

## Ejercicios Tema 7

### Algoritmia para problemas difíciles

Departamento de Informática e Ingeniería de Sistemas  
Escuela de Ingeniería y Arquitectura – Universidad de Zaragoza

12 de enero de 2016

#### Ejercicios sobre análisis amortizado de ED

---

**Ejercicio 1** Demostrar que si se incluye una operación de *decrementar una unidad* en el contador binario visto en clase en el tema introductorio de análisis amortizado,  $n$  operaciones cuestan como mucho  $O(nk)$  en tiempo.

**Ejercicio 2** Se realiza una secuencia de  $n$  operaciones sobre una estructura de datos dada. La operación  $i$ -ésima cuesta  $i$  si  $i$  es una potencia exacta de 2, y 1 en otro caso. Calcular mediante el método agregado el coste amortizado de cada operación.

**Ejercicio 3** Considerar un montículo (ordinario) con  $n$  elementos y con las operaciones de inserción y borrado del mínimo en  $O(\log n)$  en el caso peor. Dar una función de potencial  $P$  tal que el coste amortizado de insertar sea  $O(\log n)$  y el coste amortizado de borrar el mínimo sea  $O(1)$ , y ver que es válida como función de potencial.

**Ejercicio 4** Describir cómo implementar una cola usando dos pilas de manera que el coste amortizado de cada operación de insertar en la cola y de borrar de la cola sea  $O(1)$ .

**Ejercicio 5** Suponer que en lugar de contraer una tabla *hash*  $T$  dividiendo por dos su capacidad cuando su factor de carga queda por debajo de  $1/4$ , la contraemos multiplicando por  $2/3$  su capacidad cuando su factor de carga queda por debajo de  $1/3$ . Usando la función de potencial  $P(T) = |2 \cdot \text{numdatos}(T) - \text{capacidad}(T)|$ , demostrar que el coste amortizado de la operación de borrado usando esa estrategia de contracción está acotado por una constante.

**Ejercicio 6** Dado el contador binario visto en clase (lección de Análisis amortizado: conceptos básicos, páginas 10 a 14) supongamos que queremos no sólo implementar un contador sino también resetearlo a cero (es decir, poner todos sus bits a 0). Contando el tiempo para examinar o modificar un bit como  $O(1)$ , mostrar cómo implementar un contador como un vector de bits tal que cualquier secuencia de  $n$  operaciones INCREMENTAR y RESETEAR tarda tiempo  $O(n)$  en un contador inicialmente cero (Pista: mantener un puntero al 1 más significativo).

**Ejercicio 7** Consideramos una pila cuya altura no puede superar el valor de  $k$  (por ejemplo, debido a que se almacena en un vector de tamaño  $k$ ) con las operaciones habituales de apilar y desapilar. Supongamos que añadimos una tercera operación, de backup, que tras cada secuencia de  $k$  operaciones de las habituales, hace una copia de la pila en otra pila. Demuestra que el coste de  $n$  operaciones, incluyendo operaciones de backup, es  $O(n)$  mediante la asignación de costes amortizados adecuados a cada tipo de operación.

En caso de entregar alguno de estos ejercicios, la fecha límite es el lunes 25 de enero.
--

Antes de realizar cualquiera de estos ejercicios el alumno debe enviar un correo a <a href="mailto:elvira@unizar.es">elvira@unizar.es</a> indicando qué ejercicio desea realizar.
---

Cualquier fuente utilizada en la resolución de estos ejercicios debe ser indicada claramente en la solución.
--