualquiera de estos ejercicios el alumno debe enviar un correo a elvira@unizar.es indicando qué ejercicio desea realizar.

Cualquier fuente utilizada en la resolución de estos ejercicios debe ser indicada claramente en la solución.
--